

## El Marqués de L'Hôpital: autor del primer libro de texto de cálculo infinitesimal

**H**ace trescientos cincuenta años nació en París (1661) Guillaume François Antoine, con los títulos de Marqués de L'Hôpital, Marqués de Saint-Mesme, Conde de Entremont y Señor D'Ouques, es decir, perteneciente a una familia de nobles, que había destacado durante varias generaciones como parte de la más alta aristocracia francesa. Su padre, Anne Alexandre de L'Hôpital, Conde de Saint-Mesme y Duque d'Orléans, era un Teniente General del Ejército del Rey, de la total confianza de J.B. Gastón, hermano de Luis XIII, de la casa de Orleáns. Su madre, Elisabeth Gobelin, era hija de Claude Gobelin, intendente del Ejército del Rey y Consejero de Estado.

Se comprende, que en el seno de semejante familia, el niño Guillaume tuvo una educación exquisita y se vio rodeado desde un principio de toda clase de facilidades para su desarrollo intelectual. Aunque no poseía demasiado talento para las humanidades, en particular para el latín, lengua en que se entendían los intelectuales de la época, sí manifestaba, en cambio, desde bien pequeño, grandes dotes para las Matemáticas, y una enorme pasión por su estudio. Según cuenta Bernard de Fontenelle, el joven Guillaume, cuando sólo tenía quince años, resolvió un problema sobre la cicloide, propuesto por B. Pascal, que le habían referido el duque de Roannès y el señor Arnaud.

Como solía ocurrir en este tipo de familias, Guillaume de L'Hôpital ingresó en el ejército y llegó a servir en un regimiento de caballería con el grado de Capitán, eso sí, sin abandonar por ello en ningún momento su dedicación a las Matemáticas. Así nos lo comunica el referido Fontenelle:



Entró en el servicio al ejército, pero sin renunciar a su querida pasión. Estudió Geometría, incluso en la tienda de campaña. Solía retirarse allí para estudiar, pero también para ocultar su dedicación al estudio. Hay que advertir que Francia, si bien es una nación tan educada como cualquier otra, se encuentra aún en ese tipo de barbarie en que la gente se pregunta si las ciencias, llevadas a cierto punto, no son incompatibles con la nobleza, y si no será más noble no saber nada... Personalmente, he visto en el ejército a algunos de los compañeros de L'Hôpital sorprenderse mucho de que, habiendo vivido con ellos como uno más, fuese uno de los principales matemáticos de Europa.

**Santiago Gutiérrez**

Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas *Emma Castelnuovo*

[hace@revistasuma.es](mailto:hace@revistasuma.es)

Pasado un tiempo, renunció al ejército, dado que su miopía le impedía ver más allá de diez pasos. Aunque hay quien mantiene que no fue esta la verdadera razón de su renuncia, como J. Coolidge cuando escribe:

Uno se inclina a creer que era el amor de L'Hôpital por las matemáticas, y no la imperfección de su visión, lo que lo llevó a abandonar la carrera militar en favor de una carrera científica.

Naturalmente, dada su posición social, se podía permitir el lujo de prescindir del salario como militar.

Guillaume de L'Hôpital se casó con Marie-Charlotte de Romilley, con la que tuvo cuatro hijos, un varón y tres mujeres. Al parecer, ninguno de ellos siguió los caminos de su padre.

A partir de su renuncia al ejército, se dedicó totalmente al estudio de las matemáticas. Se integró en el Círculo *Nicolas Malebranche* que reunía a los principales matemáticos y científicos de París, en cuyas sesiones se discutían los más diversos asuntos de la ciencia del momento, en particular de la matemática, y se le brindaba la ocasión de informarse de cuanto estaba ocurriendo en los diferentes cenáculos científicos de toda Europa.

## Leibniz en París

En el Círculo *Nicolas Malebranche*, se tenían noticias de las nuevas ideas de Leibniz acerca del cálculo, ya que este había residido en París desde 1672 hasta 1676, años durante los cuales contactó con los principales matemáticos franceses, y entre ellos con Malebranche. En realidad, el viaje a París había tenido otra motivación. Trataba de poner en marcha su *Proyecto Egipcio*, que pretendía preservar la paz y el equilibrio político en Europa, en vista del afán de conquista del Rey francés Luis XIV hacia toda Europa y, en ese momento, particularmente hacia Holanda. Leibniz pretendía desviar los afa-nes de Luis XIV hacia Egipto.

