

*Aunque pintado en Urbino, este cuadro se exhibe hoy en el Museo di Capodimonte, en Nápoles. Se trata del retrato de un matemático: Luca Pacioli (1445 - 1517). Su autor, Jacopo de'Barbari, lo pintó en 1495 y representa una escena cotidiana.*

*Pacioli en plena clase de matemáticas, de pie, en actitud hierática imparte una clase de Geometría.*

*Con una mano mantiene abierto un ejemplar de los Elementos, con la otra, usando un puntero, señala en una pizarra. Su alumno apenas acaba de alzar la vista de la mesa hacia el espectador, como en una instantánea fotográfica.*



*Retrato de fra Luca Pacioli con un alumno (Guidobaldo de Montefeltro), Jacopo de'Barbari (atribuido), Museo de Capodimonte, Nápoles*

**Francisco Martín Casallerrey**

*IES Juan de la Cierva, Madrid*

*fmc@revistasuma.es*



Figura 2. *Retrato de fra Luca Pacioli con un alumno (Guidobaldo de Montefeltro)*, detalle  
Jacopo de'Barbari (atribuido)  
Museo de Capodimonte Nápoles (Italia).  
Foto: FMC 2011

## El profesor

Luca Pacioli, el protagonista de este cuadro, nació en Burgo Sansepolcro, un pueblo al norte de Perugia, en 1445 y murió en su ciudad natal en torno a 1517. Su padre, Bartolomeo, pertenecía a una familia humilde dedicada al pequeño comercio. De esta misma ciudad era Piero della Francesca, y es probable que Luca Pacioli recibiera sus primeros estudios en el taller de este pintor y matemático.

Cuando tenía unos veinte años abandonó su ciudad natal y se trasladó a Venecia donde entró al servicio de Antonio Rompiasi, un rico comerciante que vivía en el barrio de la Giudeca, en calidad de preceptor de sus hijos Francesco y Paolo. A la vez que ejercía este empleo, continuó sus estudios de matemáticas en la escuela que regentaba Domenico Bragandino, en la iglesia de San Giovanni di Rialto.

Como Rompiasi se dedicaba al comercio internacional hacía frecuentes viajes con caravanas de mercancías. Pacioli debió acompañarlo en muchos de estos viajes, lo que le permitió adquirir notables conocimientos sobre el comercio y sus entresijos. Descubrió así las tareas habituales de los comerciantes y de sus contables en las diferentes plazas en las que la empresa tenía sede.

Sumando estas dos experiencias, la del comercio y la de matemático adquirida con Bragandino, debió concebir la idea de escribir un tratado de aritmética comercial y rudimentos de álgebra. Este apareció en 1470, dedicado a sus alumnos, los hijos de Rompiasi.

Tras la muerte de su protector, abandonó Venecia en 1470 y se trasladó a Roma como invitado de Leon Battista Alberti (1404-1472), arquitecto y una de las primeras personas que estudió la perspectiva geométrica. Es probable que su introducción ante Alberti fuera su conciudadano Piero della Francesca, que había sido su maestro. Piero poco antes había estado en Roma pintando los frescos de una de las estancias vaticanas, por encargo del papa Pío II. En Roma hizo amistad también con Giuliano della Rovere, el que luego sería Papa con el nombre de Julio II, uno de los principales mecenas del Renacimiento. Unos años más tarde, en 1472, hizo votos como fraile franciscano.

El cuadro que estudiamos en esta ocasión, no fue el único que le dedicó un gran pintor. Durante una estancia en Urbino, debió coincidir nuevamente con Piero della Francesca, que en esos momentos estaba pintando el retablo de la iglesia de San Bernardino, más conocido como la *Pala de Brera*. En dicho retablo aparece el duque Federico de Montefeltro (1422-1482), rezando ante la Virgen rodeado de ángeles y santos. Para uno de esos santos, San Pedro Mártir, Piero usó como modelo a Luca Pacioli. Ver mis artículos sobre este cuadro en *Suma* 61 junio 2009, pp. 63-70 y *Suma* 62, noviembre 2009, pp. 63-68.

