suma+ 68
Noviembre 2011, pp. 117-124

Azar y probabilidad

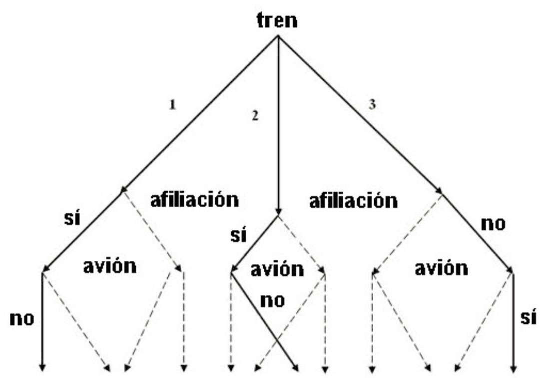
La Probabilidad, ese tema que tan a menudo en Secundaria queda postergado por estar al final del libro de texto, es sin embargo uno de los rostros de las matemáticas que más veces aparece en nuestras vidas y más se muestra en el cine, que intenta reflejarlas.

Azar vs. destino

La primera cuestión que cabe plantearse al respecto, y el cine lo hace con profusión, es filosófica: ¿existe el azar o estamos abocados a un destino? La respuesta puede orientar nuestras vidas. La tragedia griega clásica recurrió al destino, lo que implicaba fatalmente la negación de la libertad individual. Sin embargo, en la película *Big Fish* (Tim Burton, 2003) se ofrece un enfoque diferente del destino cuando éste es conocido. El personaje principal tiene acceso a la visión de su propia muerte, lo cual le lleva a encarar la vida con optimismo y valentía, a sentirse más libre. ¿Qué miedo podía tener a situaciones y decisiones atrevidas si sabía que su final estaba aún por llegar?

Desde nuestra ignorancia del futuro, parece que aceptando el azar la libertad queda a salvo, aunque limitada por los caprichos de la fortuna. Escribe Pascal Mercier: “El verdadero director de escena de nuestra vida es el azar; un director lleno de crueldad, de misericordia y de encanto cautivador” (*Tren nocturno a Lisboa*). Es la idea que preside desde la primera escena *Match Point* (Woody Allen, 2005).

En *El Azar* (*Blind chance*. Krzyzstoff Kieslowski, 1982) se escenifica esa tesis mediante la ficción hipertextual que anticipara Borges[1]. Ficción donde el argumento no es lineal, sino que tiene una estructura arbórea que admite varios recorridos o desarrollos posibles. Asistimos a tres versiones distintas de lo que hubiera sido la vida del protagonista según hubiera cogido o no un tren hacia Varsovia. Un acto insignificante, sujeto a circunstancias externas, decide su futuro. En una versión, sube al tren; se afilia al Partido Comunista gobernante y vive su decadencia; al final no llega a tomar un vuelo. En otra, pierde el tren y tiene un conflicto en la estación; se hace católico e ingresa en una organización clandestina; tampoco consigue tomar un avión. En la tercera, perder el tren le trae el amor; se hace médico y se mantiene alejado de la política; embarca finalmente en un vuelo donde le espera un trágico azar. Se presentan 3 posibles desarrollos (trazos continuos del diagrama[2]) y en cada uno de ellos hay 3 disyuntivas (tomar el



José María Sorando Muzás
IES Elaios, Zaragoza
decine@revistasuma.es

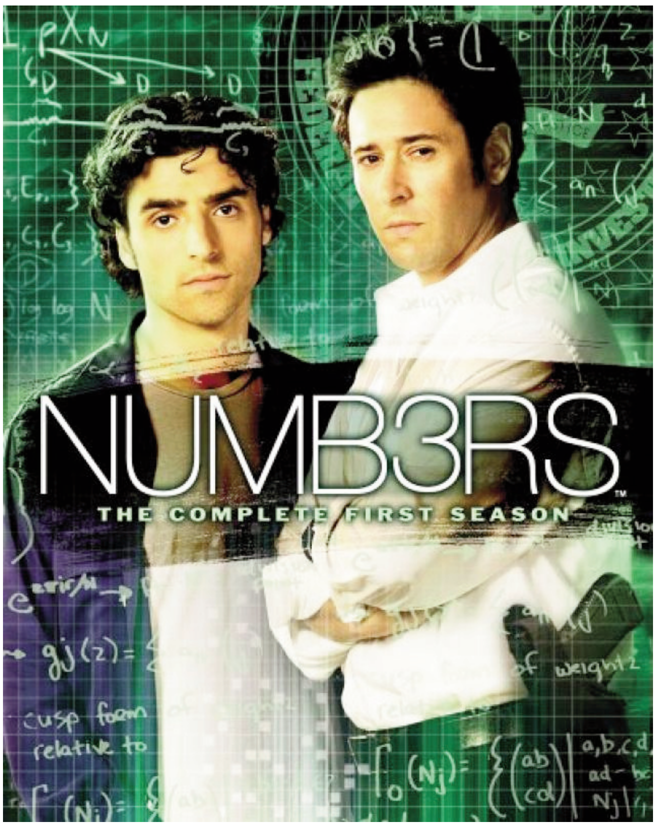
tren, oferta de afiliación y viaje en avión). Queda abierta para el espectador la exploración del resto de ramas (trazos discontinuos) en un diagrama arbóreo de 12 posibles argumentos.