Tal proyecto no tuvo éxito, y lo que Leibniz desvió fue su tarea en Francia hacia el estudio, entre otras disciplinas, de las Matemáticas. En este sentido, la estancia en París le fue especialmente fructífera, concretamente, en lo que se refiere al cálculo diferencial e integral. Durante el mes de octubre de 1675, con motivo del problema inverso de la tangente, Leibniz se dio cuenta de que este problema, la determinación de una curva cuando se conoce la ley que define a su tangente, podía reducirse a un problema de cuadratura. Es entonces cuando sustituyó por primera vez la abreviatura *omn* (de omnes) por el símbolo  $\int$  (inicial estilizada de summa) para indicar la integral definida entre 0 y  $x$ . Así mismo, como la operación  $\int$  eleva el grado, Leibniz represen-

tó la operación inversa por una  $d$  en el denominador,  $x/d$ , para subrayar que tal operación rebajaba el grado. Solo más tarde sustituyó esta notación por  $dx$ , como hizo en lo sucesivo y continuamos haciendo hoy. De este modo, comenzó Leibniz a desarrollar el cálculo.

De vuelta a su tierra, ya en Hanover, Leibniz fundó junto con Otto Mencke, el profesor de filosofía de Leipzig, la revista *Acta Eruditorum*, y, en los primeros números, publicó sus ideas sobre el cálculo diferencial en sendos artículos de 1684 y 1686. Hay que decir que no tuvieron estos artículos demasiada repercusión, quizá por lo difícil que resultaba su comprensión, pero también por lo novedoso de su contenido. Por cierto que en esta revista, publicada mensualmente en Leipzig, no hay un solo número entre los años de 1695 y 1700, donde no aparezcan memorias de Leibniz, los hermanos Bernoulli, y L'Hôpital, sobre los problemas más variados del nuevo cálculo.

Aunque L'Hôpital era todavía muy joven y no podía haber contactado directamente con Leibniz, durante la estancia de este en París, sin duda Malebranche sí lo había hecho, y no perdió la ocasión para informarse acerca de las nuevas ideas. Debió Malebranche comunicar a los miembros de su círculo el resultado de tales ideas, de las cuales en su día tomaría buena nota L'Hôpital, aunque con el tiempo acabaría carteándose directamente con el propio Leibniz.

... cuando solo tenía quince años, resolvió un problema sobre la cicloide, propuesto por B. Pascal.

## La relación L'Hôpital – Bernoulli

En el Círculo Malebranche, además de las noticias directas sobre las nuevas ideas de Leibniz, se conocían los trabajos de los hermanos Bernoulli, que se comunicaban por correo con Leibniz, sobre diversas cuestiones de su cálculo.

A finales del año 1691, aterrizó Johann Bernoulli en París para dar unas conferencias sobre el cálculo de Leibniz. Contaba en ese momento Johann con sólo 24 años y no encontró mejor escenario para sus propósitos que el círculo *Nicolas Malebranche*. Bernoulli acordó impartir cuatro lecciones por semana durante seis meses. Allí conoció a L'Hôpital que le pareció el más valioso de los matemáticos franceses, así como

el más interesado por el nuevo cálculo. Por su parte, L'Hôpital se dio cuenta de que Bernoulli estaba mucho más enterado de los desarrollos del cálculo diferencial que sus colegas de París, y era por tanto el más indicado para enterarse de todo lo que había en referencia al tema.

Al finalizar Bernoulli sus conferencias, L'Hôpital decidió contratarlo como profesor particular. Era el año 1692 y, para concentrarse mejor en las clases privadas, lo invitó a su casa de campo en Ouques.

