

Vale la pena...

Es Navidad. Un niño recibe un regalo y destroza el envoltorio para llegar a descubrir lo que contiene la enorme caja. Aparece una estupenda «Arquitectura» de madera de vistosos colores, una maravilla de artesanía en madera. Al cabo de un rato cuando todos están excitados con sus regalos usted vuelve a prestar atención al niño para ver el uso que hace del estupendo presente. ¡Sorpresa! Está jugando con la caja cilíndrica a modo de tambor.

Seguramente les ha sucedido algo parecido. No es que los niños no valoren los meditados y estupendos regalos que les hacemos. Sencillamente son creativos. No están limitados por el uso esperado de los objetos y les dan nuevas vidas.

Imitando a los niños les propongo dar nuevos usos a páginas web creadas para otros fines. En particular de las que tratan sobre cajas usadas como envoltorios de toda clase de objetos.

Como de costumbre justificaré mi elección basándome en la utilidad que este recurso puede tener para los educadores matemáticos sumamente comprometidos con la mejora del aprendizaje y de la enseñanza de las matemáticas.

La imaginación espacial no se desarrolla sin la manipulación de objetos tridimensionales. Ello implica

no solo tocarlos, darles vueltas, etc., sino desarmarlos, desmenuarlos, modificarlos y, por supuesto, diseñarlos. Y las cajas son objetos idóneos para estos usos.

La manera más sencilla y barata de conseguir cajas es reciclando las que han contenido los más diversos productos que usamos diariamente: comida y bebidas, perfumería, cosmética, medicamentos, productos de limpieza, etc. Nos interesan las cajas que tienen sus tapas unidas a las caras laterales y que se puedan plegar hasta dejarlas prácticamente planas. Ahora bien, las figuras que obtendremos por esta vía, excepto casos raros, son prismas rectos de bases cuadrangulares o rectangulares con desarrollos planos «canónicos» (contienen todas las caras en una disposición que permite su montaje sin que se superpongan las caras ni queden agujeros).

Para ampliar el abanico de posibilidades podemos organizar cacerías de formas menos corrientes a base de declararnos coleccionistas de cajas y esperar que amigos, familiares y conocidos nos regalen los ejemplares raros que vayan encontrando. Yo lo he hecho y... ¡funciona!

Otro modo de ampliar las posibles formas es obtener imágenes de cajas en páginas web dedicadas al diseño de embalajes, que pueden contener además sus desarrollos planos. En muchos casos éstos no son estrictos, es decir, hay caras que deben superponerse total o parcialmente (*cajas pop up*, por ejemplo). Desde luego no hay que rechazarlos, pueden ofrecer nuevas posibilidades de profundización del sentido espacial.

Algunos consejos e ideas de gestión

Conseguir una buena cantidad y variedad de cajas para poder trabajar sin restricciones. No es conveniente que la falta de material impida actuar sobre ellas por miedo a equivocarse.

Para muchas de las actividades será conveniente tener ejemplares repetidos. Así será posible establecer comparaciones del tipo «antes y después».

Antes de cortar, plegar o realizar cualquier acción vale la pena detenerse un momento a pensar qué

puede suceder. Procurar que todos los alumnos lo hagan, tanto si trabajan en grupo como individualmente. Después del cambio discutir la razón del acierto o del resultado inesperado.

Todo lo que se diseña sirve para algo, especialmente si no se ha conseguido lo que se deseaba. No hay que destruir nada, en todo caso hay que razonar sobre ello.

Conviene tomar fotografías para «registrar procesos», lo que permite recordarlos, razonar, descubrir otras posibilidades y hacer presentaciones.

Anotar todas las preguntas que provoquen las investigaciones o los experimentos. Pueden ser otras líneas futuras de investigación.

Recopilar las características de las figuras usando tablas que incluyan dibujos, desarrollos, etc.

Si la edad lo permite (ESO, Bachillerato) hay que encontrar razones matemáticas para la existencia o unicidad de los modelos obtenidos. No es suficiente que parezca posible la obtención de una figura o que sea única con sus características.

Veamos algunas de las cosas que se pueden hacer con cajas.

Describir y nombrar

Las cajas comercializadas como envases suelen estar bien diseñadas en sentido matemático. Lo que debe ser paralelo o perpendicular lo es, las caras son planas e iguales cuando deben serlo. Por lo tanto, es posible describirlas y llegar a establecer la clase de figuras a la que pertenecen.

Previamente pueden suprimirse las pestañas de las bases y, si es necesario, cerrarlas con cinta adhesiva transparente (celo en lenguaje corriente).

Hay que contar las caras, aristas y vértices. Establecer el tipo de caras. Número de lados (aristas), las que son iguales, cuantas confluyen en cada vértice, etc. A continuación, separar las caras cuidadosamente y comprobar la tipología y la igualdad mediante la simple superposición.

Pegando las caras con cinta tratar de generar la misma figura pero de modo que la caja se abra de otra manera. También puede proponerse que traten de obtener, con las mismas caras, una figura distinta de la original.

Secciones y disecciones

Podemos cortar las cajas para obtener módulos que podemos combinar para obtener nuevas formas. Cubrir las nuevas caras (agujeros que se producen al cortar) con cartulina de distinto color ayuda a visualizarlos mejor. Por ejemplo, obtener un cubo a partir de un prisma recto cuadrangular, o bien obtener dos prismas triangulares iguales. Si se han logrado módulos iguales, es enriquecedor llegar a ver que otras formas es posible construir con los mismos módulos.