Hay, por otro lado, un género de películas en las que una sucesión de hechos aparentemente independientes crean las condiciones para llegar a la situación dramática. En *Babel* (Alejandro González Iñárritu, 2006) las acciones de personajes en lugares tan distantes como EEUU, Marruecos, Japón y México, están interconectadas a pesar de que ellos no se conozcan entre si. En esos casos, según Manuel Arias[3]: "Nuestra mirada es creadora de destino". Se buscan conexiones entre lo azaroso hasta tejer un hilo conductor que llamamos destino. La mirada retrospectiva convierte así la casualidad en causalidad.

Volviendo a Borges[4], tal vez, como en *La lotería de Babilonia*, la vida se construya sobre una sucesión permanente de sorteos, que regulan cualquiera de sus aspectos, y no sea otra cosa que "un infinito juego de azares".

Qué es el azar

Si hemos aceptado el azar, ¿cómo distinguirlo? En matemáticas lo identificamos, en oposición al determinismo, con la ausencia de pautas que nos puedan permitir predecir hechos futuros, algo que no se debe confundir con la ausencia de pautas casuales en lo que ya ha sucedido, ni tampoco con una obligada dispersión de los sucesos.



En el *Episodio piloto* de la serie *Numbers* (2005), el matemático Charlie Eppes acude a la central del FBI donde trabaja su hermano Donald para exponer, a partir de las localizaciones de varios crímenes en serie, un mapa de zonas de probabilidad del lugar donde puede vivir el asesino.

–Charlie: A la hora de elegir lugares para atacar o arrojar un cuerpo, el asesino buscará zonas que parezcan elegidas al azar. No quieren que vds. saquen conclusiones sobre dónde vive o qué zonas frecuenta.

–Donald: Claro…

–Ch: ¿Saben? Haremos una demostración elemental. Bueno, ayúdenme a retirar esta mesa, vamos a desplazar esto… (dejan libre la sala) y vds. acérquense. Distribúyanse al azar por esta zona de aquí. (Todos se reparten por la sala).

–Ch: Así está muy bien, pero ¿saben? Han hecho una cosa. Vds. se han distribuido a intervalos regulares, mientras que algo hecho al azar incluiría amontonamientos. Porque es difícil elegir conscientemente una secuencia al azar. El criminal lo ha intentado, pero, como vds, ha terminado con unos intervalos similares.

–Agente: Ha terminado formando unas pautas en su afán por evitarlas.

–Ch: Sí, sitios alejados adrede de un lugar que no está marcado en su mapa, pero que sí está en la mente del asesino. Es decir, su casa. Y aquí tenemos (señala el mapa) la probabilidad de cada zona de ser la base del sujeto.

Enlace: http://vimeo.com/26738195

En efecto, el azar no excluye el agrupamiento de resultados. Está muy extendida la creencia contraria, según la cual, por ejemplo, no pueden salir números consecutivos en la Lotería Primitiva. En *El hombre que copiaba*[5] (*O homem que copiava.* Jorge Furtado, 2002) se escenifica ese prejuicio. Dos amigos se reúnen en la calle, cuando uno sale de una oficina de apuestas.

–¿Qué? ¿Todo bien?

–Todo bien.

–¿A qué números jugaste?

–A los primeros.

–¿Cómo a los primeros?

–1, 2, 3, 4, 5 y 6.

–¿Estás de broma? No jugaste eso, ¿no? ¿Y ella no desconfió?

–¿Desconfiar de qué?

–¡Nadie juega 1, 2, 3, 4, 5, y 6! ¡Nunca van a salir esos números!

–Es igual que otros, las mismas posibilidades[6].

–No, es imposible que salgan seis números seguidos.

–Es tan imposible como cualquier otro.

–Y ahora, ¿qué vas a jugar? ¿2, 4, 6, 8, 10, 12?