No duró mucho la estancia de Bernoulli en Ouques, de donde partió a finales de año. Al regresar Bernoulli a su casa de Basilea, L'Hôpital continuó la relación con él por correspondencia, a cambio de un salario equivalente a la mitad de lo que percibía un profesor universitario. Pero, esta correspondencia se vio interrumpida por parte de Bernoulli, durante unos seis meses, al enterarse de que L'Hôpital había enviado a Huygens una solución al problema de F. Beaune (encontrar una curva de subtangente fija), solución que el propio Bernoulli había incluido en sus clases particulares.

L'Hôpital no estaba dispuesto, sin embargo, a prescindir de las enseñanzas de Bernoulli. Y en marzo de 1694 le envió una carta en los siguientes términos:

Estaré encantado de pagarle 300 libras, a partir del primero de enero de este año. ... Prometo en breve aumentar esta retribución, que es muy modesta, tan pronto como se solucionen algunos de mis asuntos personales. ... No soy tan poco razonable como para exigir a cambio la totalidad de su tiempo, pero le ruego que dedique algunas horas a trabajar en lo que le pida así como a comunicarme sus descubrimientos, que no ha de revelar, ninguno de ellos, a nadie más. Ni siquiera al señor Varignon, o a otros, copias de los mismos; no me complacería lo más mínimo que se publicaran. Por favor, respóndame a todo esto...

Si bien no se conserva la respuesta, se sabe que Bernoulli aceptó los términos de la carta, según se deduce de la siguiente contestación de L'Hôpital. Se restableció así la correspondencia entre ambos matemáticos, que no volvería a verse interrumpida, pese al aumento de trabajo de Bernoulli, a consecuencia de su nombramiento como profesor de matemáticas en Groningen, el 1 de septiembre de 1695.

### El libro de texto de cálculo

A finales de 1694, L'Hôpital le comunicaba a Leibniz su intención de escribir un libro de texto de cálculo. En la misma carta le incluía un ejemplo de problema inverso de la *tangente*, cual era el de encontrar la curva de subtangente  $\sqrt{ay+x^2}$ , lo que equivale a resolver la ecuación diferencial:

$$ydx = dy\sqrt{ay+x^2}$$

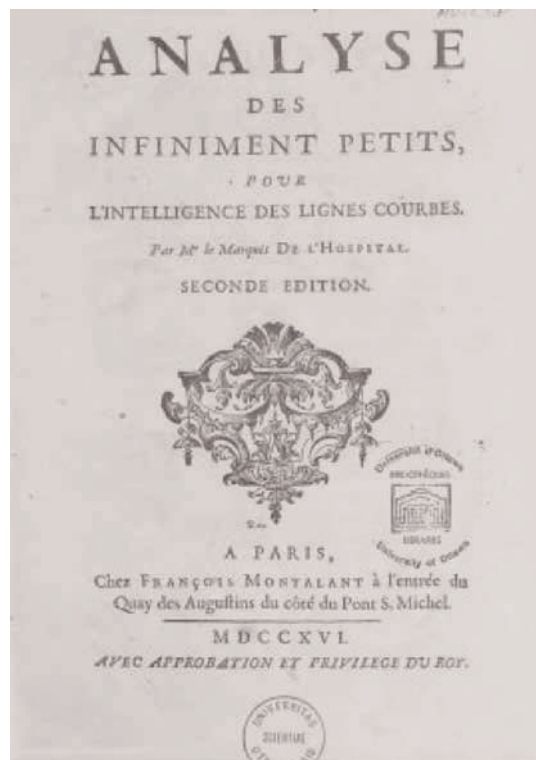
En su respuesta, Leibniz decía que parecía innecesario enseñar nada a L'Hôpital, puesto que había sido capaz de encontrar por sí mismo el método de resolución de las ecuaciones diferenciales homogéneas. Aprovechaba Leibniz la ocasión para animar a L'Hôpital a que continuara con la redacción de su libro de texto, cosa que él mismo se sentía incapaz de hacer, dados los numerosos asuntos de los que debía ocuparse, hasta el punto que a veces incluso ponían en peligro su salud. De ello se deduce, desde luego, que Leibniz valoraba en mucho a L'Hôpital como matemático.

En 1696, salió a la luz el libro de texto de L'Hôpital con el título *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes* (Análisis de los infinitésimos para el estudio de las líneas curvas). Se trata del primer libro donde se reunían y exponían las ideas y desarrollos del cálculo diferencial, de una manera ordenada y asequible a un público matemático general.

