

# Visualizar las fracciones

CARME BURGUÉS FLAMARICH

Queridos lectores de SUMA, en esta ocasión les presento diversas páginas que ofrecen materiales, manipulables virtualmente, que pueden contribuir a la comprensión y el manejo de las fracciones.

Se trata de los interactivos *Illuminations*, *National Library of Virtual Manipulatives* (NLVM) y *Visual Fractions* a los que se accede, respectivamente, en las siguientes webs:

<http://illuminations.nctm.org>

<http://nlvm.usu.edu>

<http://www.visualfractions.com>

*Illuminations* es una web del *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), la asociación de docentes de matemáticas de los EEUU sobradamente conocida. Es de uso gratuito *on line* (imagen 1).

*National Library of Virtual Manipulatives* es un proyecto dependiente de la *Utah State University* subvencionado por la *National Science Foundation* desde 1999. Es gratuita *on line* y está disponible en varios idiomas, entre ellos el castellano (imagen 2).

*Visual Fractions* es una página de Richard Rand colgada en el programa MERLOT (*Multimedia Educational Resource for Learning and Online Teaching*) de la *California State University* e igualmente gratuita (imagen 3).

Vale la pena...

Como de costumbre justificaré mi elección basándome en la utilidad que los recursos puedan tener para los educadores matemáticos sumamente comprometidos con la mejora del aprendizaje y de la enseñanza de las matemáticas.

En lugar de una lista de lamentaciones de lo que, tal vez, no se hace bien en la enseñanza de las fracciones y ¡de los números racionales!, me parece más útil reflexionar sobre aspectos esenciales en la comprensión y manejo de las mismas. Hay tres ideas imprescindibles: unidad, representación y significados.

Ya desde los primeros cursos de Primaria los alumnos conviven con dos ideas de unidad, la unidad de la serie natural relacionada con la idea de siguiente y con la del grupo – unidad relacionada con la idea de decena, centena, ... que estructura el sistema de numeración decimal.

Esta idea de grupo-unidad se amplía al introducir la multiplicación como el recuento de grupos iguales. También se trabaja la idea de unidad de medida de longitud como aquel patrón que cabe  $n$  veces en una longitud mayor. Es decir, ya ha tenido contacto con diferentes aproximaciones de unidad antes de afrontarlo en el caso de las fracciones, lo que no implica que haya relacionado estas situaciones bajo una idea común.

Habitualmente se inicia el concepto de fracción como una relación entre un todo o unidad y una parte de la mismo, lo que implica que la idea de unidad y la de partir en partes iguales sean muy relevantes. Con la dificultad añadida de una unidad

cambiante, y la expresión de la relación parte-total con números naturales con significado inverso del denominador. Es decir, cuanto mayor es el número de partes que se hacen, menor es el valor de cada parte. En este inicio de las fracciones, el alumno debe llegar a entender que un tercio, por ejemplo, tiene un valor diferente según al todo al que se refiera y que es mayor que un octavo si el todo es común.

Fijémonos en que este concepto de unidad lleva a los alumnos a una idea opuesta a la de grupo-unidad relacionada con los órdenes de magnitud (unidad, decena, centena, unidad de mil, ...) o con el producto (6 grupos de 7 son 42). Ahora la unidad es mayor que las partes (es el caso de fracciones propias, por donde se inicia el tema).

La segunda idea clave es que las fracciones admiten múltiples representaciones simbólicas: una infinidad de fracciones equivalentes, la expresión decimal y sobre la recta numérica.