Terminados sus estudios en teología y comenzó una etapa amplia de viajes a distintas ciudades. En 1475 trabajó como lector de matemáticas en Perugia, a propuesta de los estudiantes. Entre 1477 y 1480 dio clases de aritmética en la Universidad de Perugia, con un sueldo anual de 30 florines. Durante esta estancia escribió un libro de texto, que dedica a

sus alumnos. En 1481 se trasladó a Zara, en la actual Croacia, ciudad entonces bajo dominio veneciano, para impartir clases de matemáticas. De nuevo aprovechó su estancia para redactar otro tratado de aritmética.

De vuelta a Perugia, obtuvo el título de Magíster, lo que cambió su estatus en la Universidad, donde enseña ábaco entre los años 1486 y 1487. Impartió después clases de matemáticas en la Universidad de Nápoles (1490), donde realizó una colección de poliedros regulares que regaló después a Guidobaldo de Montefeltro. Volvió después a su ciudad natal Sansepolcro, para preparar su *Summa*. En 1493 daba lecciones de matemáticas en Padua. En esta etapa surgieron sus primeros problemas con los franciscanos. El espíritu libre de fra Luca y su creciente fama no debían resultar del agrado de los franciscanos. Sus superiores deciden amonestarlo y le obligan a trasladarse a Asís, bajo amenaza de excomunión.

En 1494, una vez terminada la redacción de su *Summa*, se trasladó a Venecia para supervisar de cerca los trabajos de impresión. Se traslada de nuevo a Urbino, donde gozó de un gran prestigio como matemático y como hombre sabio.

En 1496 Pacioli fue invitado a Milán, a la corte de Ludovico Sforza, conocido como Ludovico el Moro, a enseñar matemáticas. Allí tuvo la oportunidad de conocer a Leonardo da Vinci (1452-1519). Pacioli y Leonardo pronto se convirtieron en grandes amigos. Leonardo se encontraba pintando su *Última Cena* en el refectorio del convento de Santa María delle Grazie. La amistad de ambos les permitía compartir sus preocupaciones. Leonardo consultaba asuntos de matemáticas a Pacioli. Así aparece reflejado en sus notas de esta época. Pacioli encargó a Leonardo la realización de los sesenta dibujos de poliedros que necesitaba para ilustrar otro de sus libros, *De divina proportione*, redactado durante esta etapa milanese. En 1499 los franceses entraron en Milán y capturaron a Ludovico el Moro. Preso su protector, Pacioli y Leonardo se

vieron obligados a abandonar Milán y emprendieron juntos un viaje que les llevó a Mantua y Venecia, para terminar finalmente en Florencia donde compartieron casa.

En 1500 Pacioli se convierte en profesor de la Universidad de Pisa, cuya sede había sido trasladada a Florencia a causa de las revueltas ciudadanas del 1494. Allí continuó impartiendo clases hasta 1505. No obstante, entre los años 1501-1502 dio clases de matemáticas en la Universidad de Bolonia, donde coincidió con uno de los mejores matemáticos de este cambio de siglo, Scipione del Ferro, primer descubridor de una fórmula para resolver la ecuación cúbica. En 1504, de nuevo en Florencia, la *Signoria*, el gobierno de la ciudad, le encargó la realización de otra serie de figuras geométricas, por las que le pagaron 52,9 libras. Fue después elegido superior de la orden de los franciscanos para la provincia de la Romaña e ingresó en el convento de la Santa Croce de Florencia.