–Buena idea.

Enlace: http://vimeo.com/26740291

Con un sentido no numérico, sino espacial, encontramos la misma idea en *La Ciencia del sueño*[5] (Michel Gondry, 2006). Los protagonistas están preparando una decoración con papeles de colores.

–Ella: Deberías poner más blancos, más papeles blancos.

–Él: Sí (los va repartiendo).

–Ella: No, un poco más a la izquierda. La aleatoriedad es muy difícil de conseguir. Si no tienes cuidado, la organización siempre vuelve a colarse.

–Él: Muerte a la organización.

Enlace: http://vimeo.com/2389261

Se confunde el azar con un desorden deliberado; pero si la voluntad interviene en los resultados, ya no hay azar.

Juegos de azar, racionalidad y riesgos

Decía Albert Einstein (1879 – 1955): "La mejor forma de ganar dinero en un casino es asaltándolo". Con humor, recordaba que, por muy racional que sea nuestro análisis probabilístico, nunca nos garantiza que el azar nos vaya a ser favorable. Es más, éste puede sonreír a quien ignora del todo esos análisis. También con gracia, se expresaba en un diálogo de *Mañana será otro día*[7] (Jaime Camino, 1967):

–Las quinielas, cuando se hacen con lógica, siempre se aciertan. Es un problema matemático. Es un problema de factores combinatorios y de probabilidad.

–¡Pues mira que gana cada paleto a las quinielas!

Los juegos de azar legales organizados (loterías, casinos, quinielas, etc.), no son equitativos, son de esperanza no nula. Tal y como están reglamentados, la esperanza matemática del jugador es negativa, mientras que la esperanza de la banca es positiva. Recordemos que la banca juega siempre, con lo que la Ley de los Grandes Números actúa a su favor, convirtiendo esa esperanza de ganancias en práctica certeza. Saberlo nos permite remedar a Einstein así: "La mejor forma de ganar dinero en un casino sin delinquir es ser el dueño del casino". O también así: "La mejor forma de no perder dinero en un casino es no jugar".
Y sin embargo, personas nada simples se aferran a la esperanza (no matemática) en el azar. La escena precitada de *Numbers*, continúa de esta forma:

–Charlie: Hay un 87% de probabilidades de que (el asesino) viva ahí (señala una zona del mapa).

–Comisario: Yo no sé mucho de matemáticas, pero esto no tiene sentido para mí.

–Ch: Tiene más sentido que esto (saca del bolsillo de la camisa del comisario un boleto de lotería).

–C: Si no compras, no te puede tocar.

–Ch: Es cierto. Sin embargo, las probabilidades de que tenga premio son de 1 entre 41 millones. O sea que, si comprara 20 billetes a la semana, le tocaría la lotería una vez cada 40.000 años.

–C: ¿De verdad?

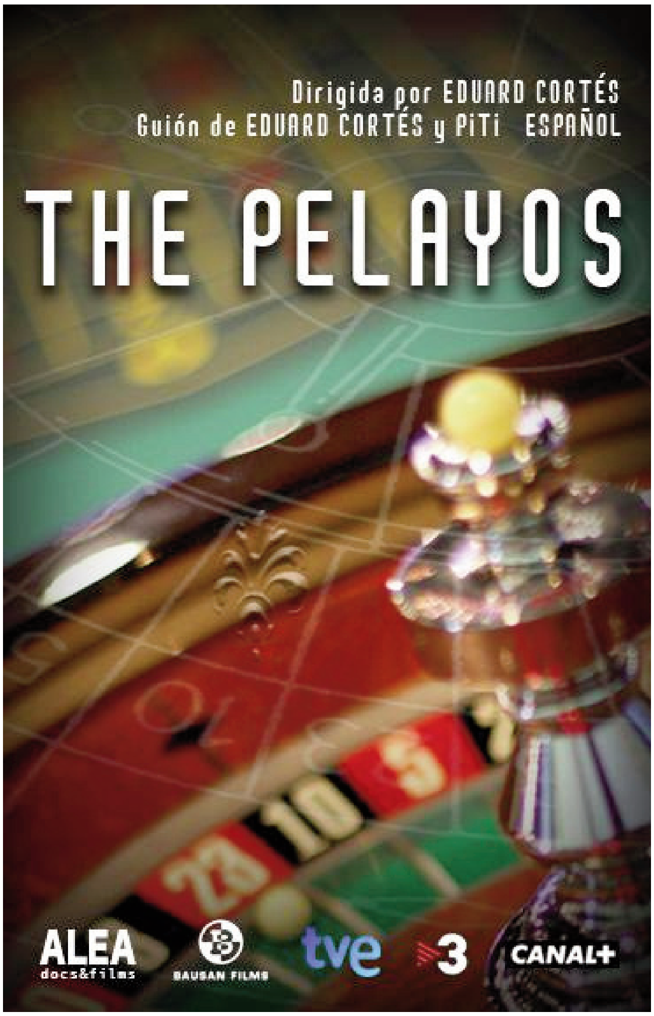
–Ch: Sí, teoría básica de probabilidades.