Llegar a determinar las posibles secciones de un prisma recto, de un cubo, de una pirámide, etc. precisa de discusiones previas sobre como asegurarse de que la sección sea plana. Una manera de hacerlo es plegar la caja como se ve en la figura 1 y cortar de un solo tijeretazo.



Figura 1

La discusión sobre la forma obtenida permite razonar sobre longitudes, ángulos y paralelismo. Comprobar si es un polígono (figura plana) es sencillo si se invierte la posición de la caja de modo que se apoye sobre la sección sobre una mesa sin «bailar».

Transformar y comparar

Sobre una caja prisma cuadrangular o rectangular (solo para poner un ejemplo) se pueden aplicar distintas transformaciones: suprimir una cara lateral, plegar una, dos, o todas las caras laterales por la mitad para aumentar el número de las mismas, cortar secciones paralelas para obtener prismas oblicuos, cortar una pirámide recta de base cuadrada, quitar las bases cuadradas y reemplazarlas por rombos, etc. como se ve en las figuras 2, 3, 4 y 5.



Figura 2



Figura 3

Cada figura nueva debe compararse con la original: elementos, medidas, propiedades, desarrollo, etc. Suponiendo que diferentes transformaciones puedan aplicarse a un mismo modelo de caja, resultará una familia de figuras que analizar conjuntamente.

Si fotografiamos el proceso de obtención se puede estudiar como optimizar el proceso, así como los momentos mas relevantes.

Descubrir la importancia de los ángulos y del paralelismo al reproducir figuras

Un interesante ejercicio es reproducir una caja variando algunas medidas. Por ejemplo, la caja de la figura 6, pero de modo que resulte de menor altura.

Tomar medidas, percibir las formas de las caras y diseñar un desarrollo plano sin desmontar la caja. Recortar y pegar (no es necesario poner pestañas, basta con celo). Si todo ha ido bien, la casita no se moverá como un tentetieso. Si vacila y se mueve

sobre la base es que la cara correspondiente no es plana. Puede que los lados que debían ser paralelos no lo sean o que algunas aristas no sean perpendiculares a la cara correspondiente.

Desplegar la caja hasta dejarla plana permite comprobar las propiedades anteriores.

Llenar el espacio

Consiguiendo algunas cajas iguales o construyéndolas *ad hoc* se estudiarán qué figuras llenan el espacio, del mismo modo que se hace con los mosaicos.

Hay que empezar por los casos mas sencillos, los prismas, luego tratar con otros poliedros.

Imaginar la figura a partir de un desarrollo

En la web de diseño y venta de cajas encontraremos desarrollos que podremos imprimir. Sin montarlos efectivamente trataremos de dibujar o describir la forma que tendrá la caja. Después comprobaremos la solución. Si no es correcto se puede iniciar el plegado para dar pistas. Así hasta dar con la respuesta correcta.



Figura 4



Figura 5



Figura 6

En muchas de las webs de este tipo se ofrecen diseños de cajas que no precisan de pegamento para unir caras. Es muy interesante ver algunas soluciones y tratar de utilizarlas en otras cajas.

Infinidad de desarrollos planos

Habitualmente cortamos por las aristas hasta conseguir un diseño plano que permite reconstruir una caja. De estos diseños canónicos un cubo tiene 11 posibles, pero si no se ponen condiciones de reproducir caras completas entonces hay una infinidad. Ver un par de casos en las figuras 7 y 8.



Figura 7



Figura 8

También es posible transformar un desarrollo de modo que al plegar consigamos un cuerpo distinto. Vean el vídeo *Metamorfosis de un cubo* en Youtube.

Hay algunas páginas como la siguiente en la que se propone una actividad de evaluación a partir del diseño de una caja:

<http://map.mathshell.org/lessons.php?unit=6300&collection=8&redir=1>

La siguiente es una página de *Everything Maths and Science* sobre *Packaging and models*:

<http://everythingmaths.co.za/maths/grade-10-mathematical-literacy/10-models-assembly-diagrams-floorplans/10-models-assembly-diagrams-floorplans-04.cnxmplus>

Esta otra propone diseño de embalajes:

<http://designshack.net/articles/graphics/50-clever-quirky-and-beautiful-packaging-designs/>

En esta otra se proponen actividades de diseño de cajas:

<http://www.nationalstemcentre.org.uk/elibrary/resource/187/packaging>

En la siguiente se explica cómo diseñarlas:

<http://www.graphics.com/article-old/packaging-design-creating-folding-cartons-and-set-boxes>

Esta otra contiene 42 diseños originales:

<http://www.ucreative.com/inspiration/packaging-design-40-creative-box-designs-thatll-bowl-you-over/>

Encontraran muchas páginas de cajas a través de Google u otro buscador poniendo «nets for packaging boxes», «interesting box nets», ... o bien «plantillas cajas cartulina», «desarrollos de cajas»...

Su imaginación y creatividad les llevará a otras propuestas para su clase.

¡Sean niños!

CARME BURGÚES FLAMARICH
Universitat de Barcelona
<valelapena@revistasuma.es>