

Un matemático, como un pintor o un poeta, es un fabricante de modelos. Si sus modelos son más duraderos, es debido a que están hechos de ideas.

G. H. Hardy



En puertas del tercer milenio

Verano de 1947

Sentado en la pequeña cafetería de la calle Hobson, justo antes de llegar al Christ's College, no pude evitar leer los resultados del críquet. Había adquirido esa costumbre durante los años que pasé en la universidad. El profesor Hardy acostumbra a examinar de forma exhaustiva a todo aquel que consideraba con aptitudes para el críquet. Es un entusiasta de ese deporte, se le da bastante bien y siempre anda buscando jugadores para los partidos en el Fenner (el campo de críquet de la universidad).

Había recibido una llamada del profesor Donald Robertson, catedrático de griego y amigo íntimo de Hardy, en la que me decía que estaba muy preocupado por él y me pidió que escribiera un artículo sobre críquet y matemáticas para intentar animarle. Sin dudar, solicité unos días de asuntos propios en el ministerio.

Godfrey Harold Hardy nació el 7 de Febrero de 1877 en Cranleigh (Surrey) en el seno de una familia intelectualmente activa, pues ambos padres trabajan en el mundo de la educación: el padre, era profesor de arte en un colegio privado; y su madre, jefa de estudios en la escuela de magisterio del Lincoln Training College.

Desde pequeño los padres conocían la potencia intelectual de su hijo: con dos años ya escribía números del orden de dos millones. A los doce años Hardy ya era consciente de su inteligencia.

Estudió en el centro privado Winchester College, a unas cincuenta millas de su casa. Allí obtuvo una beca por un trabajo en matemáticas realizado en Cranleigh. Winchester fue la puerta para llegar al Trinity College de Cambridge en 1896.

Como muchas veces pasa en la vida, un pequeño hecho insignificante marca una decisión que cambia tu vida. A finales del último año en Winchester, Hardy leyó un pequeño libro titulado *A Fellow of Trinity* (un profesor en el Trinity) que relataba el paso por la universidad de Cambridge de dos amigos. El libro termina con una escena en la *Senior Combination Room* (similar a una sala de profesores) que marcó la decisión de ir al Trinity College y no al New College, centro que correspondía a los estudiantes de Winchester.

El Trinity College podía ser un lugar inhóspito para una persona no acostumbrada al formalismo inglés. Por aquel entonces era obligatoria la asistencia a la capilla, lo cual supuso un conflicto para Hardy. No por el hecho de creer o no en Dios, esa decisión la tuvo clara desde mucho tiempo antes, sino más bien por el hecho de que el rector le obligara a escribir a sus padres, profundamente religiosos, contándoles su decisión. Hardy siempre tuvo esa espina clavada y nunca asistió a ningún acto celebrado en la capilla por muy significativo que fuera.

Por otro lado, el sistema Cambridge está impregnado de un fuerte carácter competitivo, realizando

pruebas para aplicar una justicia intelectual que pusiera a cada alumno en su lugar. Una de ellas eran los exámenes del *Mathematical Tripos* (similar a un examen final de licenciatura), exámenes de una gran dificultad técnica pero muy aburridos para un matemático creativo. Los mejores alumnos son llamados Wranglers, y son elegidos automáticamente *Fellows* (profesores).

A los 19 años, Hardy fue enviado al preparador R. R. Webb para superar las pruebas Tripos. El señor Webb conocía todos los trucos y estilos de los examinadores y Hardy descubrió que pasar el examen consistía simplemente en entrenarse. El señor Webb no tenía ningún interés por las matemáticas y Hardy siempre recordó que no quedó el primero sino el cuarto Wrangler en 1898.

La frustración fue tremenda y buscó a un profesor que le enseñara auténtica matemática. Por suerte encontró al profesor A. H. Love quien le recomendó leer el famoso *Cours d'analyse* de Jordan, hecho que cambió su forma de ver las matemáticas. Dos años después se presentó a la segunda parte de los Tripos y consiguió el ansiado puesto de Fellowship.

A los 23 años Hardy podía sentirse despreocupado de su futuro, un profesor del Trinity podía vivir de forma holgada si llevaba una vida normal.