Enlace: http://vimeo.com/26738195

Las matemáticas aplicadas a los juegos de azar ilegales nos pueden llevar por una vía peligrosa. En *Un tipo serio* (Joel y Ethan Cohen, 2009) Arthur, el hermano mayor de Larry, el serio profesor protagonista, trabaja incansablemente en una libreta que llama el *Mentaculus,* un mapa de probabilidades del Universo que luego aplica en el juego. Es detenido en una partida ilegal de póker. Mientras se lo lleva la policía, Larry grita:

> –¡Son sólo matemáticas! ¡No pueden detener a nadie por las matemáticas!

Pero también en el juego legal las matemáticas tienen sus riesgos. Ya vimos que sus normas siempre favorecen al organizador. Pues bien, algunas de ellas son directamente antimatemáticas. Así, en el blackjack ¡se prohíbe contar las cartas! La película *21 Blackjack*[8] (Robert Luketic, 2008) narra la historia, basada en hechos reales, de un profesor de matemáticas del MIT y sus estudiantes más aventajados, quienes lograron ganar mucho dinero en Las Vegas usando sus conocimientos y sus capacidades en ese juego de casino.



El juego del blackjack consiste en competir contra la banca, no contra los otros jugadores. Se piden cartas hasta que el total de éstas sume 21, o se acerque lo más posible, sin pasarse de 21 (si se pasa, se ha perdido la mano). El jugador puede "plantarse" cuando quiera, pero el croupier (el casino) no puede hacerlo antes de haber llegado a 17, valor en el que se planta. El método se basa en contar las cartas que van saliendo; calcular en cada momento probabilidades sobre las que quedan por salir; saber si es más o menos probable que salga una carta alta y nos pasemos o no; y jugar en consecuencia, sabedores de la estrategia del croupier.

El método de "contar cartas" en el blackjack ya aparecía en la película *Rain Man* (Barry Levinson, 1988), a cargo de un "autista inteligente" con altas capacidades memorística y de cálculo, que eran explotadas por su desaprensivo hermano. La normativa de los casinos lo prohíbe; hay cámaras y software de reconocimiento facial que intentan detectar a los "infractores" habituales y fornidos empleados que los "disuaden" para abandonar. Esto no son fantasías cinematográficas[9] ni tampoco historias "made in USA".

En 2012 se estrenará *La fabulosa historia de los Pelayos* (*The Pelayo's*. Eduard Cortés, 2011). Los Pelayos son una familia española famosa por haber roto la banca en casinos de todo el mundo contraviniendo sus normas, que es decir sus intereses. ¿Cuál era su perseguida actividad?... registraban series largas de resultados hasta detectar alguna ruleta defectuosa[10]. Después, aplicando la Ley de Estabilidad de las Frecuencias, apostaban a los números más probables.

¡Quién nos iba a decir que razonar matemáticamente podía ser algo aventurero y arriesgado! Mejor será que no se enteren los padres de nuestros alumnos.

Cálculo de Probabilidades

Si bien es abundante la presencia del azar en los guiones cinematográficos, la del razonamiento probabilístico es escasa. La probabilidad de un suceso es una asignación numérica (en nuestro caso razonada) que expresa su factibilidad. Ante tantas situaciones inciertas, no debía ser tan extraño ver cómo los personajes asignan probabilidades y, a partir de ellas, toman decisiones… pero lo es. Lo habitual es que decidan desde la intuición o desde el prejuicio; y cuando en el cine vemos calcular probabilidades también lo usual son los errores. El error frente al caprichoso azar se convierte en ironía en *Fútbol Kung Fu* (*Shaolin Soccer - Siu lam juk kau*. Stephen Chow, 2001), una de tantas películas orientales del género de artes marciales. Un atareado ejecutivo es solicitado por sus amigos de juventud para volver a formar un equipo de fútbol. Responde airado:

–Por si fuera poco, nuestras posibilidades[6] (teclea en la calculadora) son mínimas. ¿Quieres que te diga la verdad? Nuestras posibilidades de ganar el próximo campeonato son exactamente de un 0%. Mira, para que entiendas, te voy a demostrar cómo opera el azar.