En 1505 se encontraba en Roma de nuevo. Allí permaneció al menos hasta 1508, año en que, mediante una bula especial, el papa Julio II le permitió prescindir del voto de pobreza, para poder así poseer bienes materiales, cosa que no les era permitida a los franciscanos. Ese mismo año se le concede el privilegio de editar su versión italiana de los *Elementos* de Euclides. Se trasladó de nuevo a Venecia para supervisar esta nueva impresión y el día 11 de agosto de agosto de 1508 pronunció una lección pública sobre el libro V de los *Elementos*, en la iglesia de San Bartolomeo, ante una concurrencia de más de 500 personas. Permaneció en Venecia en 1509 mientras salía de imprenta la primera edición impresa de *De divina proportione*.

A partir del año 1510, debido a su creciente mal estado de salud, se traslada de nuevo a su ciudad natal, Sansepolcro, retirándose de la vida activa. No obstante en 1514, a instancias del papa León X se trasladó de nuevo a Roma como profesor de la Sapienza, la Universidad de Roma. Se cree que murió finalmente en torno a 1517 en su pueblo natal.

### Luca Pacioli (1445-1517)

Matemático italiano, alumno del artista y matemático Piero della Francesca, y amigo de otros muchos como Leonardo da Vinci, Leon Battista Alberti, es quizás más conocido y renombrado entre los economistas, ya que se le considera el inventor de la contabilidad por *partida doble*, es decir, la que se basa en el *debe* y el *haber*, y que se sigue utilizando en nuestros días.

Como matemático fue un buen compilador, en su compendio *Summa de arithmetica, geometria, proportioni e proportionalità* (1494). Es también autor de *De Divina Proportione* (1497).







Figura 4. *Retrato de fra Luca Pacioli con un alumno* detalle, Guidobaldo de Montefeltro, Jacopo de'Barbari (atribuido) Museo de Capodimonte Nápoles (Italia). Foto: FMC 2011

### El alumno

Aunque algunos han querido ver en el rostro del joven que asiste a la clase de fra Luca al pintor Alberto Durero, no consta que ambos llegaran a conocerse. Más probablemente se trate de Guidobaldo de Montefeltro, hijo de Federico, y sucesor de su padre en el ducado de Urbino. Al él dedicó Pacioli su obra *Summa de arithmetica, geometria, proportioni e propor-*

*tionalità* (1494). Mecenas de las artes y de las ciencias, fue retratado por varios pintores desde niño. Entre dichos retratos cabe destacar el que le hizo el pintor español Pedro Berruguete, que trabajó para su padre y el que pintó Piero de la Francesca y que se encuentra en el Museo Museo Thyssen-Bornemisza de Madrid.



Figura 5. *Retrato de fra Luca Pacioli con un alumno* detalle, los dos libros. Jacopo de'Barbari (atribuido) Museo de Capodimonte Nápoles (Italia). Foto: FMC 2011

## La *Summa* de Pacioli

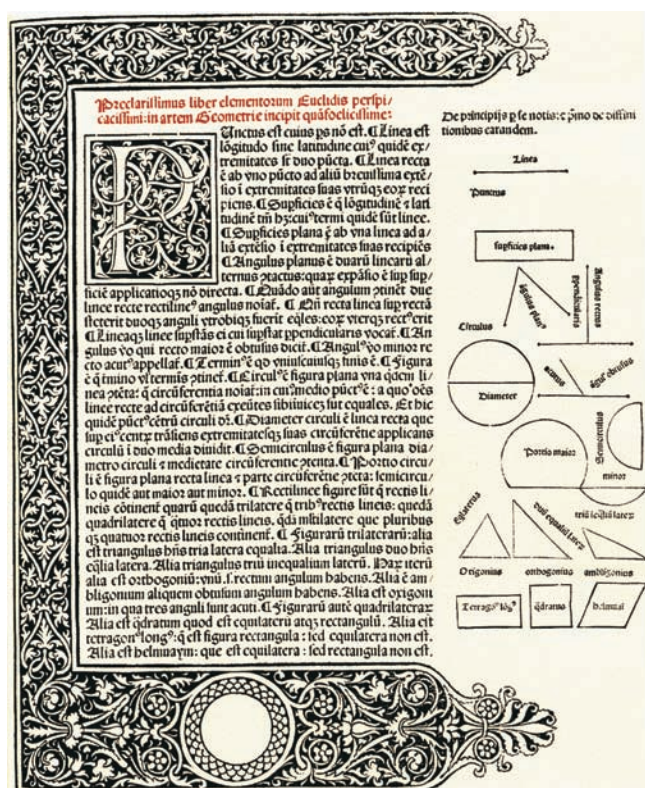
En el cuadro, figura 5, pueden verse dos libros. El que está abierto, con la mano de Luca Pacioli sobre él, es un ejemplar de los *Elementos* de Euclides, probablemente la edición latina de Campano, impresa en 1482 en Venecia.