Principio de Hardy-Weinberg

A principios de 1908 Hardy enuncia la ley que describe como se propagan las proporciones de rasgos genéticos dominantes y recesivos en una población grande.

En enero de 1908, el físico y médico alemán Wilhelm Weinberg presentó en una conferencia las mismas ideas que Hardy. Sin embargo, las actas de ese congreso no se publicaron hasta finales de 1908. En ese periodo de tiempo apareció el artículo de Hardy.

La ley afirma:

«En una población suficientemente grande en la que los apareamientos se producen al azar y que no se encuentra sometida a mutación, selección o migración, las frecuencias genéticas y genotípicas se mantienen constantes de una generación a otra».

Dejé la cafetería y me dirigí al campo de cricket dando un paseo. Los recuerdos de los días de facultad se agolpaban en mi cabeza. Es curioso como el paso del tiempo tamiza los recuerdos: mi paso por la universidad fue duro y sin embargo solo me vienen a la cabeza pasajes entrañables.

Atravesé Parker's Piece y llegué al campo de cricket. De pronto, recordé, saqué mi cartera y ahí estaba el carnet del Club de Cricket, un poco amarillento por el paso del tiempo, pero aún se veía perfectamente el número de socio y la fecha expedición, 10 de octubre de 1922.

Después me dirigí a la biblioteca de forma automática, como si aún fuese estudiante.

Durante sus primeros años como profesor en Cambridge, Hardy escribió sobre la convergencia de series e integrales, artículos que le prepararon para la publicación en 1908 de *A course of pure mathematics*, un libro revolucionario en aquella época que explicaba de forma rigurosa los conceptos básicos de teoría de números y funciones para los estudiantes de primer año. Hubo un antes y un después de esa obra.

Sin embargo, en muchos textos aparecía como una de sus mayores contribuciones la ley de Hardy-Weinberg sobre genética.

En 1910 ya había acumulado bastantes méritos académicos y fue nombrado miembro honorífico de la Royal Society.

Littlewood y Ramanujan

Hardy tenía un apartado especial en la biblioteca, en la sección de análisis existían decenas de copias de su curso de análisis, pero además junto a él también estaban sus publicaciones con Littlewood y Ramanujan.

La colaboración con J. E. Littlewood comenzó en 1911 y es conocida como la colaboración matemática más famosa del mundo. Duró 35 años. Ambos matemáticos trabajaron de forma intensa en numerosos campos de la matemática: sumas de series divergentes, la función zeta de Riemann, números primos, etc.

Hardy nunca contó nada sobre como conoció a Littlewood. Esa colaboración es todo un misterio, ambos preferían tener contacto por carta y se comenta que establecieron un conjunto de axiomas para su comunicación:

1. No importaba si lo que escribían el uno al otro era correcto o no.
2. No había obligación de responder o leer una carta enviada.
3. No debían pensar en los mismos aspectos de un problema.
4. Todos los artículos irían bajo el mismo nombre conjunto sin importar lo que cada uno hubiera contribuido.

La colaboración con Littlewood fue muy fructífera para ambos y sobretodo para la matemática inglesa, que estuvo en el primer nivel durante muchos años.

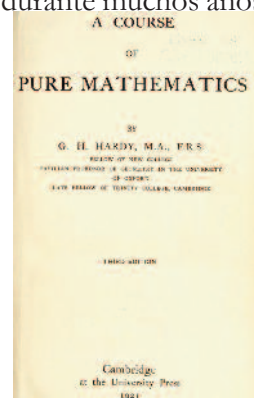
Conjetura de Hardy-Littlewood

Si denotamos $\pi_2(x)$ como al número de primos p menores que x tales que $p+2$ también es primo, y la constante de los números primos C_2 como el siguiente producto de Euler:

$$C_2 = \prod_{p \geq 3} \frac{p \cdot (p-2)}{(p-1)^2} \approx 0,660161181\dots$$

La conjetura establece que:

$$\pi_2(x) \approx 2C_2 \int_2^x \frac{dt}{(\log t)^2}$$



Un curso de matemática pura, de G. H. Hardy

Hardy siempre reconoció que de los dos, Littlewood era quien tenía mayor poder creativo, afirmando que no conocía a nadie que pudiera disponer de tal combinación de penetración, técnica y fuerza.