Tira una moneda al aire que, tras forcejeos, cae al suelo y se va rodando.

–¡Las posibilidades de ganar son las mismas de que la moneda caiga de canto!

–Déjame intentarlo, es muy probable que lo logre.

–¡Ya váyanse de aquí! ¡Estoy muy ocupado!

Cuando ha quedado solo, se agacha y ve con sorpresa que la moneda ha caído... de canto.

Enlace: http://www.vimeo.com/26954440

Tan habitual es el error que todos los ejemplos que he encontrado de escenas de películas con cálculos de probabilidades tienen –en mi opinión- fallos. Y eso los hace buenos para su uso didáctico, pues pocas cosas hay tan estimulantes como pillar el "gazapo" ajeno; lo cual sirve tanto para las siguientes escenas como para mis propios comentarios (soy consciente de ello y animo a los lectores a que lo hagan).

La asignación de probabilidad emana de la experiencia, pero no de cualquier manera. En *Chicago* (Rob Marshall, 2002), el abogado dice en la prisión a la homicida, que es su defendida:

–En 47 años, el Condado de Cook no ha ahorcado a ninguna mujer. Así, las apuestas están 47 a 1 a que no te ahorcarán.

Lo cual se puede traducir en: la probabilidad de que la próxima persona ahorcada sea una mujer es 1/48; y la de que sea un hombre, 47/48.

Razonar por cálculo de frecuencias relativas y "paso al límite" (si es viable con tantos casos como ejecutados hubo en esos 47 años), nos llevaría a que el suceso "el próximo ahorcado será un hombre" tendría probabilidad 1 (suceso seguro) y su contrario, "será una mujer", probabilidad 0 (suceso imposible).

¿De dónde viene entonces ese "47 a 1"? Seguramente, es sólo una forma de insertar el dato "47" en el enunciado de la apuesta.

Pero, aunque esté bien calculada, de la probabilidad no se deriva certeza. En *Giro al infierno*[7] (*U Turn*. Oliver Stone 1997) se escucha en un bar:

–Éste dice que si tiras 10 veces al aire una moneda, 5 veces sale cara y 5 cruz. ¿Os lo creéis?

–No tienes ni idea de Estadística.

–Y tú, ¿qué te crees? ¿Un genio de las Matemáticas?

Ese razonamiento confunde las esperanzas matemáticas de las variables aleatorias binomiales[11] "número de caras" y "número de cruces" con resultados de cumplimiento seguro.

Probabilidad Compuesta

Las dos siguientes escenas tratan la probabilidad de la intersección de sucesos, también con poco acierto.

El puente sobre el Río Kwai (The Bridge on the River Kwai. David Lean, 1957) es una famosa película ambientada en la II Guerra Mundial, ganadora de 7 premios Óscar. Un comando tiene la misión de volar el puente. En su preparación surge un contratiempo: uno de sus miembros nunca ha saltado con paracaídas.

Mi coronel, lo siento. Con el tiempo de que disponemos es inútil que se ejercite en el salto. Si saltase una vez, tendría el 50% de probabilidad de herirse. Si saltase dos veces, un 80%. Y a la tercera, aterrizaría en el hospital.

Enlace: http://vimeo.com/23755295

Aunque no tengamos conocimientos de paracaidismo, podemos asegurar que las afirmaciones segunda y tercera son incorrectas. Usaremos esta notación de sucesos:

A_1 = accidente en el primer salto

A_2 = accidente en el segundo salto

A_3 = accidente en el tercer salto

Se afirma que: $P(A_1) = 0{,}5$. Luego: $P(A_1^c) = 0{,}5$.

Sabemos que la probabilidad de accidentarse en el segundo salto es igual a la de no haberse accidentado en el primero (si se hubiese accidentado ya no seguirían los saltos), multiplicada por la de accidentarse en el segundo sabiendo que salió ileso del primero.