2  
SUMO<sup>+</sup>  
75



Imagen 2. NLVM

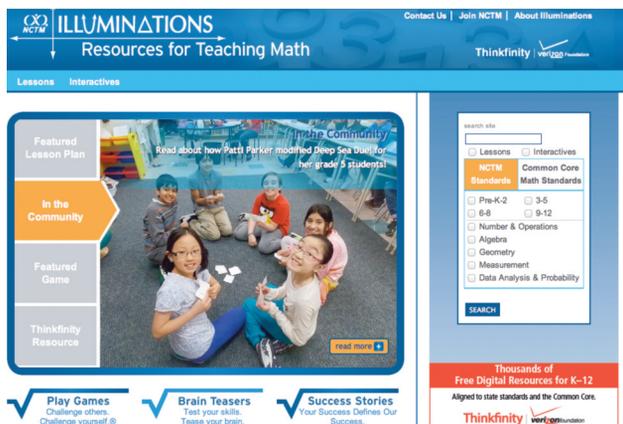


Imagen 1. Illuminations

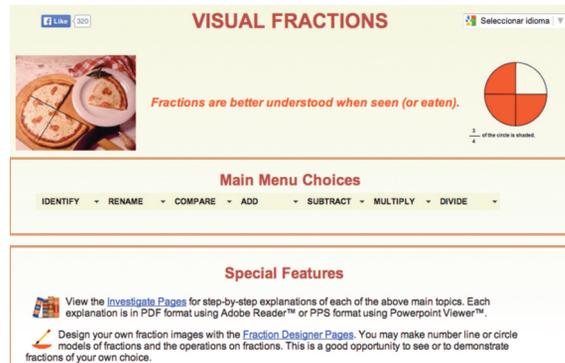


Imagen 3. Visual Fractions

Si se trata de representaciones menos abstractas como materiales manipulables o visuales, tenemos opciones diferentes desde el punto de vista del alumnado: de tipo geométrico (superficiales, lineales) y colecciones de objetos. Éstas deben dar sentido a las anteriores y proporcionar herramientas de reflexión sobre la comparación de fracciones.

En tercer lugar, hay que considerar los posibles significados de una fracción según el contexto a que se refiera. A nivel de la Educación Primaria se trabajan los significados de relación parte-todo, medida, cociente, y operador. En la etapa secundaria se añade razón (que ya aparece en un caso particular en EP, el tanto por ciento) tanto en el caso aritmético como geométrico, en estadística y en probabilidad, crece el uso de fracción como operador, el cociente se extiende al lenguaje algebraico, etc.

En cada escenario el alumno debe expresar las relaciones en forma de fracciones, reconocer equivalencias y operar con ellas. En este último caso, el sentido de las operaciones es bastante parecido al de las operaciones con naturales, sin embargo los algoritmos son diferentes y admiten interpretaciones diferentes. Por ejemplo, el producto admite el mismo sentido de área que en los números naturales (rectángulo de lados  $a/b$  y  $c/d$ , producto  $ac/bd$  del rectángulo tomado como unidad) o bien  $a/b$  de  $c/d$  (fracción de fracción).

El alumno debe llegar a ver que las fracciones nos permiten resolver problemas que no son resolubles con naturales o enteros y, en el caso de la ESO, llegar a comprender en parte, que entre dos fracciones o dos racionales hay una infinidad de fracciones o racionales intermedios.

Atendiendo a la complejidad de todo lo anterior, el proceso de aprendizaje de las

fracciones y racionales debe planificarse cuidadosamente, cuidando especialmente su inicio, sin prisa y sin suponer generalizaciones que no se dan espontáneamente en los alumnos. Sin exagerar diría que debemos poner el mismo cuidado que cuando introducimos los naturales a los cinco años.

Por esta razón el uso de materiales manipulables es esencial. El alumno debe poder experimentar partiendo en partes iguales, comparando las partes, reuniéndolas, etc. Pueden ser objetos o materiales especialmente concebidos para el estudio de las fracciones, en sus dos versiones real o virtual. Las aplicaciones on-line que he seleccionado permiten experimentar y razonar. Animaran a los alumnos al uso de múltiples representaciones, a resolver de modos diversos, facilitarán las explicaciones de significados, siempre que ustedes lo hagan posible. Pueden sacar ideas para actividades con materiales manipulables reales o, mas adelante, usarlas en lugar de los mismos.