La I Guerra Mundial se acercaba y el ambiente en Cambridge comenzó a cambiar. Muchos de sus compañeros del Trinity estaban a favor de la guerra. Sin embargo, Hardy, como Russell y otros amigos próximos, sentía un profundo respeto hacia Alemania por el gran número de matemáticos que había dado y siempre defendió que la guerra debía de haberse evitado. Aún así, Hardy trató alistarse como voluntario en el plan que el ministro de defensa E. S. Derby diseñó para organizar un ejército de voluntarios, pero fue rechazado por motivos médicos.

Littlewood dejó Cambridge para alistarse en la artillería real donde trabajó en balística como segundo teniente mientras que Russell fue desposeído de su plaza de profesor de forma traumática.

Poco a poco Hardy se quedaba solo en Cambridge, aislado por su forma de pensar y sin sus amigos más próximos.

Por suerte para Hardy, poco antes de empezar la guerra, a principios de 1913, recibió un extraño sobre en su despacho procedente de la India. Hardy ya era un matemático reputado, conocido mundial-

mente y estaba acostumbrado a recibir todo tipo de trabajos matemáticos. Dejó lo que parecía ser un montón de teoremas escritos en un inglés poco ortodoxo sobre la mesa.

Hardy tenía una rutina diaria muy particular: leía el Times y estudiaba los resultados de los partidos de críquet mientras desayunaba, después estudiaba unas cuatro horas por la mañana, periodo máximo que consideraba como límite de concentración de un matemático, comía en el comedor del College y después jugaba un partido de tenis. Luego, regresaba dando un agradable paseo.

Pero ese día, no pudo quitarse de la cabeza los teoremas que había leído en esa carta. No los conocía y además parecían resultados de un gran calado. Esa noche mandó a Littlewood un mensaje para verse después de cenar. Juntos, y cada uno con sus cualidades, decidieron que lo que había recibido Hardy era producto de un genio.

Al día siguiente, Hardy decidió que el autor de esos resultados, Srinivasa Aiyangar Ramanujan debía estar en Cambridge. El



Números de Hardy-Ramanujan

Hardy cuenta que un día que visitó a Ramanujan en el hospital le comentó que la matrícula de su taxi era 1729, un número bastante insulto. Ramanujan contestó: «No, Hardy. Es un número muy interesante, ya que es el más pequeño que se puede expresar como la suma de dos cubos de dos formas diferentes»:

$$1729 = 12^3 + 1^3 = 10^3 + 9^3$$

Actualmente se conocen como los números taxi-cab, es decir, los menores enteros positivos que se pueden expresar como la suma dos cubos de n formas diferentes. Así se tiene la serie $Ta(n)$.

$$\begin{aligned} Ta(1) &= \{2, 9, 16, 28, 35, 54, 65, 72, 91, 126, \dots\} \\ Ta(2) &= \{1729, 4104, 13832, 20683, \dots\} \\ Ta(3) &= \{87539319, 119824488, 143604279, \dots\} \\ Ta(4) &= \{963472309248, 12625136269928, \dots\} \end{aligned}$$

Trinity no puso ninguna objeción, tenía una política muy clara hacia los talentos y Ramanujan llegó a Inglaterra en 1914.

Hardy sabía que estaba ante un genio, sin embargo tuvo que ejercer de preparador al estilo Tripos, pues Ramanujan carecía de todo formalismo matemático. Juntos escribieron cinco artículos del más alto nivel matemático. En 1917 Ramanujan fue nombrado miembro de la Real Society y profesor del Trinity College.

Su presencia alivió un poco la vida de Hardy en Cambridge durante la guerra. Pero Ramanujan estaba enfermo de tuberculosis y murió dos años después de acabar la guerra en su India natal.

La pérdida de Ramanujan provocó mucha tristeza en Hardy y en 1919 aceptó la cátedra Savilian ofrecida por la universidad de Oxford. Según Hardy, entonces comenzó su mejor periodo creativo.