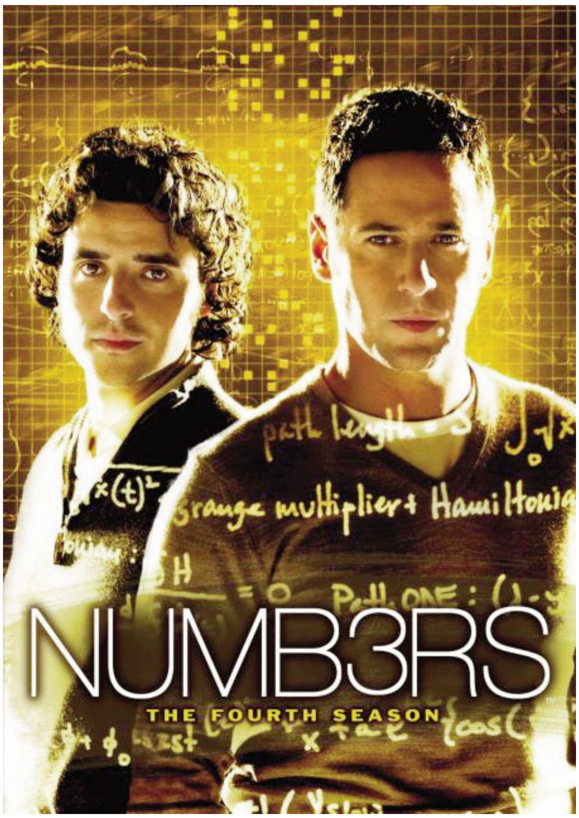
$$P(A_1^c \cap A_2) = P(A_1^c) \cdot P(A_2 \mid A_1^c) = 0{,}5 \cdot P(A_2 \mid A_1^c)$$

Pero se dice que esta probabilidad es 0,8; lo cual es imposible porque en tal caso:

$$0{,}5 \cdot P(A_2 \mid A_1^c) = 0{,}8 \quad \text{de donde}$$

$$P(A_2 \mid A_1^c) = 0{,}8 : 0{,}5 = 1{,}6$$

y una probabilidad es siempre un valor menor que 1.



De igual modo, es imposible la última afirmación (“Y a la tercera, aterrizaría en el hospital”, es decir, el accidente sería seguro), ya que:

$$P(A_1^c \cap A_2^c \cap A_3) = P(A_1^c) \cdot P(A_2^c \mid A_1^c) \cdot P(A_3 \mid A_1^c \cap A_2^c) = 0{,}5 \cdot P(A_2^c \mid A_1^c) \cdot P(A_3 \mid A_1^c \cap A_2^c)$$

Si multiplicamos 0,5 por dos números menores que 1, el valor resultante será menor que 0,5, nunca 1 (100% como se indica en el diálogo). La probabilidad de una concatenación de sucesos siempre es menor que la probabilidad del primero de ellos, ya que supone sucesivos productos por valores positivos menores que 1.

Como en cualquier aprendizaje, en paracaidismo la ejercitación aumenta la destreza y reduce los riesgos; no al revés.

En *Intacto* (Juan Carlos Fresnadillo, 2001), un desconocido visita en el hospital al único superviviente de un accidente de avión y le dice:

> –La probabilidad de que ocurra un accidente aéreo es de una entre un millón. La probabilidad de que ocurra y de que usted sea el único superviviente, en su caso que iba acompañado de 237 pasajeros, fue de una entre 237 millones.

Enlace: http://vimeo.com/23477090

El suceso “ser el único superviviente” es en realidad un suceso compuesto, que podemos desglosar así:

A = que haya un accidente aéreo

B = que en un accidente aéreo haya un único superviviente

C = que el único superviviente de un accidente aéreo sea esa persona

De modo que: $p(A \cap B \cap C) = p(A) \cdot p(B \mid A) \cdot p(C \mid A \cap B)$

Se dice que $p(A) = 1/\ 1.000.000$

Si viajaban 237 pasajeros, $p(C \mid A \cap B) = 1/\ 237$

(al pié de la letra, eran 237 y él, así que 238, pero pasemos ese detalle por alto)

Con esos datos, resulta:

$$p(A \cap B \cap C) = 1/1.000.000 \cdot p(B \mid A) \cdot 1/237 = p(B \mid A)/\ 237.000.000$$

Es decir, en la argumentación y en el cálculo falta incluir un dato: la probabilidad de que en un accidente aéreo haya un único superviviente. La conclusión sería correcta si se hubiera dicho: “La probabilidad de que ocurra un accidente aéreo y haya un único superviviente es de una entre un millón”.

En este panorama, la serie *Numb3rs* es una honrosa excepción, aunque haya una crítica que hacerle. En ella abundan las referencias a la probabilidad, explicando por encima qué ideas son la que el genio Charlie ha aplicado para llegar a sus conclusiones. Pero no se entra en datos ni en detalles, resultando imposible analizar el razonamiento (con la excepción del Problema de Monty Hall[8]). Se usan recursos correctos pero algo elevados y, al no ser explicados, quedan muy lejos del público, cual arcanos adivinatorios. Sirva como ejemplo la interesante escena enlazada, donde se alude a probabilidades a posteriori (análisis bayesiano).