En el que aparece cerrado, encuadernado en rojo, se puede leer: LI. R. LVC. BUR. (*Liber reverendi Lucae Burgensis*, libro del reverendo Luca del Burgo). Es, por tanto, una obra de Pacioli y muchos la identifican como la *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalità*, escrita en italiano en 1487 y publicada en 1494, que, a su vez, puede ser considerada como el mejor y más famoso tratado de ábaco. Al igual que Cervantes acabó con los libros de caballerías escribiendo el último de ellos de una manera genial, también la *Summa* acabó con los tratados de ábaco de manera definitiva. Pero el paralelismo no puede ser llevado más allá. A Pacioli le falta la originalidad y el genio mostrado por Cervantes en el *Quijote*. Su influencia, no obstante, fue tremenda y las razones habría que buscarlas en el hecho de que fue impresa, lo que facilitó su difusión, y que lo fue en lengua vulgar, en italiano y no en latín, facilitando el acceso a lectores que no conocían otra lengua que la propia.

La primera parte de la *Summa* se dedica a la aritmética y al álgebra y esta dividida en nueve distinzioni, cada una de las cuales se divide en tratados. Cita entre las fuentes usadas a Boecio, Euclides, Jordano Nemorario, Tomás Beduardin, Blasius de Parma, Alberto de Sajonia, Arquímedes, Sacrobosco y Leonardo de Pisa, entre otros. La parte aritmética incluye las operaciones con los números y la aritmética comercial, que recibe un trato muy elaborado, como correspondía a su importancia en esa época. Se incluyen muchos ejemplos prácticos de cómo aplicar las operaciones elementales a las diferentes situaciones en que se ve envuelto un comerciante.

En la parte algebraica se incluye la resolución de ecuaciones de primer y segundo grado. Sigue después una tabla de pesos, monedas y medidas usados en las principales ciudades italianas y las conversiones entre ellas. La obra termina con un resumen de la geometría de Euclides.

La parte más original quizás de la obra de Pacioli es la titulada *De computis et scrituris* la dedicada a la contabilidad. Introduce por primera vez la llamada contabilidad de doble entrada, conocida también como contabilidad veneciana o



Figuras 6 (arriba). Portada de los *Elementos* de Euclides, edición latina de Campano, 1482.

Figura 7 (abajo). *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalità*, Luca Pacioli (1494).



sistema veneciano. Por este motivo a Pacioli se le considera el padre de la contabilidad moderna.

La *Summa* de Pacioli compiló todos los conocimientos de álgebra de los siglos anteriores en una sola obra de carácter enciclopédico y más de 600 páginas. Se convirtió en lectura básica para los algebristas del siglo XVI, que, apoyados en ella, pudieron hacer nuevos descubrimientos. Todos ellos citan a Pacioli en sus obras. Cardano, en su *Arithmetica*, lo hace de manera reverencial, a pesar de dedicar un capítulo entero a corregir innumerables errores de la obra de Pacioli. Bombelli, en la introducción de su *Álgebra*, llega a afirmar que después de Leonardo Fibonacci, Pacioli “primo fu que luce diedi a questa scientia” (fue el primero que dio luz a esta ciencia).