El New College de Oxford fue un respiro para él, asfixiado por el ambiente enrarecido por la guerra de Cambridge. En Oxford sintió verdadera libertad, pues se admitían sus excentricidades, como por ejemplo, no permitir que le hicieran foto-

grafías o no tener espejos en su habitación, siempre había gente dispuesta a entablar una agradable conversación después de la cena, nadie parecía preocuparse por la gran foto de Lenin que tenía en su habitación. Durante esos años, Hardy se sintió admirado y estimado en Oxford.

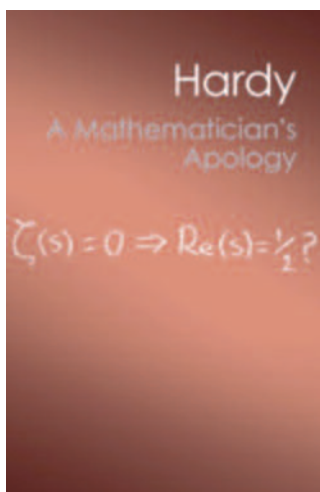
Motivado por ese ambiente aceptó en 1924 el cargo de presidente de la Asociación de Trabajadores Científicos. Durante dos años ejerció, según él, «el cargo de miembro menos práctico de la asociación menos práctica del mundo».

A finales de los años 20, Hardy comenzó a pensar en su retiro. Oxford tenía la norma de retirar la cátedra al llegar al límite de edad y por tanto Hardy no podría quedarse en el New College. En 1931 decidió volver a Cambridge ocupando la cátedra Sadleirian.

Apología de un matemático

En 1939, Hardy sufre una trombosis coronaria que cambió su estilo vida de forma radical. De repente, tuvo que dejar de jugar al tenis, al squash y, por supuesto, al críquet.

Hardy sintió como su poder creativo se desvanecía poco a poco. Además tuvo que volver a ver como



Versión original de *Apología de un matemático*



Hardy y Littlewood

Inglaterra volvía a participar en otra guerra, guerra que al igual que la anterior consideró injusta.

Paseando por los pasillos de la biblioteca descubrí de forma casual entre varios libros, *Bertrand Russell and Trinity*, una obra donde Hardy relata los problemas que tuvo Russell en el Trinity College y los motivos por los que fue expulsado.

Deprimido por todo ello comenzó a escribir uno de sus libros más famosos: *Apología de un matemático*. Se trata de una visión muy personal sobre la labor de un matemático en la que Hardy reflexiona sobre su motivación, su plenitud y su decadencia intelectual, sobre matemáticas de profundidad, sobre su inutilidad.

Dejé la biblioteca y me dirigí a la Senior Combination Room, quería saludar a algunos amigos. Allí me encontré con el profesor Robertson, quien me comentó que se dirigía a ver a Hardy a la clínica Evelyn, pues había intentado suicidarse tomando barbitúricos. Me pidió que le acompañara.

Ese verano comenzó la gira del equipo sudafricano de críquet por Inglaterra, jugarían cinco *test match*. El equipo inglés estaría capitaneado por Alan Melville, conocido de Hardy por haber jugado en Oxford.

Decidí empezar la conversación hablando de él.

—Buenos días profesor.

Poco antes de morir, en diciembre de 1947, Hardy fue galardonado con la medalla Copley de la Royal Society, «por su distinguida participación en el desarrollo del análisis matemático en Inglaterra durante los últimos 30 años».

Referencias bibliográficas

- LEAVITT, D., 2007, *The Indian Clerk*, Bloomsbury.
- HARDY, G. H., 1999, *Apología de un matemático*, Nivola, Madrid.
- DURÁN, A. J., 2000, «G. H. Hardy: el quinto mejor matemático puro de su tiempo», en *Las matemáticas del siglo XX: una mirada en 101 artículos*, *Números*, 43-44, 65-68.
- SÁNCHEZ, J. M. (2011), «Riemann y los números primos», *Pensamiento matemático*, 1, 1-32.
<http://www-history.mcs.stand.ac.uk/Biographies/Hardy.html>

JOSÉ LUIS MUÑOZ CASADO
IES Gran Capitán (Madrid)
<tercermilenio@revistasuma.es>