Enlace: http://vimeo.com/26770342

Es complicado decidir

La probabilidad nos puede orientar pero, en muchas situaciones, la decisión es algo comprometido, que pone en juego no sólo cálculos, sino ante todo valores personales. Cuando las consecuencias pueden ser importantes, una opción escapista es delegar la responsabilidad en el azar. En *Micmacs* (Jean-Pierre Jeunet, 2009), un cirujano tiene que extraer una bala alojada en la cabeza del paciente sobre la mesa del quirófano. Si no la extrae, la bala puede matarle en cualquier momento; si la extrae, el paciente puede morir en la operación. ¿Qué hacer? Decide así:

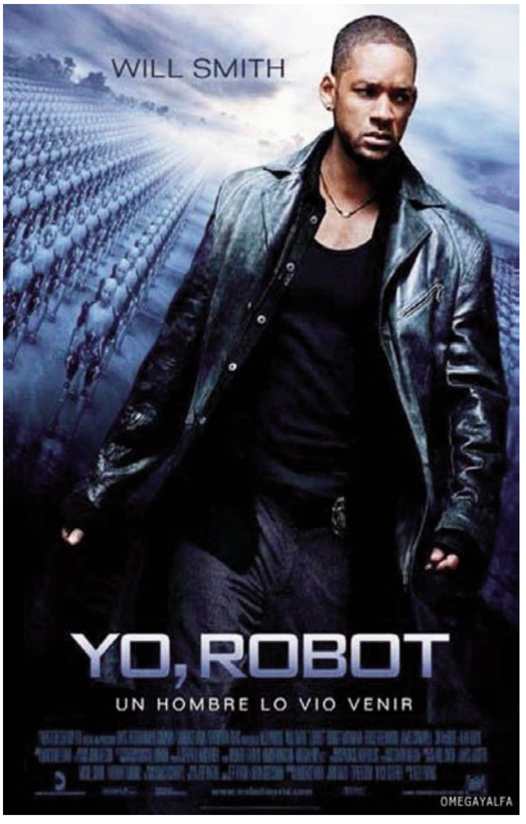
> Cirujano: ¿Alguien tiene una moneda?
>
> Enfermera: ¡Cara!
>
> C: Muy bien, no toco nada.

La Inteligencia Artificial decide en base a algoritmos de probabilidad, pero en los humanos interviene además la conciencia, que conlleva el remordimiento por cuanto con la elección ha sido negado[12].

Yo robot (Alex Proyas, 2004) es la adaptación a la pantalla de la famosa obra de Isaac Asimov (1920 – 1992). En 2035 se vive en completa armonía con robots inteligentes que trabajan para nosotros. Se confía plenamente en ellos debido a que se rigen por las Tres Leyes de la Robótica[13] que nos protegen de cualquier daño. En ese escenario, el detective protagonista arrastra una herida moral, una desazón que la razón numérica no consigue mitigar.

> Detective: Iba hacia la comisaría. Un día normal, una vida normal. El conductor de un trailer se durmió al volante (…) Embistió el coche de un tipo (…) Murió al instante. Pero su hija, de 12 años iba al lado. No llegué a conocerla, pero no he olvidado su carita... Sara, esto era suyo (enseña una cadena con su nombre). (...) El camión arrolló los dos coches y nos echó al río. Estaba atrapada. Yo también. El agua empezó a entrar y... soy "poli", así que sabía que de ahí no salíamos. Sólo nos quedaban unos minutos. Un (robot) NS4 que pasaba por allí vio el accidente y se tiró al agua.
>
> En la imagen retrospectiva:
>
> Robot: Está en peligro.
>
> D: ¡Salva a la niña! ¡Salva a la niña!
>
> El robot salva al protagonista y la niña queda encerrada en el coche que se sumerge.
>
> De nuevo en el presente:
>
> D: Y no lo hizo. Me salvó a mí.
>
> Chica: El cerebro del robot es una máquina diferencial. Lee las constantes. Debió de calcular que...
>
> D: Lo sé. Yo era la elección lógica. Calculó que tenía un 45% de probabilidades. Sara sólo tenía un 11%. Era tan sólo una niña... Un 11% es suficiente. Un ser humano lo hubiera sabido. Los robots no tienen nada aquí (se golpea sobre el corazón), sólo luces y engranajes.