En *Illuminations* deben buscar *Interactives* en el menú superior. Llegaran a una lista de aplicaciones, de todos los temas (¡aprovechen para mirar algunas!).

Las mejores para el caso de fracciones son *Equivalent fractions* y *Fraction Models*.

En la primera, se obtienen fracciones equivalentes. Se puede elegir el denominador y tantear con el numerador hasta obtener o no una equivalente. Una recta numérica permite ver como nos vamos aproximando a la fracción inicial. También se puede elegir la primera fracción. Las formas geométricas pueden ser círculos o cuadrados (imagen 4).

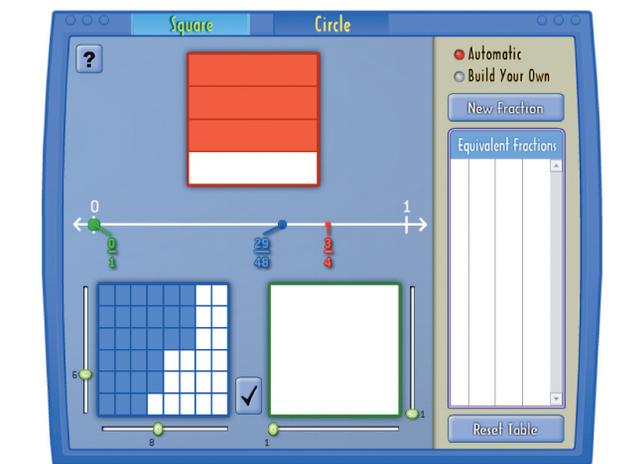


Imagen 4. *Equivalent Fractions*

En la segunda es posible conectar un buen número de representaciones: fracción, forma mixta, decimal, porcentaje, y gráficamente mediante longitud, área circular o rectangular, o un conjunto. Se puede elegir numerador y denominador en las escalas graduadas de la parte inferior (imagen 5). Se pueden guardar los casos estudiados en la tabla lateral.



Imagen 5. *Fraction Models*

4  
SWMO<sup>+</sup><sub>75</sub>

En la web del NLVM, deben elegir en el índice el cuadro «Números y Operaciones» para 6-8 (recuerden que se puede abrir en castellano). Algunas aplicaciones se repiten para ciclos diferentes. Aunque hay más aplicaciones sobre fracciones, me referiré solamente a algunas.

«Fracciones equivalentes», «Fracciones comparar», «Fracciones adición» y «Barras de fracciones» permiten visualizar la obtención de fracciones equivalentes y comprobar su escritura y valor. «Multiplicación rectangular de fracciones» (imagen 6) nos da un instru-

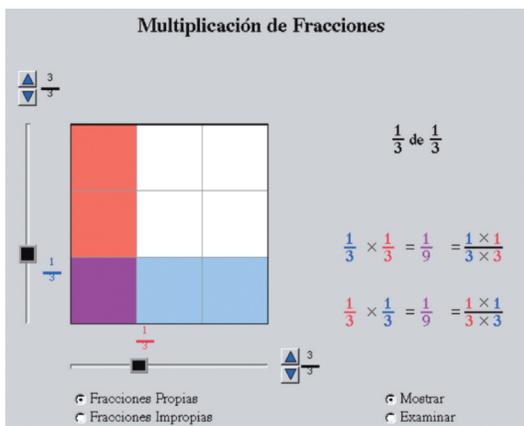


Imagen 6

mento para interpretar la multiplicación como un área en una cuadrícula marcada por los numeradores y denominadores de las fracciones que se multiplican.

En el caso de *Visual Fractions* las aplicaciones están organizadas según siete menús: Identificar, renombrar, comparar sumar, restar, multiplicar y dividir. En cada caso hay diversas opciones relativas a las características de la fracción, a los tipos de representación o a los tipos de actividad. En el SITE MENÚ al que pueden acceder desde el cuadro inicial de *Special Features* encontrarán la lista de todas las posibles opciones. En general, hacen que el alumno tome decisiones y experimente. La mayoría son interesantes, no es sencillo escoger algunas solamente. Busquen sobre los temas mas conflictivos para sus alumnos. En cada caso encontrarán instrucciones y una lista de las ideas clave que se trabajan.