### Los objetos matemáticos

Además de los dos libros, el cuadro está lleno de referencias matemáticas. Sobre la mesa aparece una pizarra, que reproduce la misma figura que podemos ver en la página abierta de los *Elementos*; en el marco de la pizarra está escrito EVCLIDES. A su lado, un trozo de tiza y una esponjita para borrar. Sobre el tapiz verde de la mesa, un compás abierto y una especie de escuadra. Sobre el ejemplar de la *Summa*, figura 5, un dodecaedro que parece estar hecho en madera.

Pero sin duda el objeto más misterioso del cuadro es la figura que pende de un cordón en la parte superior izquierda de la

escena. Se trata de uno de los poliedros arquimedianos, el rombicuboctaedro, que consta de 26 caras, 18 cuadrados y 8 triángulos equiláteros; por tanto tiene

$$n.^{\circ} \text{ aristas} = \frac{18 \cdot 4 + 8 \cdot 3}{2} = 48$$

En cuanto al número de vértices lo podemos obtener de la fórmula de Euler:

$$C + V = A + 2$$
$$V = A + 2 - C = 48 + 2 - 26 = 24$$

El poliedro parece construido en vidrio y está relleno de agua hasta la mitad de su volumen. La cara superior, triangular queda vacía. En la cara opuesta, una anilla sujeta el cordón del que pende. En varias de las caras se refleja la ventana por la que entra la luz que ilumina el cuadro y, a través de ella, se observa el patio de un palacio, que algunos han identificado como el palacio ducal de Urbino.

El cuadro, de autoría discutida, con su fondo negro produce una especie de suspensión temporal y espacial que acrecienta la fascinación del observador, creando una atmósfera de misterio y silencio. La visión platónica de unas matemáticas vinculadas al arte y convertidas en un misterioso saber silencioso, quedan retratadas en esta singular lección de Luca Pacioli.

ARTE CON OJOS MATEMÁTICOS ■

Este artículo fue solicitado por *Suma* en junio de 2011 y aceptado en octubre de 2011 para su publicación.

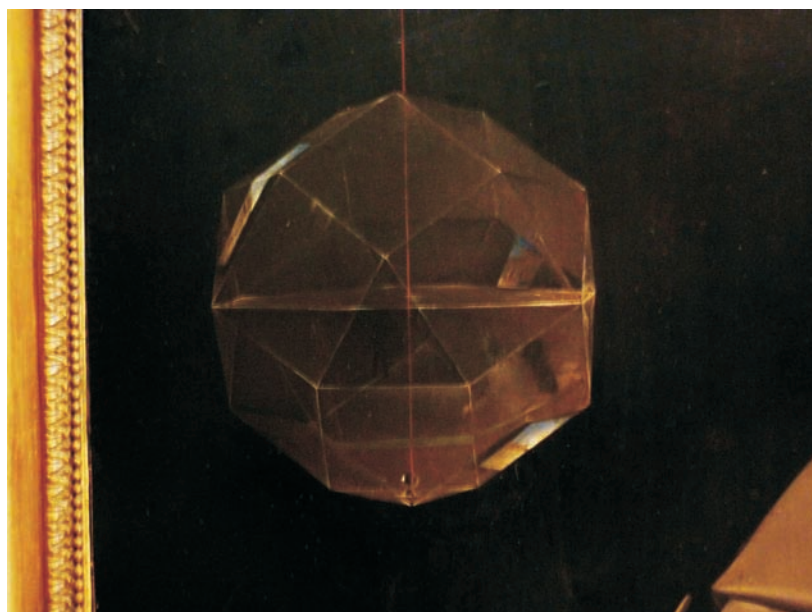


Figura 8. Retrato de fra Luca Pacioli con un alumno detalle, rombicuboctaedro de vidrio. Jacopo de'Barbari (atribuido) Museo de Capodimonte Nápoles (Italia). Foto: FMC 2011