Enlace[14]: http://vimeo.com/21792255



Decidir es elegir, pero también, casi siempre en mayor medida, es negar. Agustín García Calvo[15] escribió: "Parece que decentemente no os podéis quedar con lo uno o con lo otro, pues que ambos os invaden necesariamente, aunque sea, al parecer, con dos necesidades diferentes". Su propuesta, subversora del orden y la definición, es no elegir: "… vamos a negarnos a elegir (ni honradamente cabe en cabeza humana más fruto que la indecisión)". No se refiere a casos de urgencia extrema, como el del robot salvador; más bien a una actitud vital ante las grandes cuestiones interiores, para las que no han faltado argumentos de seducción probabilistica, como la célebre apuesta pascaliana[16]. No son cálculos aritméticos los que rigen los asuntos del ser y del querer.

CineMATeca

NOTAS

1 Jorge Luis Borges (1899 – 1986) escribió en 1941 *El jardín de senderos que se bifurcan* dentro de la colección de relatos del mismo nombre (publicado en Ficciones. Alianza Emecé. Madrid 1971), donde el espía Yu Tsun descubre el laberinto, diseñado en forma de libro por un antepasado. En sus ficciones, "hay diversos porvenires" y "el tiempo se bifurca perpetuamente hacia innumerables futuros". "Creía en infinitas series de tiempos divergentes, convergentes y paralelos. Esa trama de tiempos que se aproximan, se bifurcan, se cortan o que secularmente se ignoran, abarca todas las posibilidades".

En la misma colección, el relato *Examen de la obra de Herbert Quain*, hace una inversión temporal de la propuesta y nos habla de una "novela retrospectiva ramificada", en la que ya no se plantean posibles futuros, sino posibles pasados.

2 Ver: *Alternate futures, contradictory pasts: Forking paths and cubist narratives in contemporary film* de David Scott Diffrient. Revista digital Screening the past nº 20. URL: www.latrobe.edu.au/screeningthepast/

3 Blog *Azar y destino* (http://azarydestino.blogspot.com).

4 La lotería de Babilonia es otro relato incluido en *El jardín de senderos que se bifurcan*.

5 Escena localizada en el blog *No sólo Mates*. URL: http://nosolomates.es

6 La confusión entre posibilidades y probabilidades es universal.

7 Escena localizada en *Las Matemáticas en el Cine*. Alfonso Jesús Población. Proyecto Sur – RSME 2006.

8 Ver *Escenas* en Suma 61, pp. 121 y 122.

9 Si vd. se anima a empezar la aventura de contador de cartas, le conviene leer: *No ser expulsado del casino por contador*.

URL: www.trucosycasino.com/no-ser-expulsado

10 Documental dramatizado: www.youtube.com/watch?v=IFp7BJInzYQ (en 6 videos).

11 $E[X] = n \cdot p = 10 \cdot 0{,}5 = 5$

12 Meryl Streep lo encarnó magistralmente: con intensidad emocional en *Los puentes de Madison* (Clint Eastwood, 1995) y con dramatismo desgarrador en *La decisión de Sophie* (Alan J. Pakula, 1983).

13 Primera Ley: "Un robot no puede dañar a un ser humano o, por su inacción, dejar que un ser humano sea dañado". Segunda Ley: "Un robot debe obedecer las órdenes que le dé un ser humano, excepto cuando éstas estén en oposición a la Primera Ley". Tercera Ley: "Un robot debe proteger su propia existencia, siempre y cuando esta protección no se oponga a las dos primeras leyes".

14 Escena localizada en Matemáticas de cine. URL: http://matedecine.wordpress.com/

15 *Sermón de ser y no ser*. Agustín García Calvo. Visor. Madrid. 1977.

16 "Dios o es, o no es. ¿Hacia qué lado nos inclinaremos?... se está jugando un juego en el que saldrá cara o cruz… Pensemos la ganancia o la pérdida, tomando como cruz que Dios existe. Estimemos estos dos casos: si ganáis, ganáis todo; si perdéis, no perdéis nada. Optad, pues, porque exista sin vacilar" Pensamientos, 223. Blas Pascal. Espasa Calpe. Madrid. 1940. Para Pascal, la esperanza matemática de ganancia del creyente es: $0{,}5 \cdot \infty + 0{,}5 \cdot 0 = \infty$. Propone llegar a la fe a través de la esperanza matemática, sustituyendo la convicción por la conveniencia.

Directorio de enlaces

En los artículos de esta sección se indican enlaces para poder ver en Internet las escenas que se comentan. Con el tiempo, algunos de esos enlaces quedan rotos o pueden ser ampliados. Por ello, ha parecido conveniente mantener actualizado un directorio de todos ellos, que incorpore los cambios y novedades. Se puede consultar en:

http://catedu.es/matematicas_mundo/Cinemateca.htm

Este artículo fue solicitado por *Suma* en abril de 2011 y aceptado en septiembre de 2011 para su publicación.