Son muy interesantes los juegos que plantea, por ejemplo *Find Grammy*: hay que estimar la fracción de la valla por donde se esconde la abuela (imagen 7). Es necesario «ver» que **partede** la valla representa y dar la fracción. No es sencillo puesto que la fracción no tiene numerador 1 necesariamente (imagen 8).



Hay algunas páginas que son interesantes aunque no ofrecen tanta riqueza en las propuestas. Por ejemplo, las de Cynthia Lanius, *No matter what shape your fractions are In*.

<http://math.rice.edu/~lanius/Patterns/>

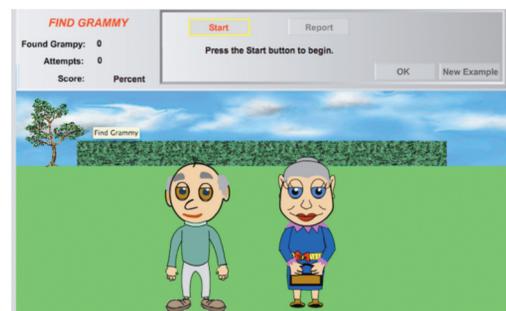


Imagen 7. *Find Grammy*

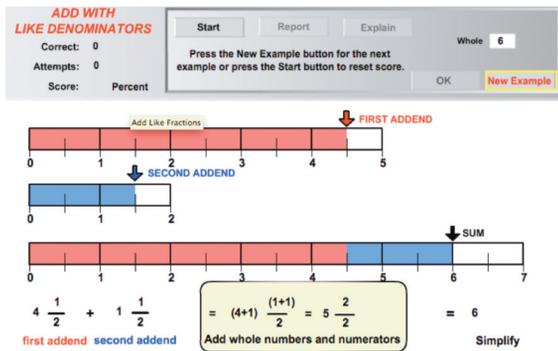


Imagen 8

En ésta, con materiales manipulables, se trabaja la idea de unidad independientemente de la forma que tenga. Incluye un apartado de orientaciones para el maestro. Si quieren manipular virtualmente los materiales tienen una aplicación para hacerlo en *Illuminations Interactives (Pattern blocks)*. También es interesante para introducir el concepto de razón, su página *Ratios*, con contenidos mas cercanos a la ESO:

<http://math.rice.edu/~lanius/proportions/index.html>

También merece la pena la página de *Kid Cookies*:

<http://www.teacherlink.org/content/math/interactive/flash/kidsandcookies/kidcookie.php>

donde se reparten efectivamente, aunque de modo virtual, galletas entre niños. Está en castellano, lo que facilita el uso directo de los alumnos. Se favorecen los distintos métodos de efectuar el reparto y de expresar la fracción que resulta.

Interesante también la que trabaja con regletas *Cuisenaire* los conceptos básicos, exceptuando producto y cociente:

<http://teachertech.rice.edu/Participants/silha/Lessons/cuisen2.html>

Espero que estos recursos les sirvan para favorecer la comprensión de este tema complejo, pero necesario para la educación matemática de los alumnos.

Para terminar una historieta sobre el tema:

Un número infinito de matemáticos entra en un bar. El primero pide una cerveza; el segundo, media cerveza; el tercero, un cuarto de cerveza. De pronto, el camarero dice «¡sois tontos!» y sin esperar más sirve dos cervezas.

Desde luego espero que no estén entre los  $5/4$  de las personas que no entienden los chistes sobre fracciones. Y, por supuesto, menos aún entre los  $3/2$  de los que tienen problemas en comprenderlas.

CARME BURGUÉS FLAMARICH  
Universitat de Barcelona  
<valelapena@revistasume.es>