El *Analyse* consta de un prólogo con un breve resumen histórico del cálculo y diez capítulos. En el primer capítulo se formulan las definiciones, hipótesis y reglas de procedimiento. Así, define la diferencial como

*La parte infinitamente pequeña en que una cantidad variable aumenta o disminuye continuamente.*

En el segundo capítulo, se vale el autor del cálculo de diferencias para determinar las tangentes a todo tipo de curvas (pará-



bola, hipérbola, cicloide, espiral, etc.). En el capítulo tercero se estudian los máximos y mínimos. En el cuarto, los puntos de inflexión y retroceso. En el quinto, las evolutas, envolventes, y radios de curvatura de determinadas curvas. En los capítulos sexto y séptimo se hace referencia a las cáusticas (envolventes) por reflexión y por refracción, tema este muy popular en aquella época. Dedicar el capítulo octavo a las envolventes de familias de rectas. En los dos últimos capítulos, finalmente, se tratan problemas que requieren para su resolución el empleo de los métodos desarrollados en los capítulos anteriores. Es en el noveno, donde aparece la famosa regla que lleva su nombre, para resolver indeterminaciones de la forma  $0/0$ , y que L'Hôpital formula del siguiente modo:

Para encontrar el valor de una expresión racional en  $x$ , que para un valor dado de la abscisa ( $x$ ) toma la forma  $0/0$ , se determina el cociente de las diferencias del numerador y del denominador para este valor de la abscisa.

En la introducción, L'Hôpital agradece a los grandes creadores las ideas vertidas en el libro, en los siguientes términos:

...reconozco estar en deuda con los brillantes trabajos de los señores Bernoulli; sobre todo con los del más joven, actualmente profesor de Groningen. Me he servido libremente de sus descubrimientos y de los del señor Leibniz. Es por lo que consiento que ellos reivindiquen todo lo que gusten; yo me conformo con lo que tengan a bien dejarme.

El libro, sale sin firma, de modo anónimo, y va a convertirse en el manual de cabecera durante casi todo el siglo XVIII, con varias ediciones en su haber hasta 1781. El mérito de L'Hôpital residía en que además de haber reunido y ordenado los conocimientos de los creadores de la materia, los exponía en forma muy clara e inteligible, lo que ayudó grandemente a perfeccionar y desarrollar la teoría de curvas planas. Los escritos originales, de Leibniz y los hermanos Bernoulli, estaban muy dispersos y resultaban ininteligibles, excepto para los grandes genios, como eran ellos.



## La controversia L'Hôpital – Bernoulli

Al recibir un ejemplar del libro, Johann Bernoulli escribió a L'Hôpital agradeciéndole el detalle de citarlo y sin formularle ningún tipo de objeción o reproche. A pesar de lo cual, en 1698 escribió Bernoulli a Leibniz quejándose en privado de que L'Hôpital hubiese plagiado en el libro las notas que le enviaba, con motivo de las clases particulares a que se había comprometido a cambio de un importante salario.

Las únicas objeciones que L'Hôpital había recibido en vida, desde la publicación del *Analyse*, lo fueron contra la admisión de los infinitésimos, y habría que inscribirlas en el movimiento general de oposición al análisis, debido a la falta de rigor con que se presentaban los nuevos inventos.

Si hasta el momento las lamentaciones de Bernoulli no pasaban del ámbito privado, a partir de la muerte de L'Hôpital, en 1704, cobró cierto carácter público, probablemente a raíz de la carta que Bernoulli dirigió a Brook Taylor, escrita en términos análogos a la anterior de 1698 dirigida a Leibniz. La controversia, pues, estaba servida.

Bernoulli, que gozaba de una excelente reputación como matemático, era también conocido por las abundantes disputas que había mantenido con su hermano Jacob, sobre la prioridad de algunos descubrimientos. Así que sus quejas no fueron tomadas demasiado en serio. Por su parte, L'Hôpital gozaba del prestigio de sus colegas por la profunda comprensión de los conceptos matemáticos y su claridad de exposición, además de por su carácter amable y sencillo. En este sentido, escribe Robinson:

L'Hôpital poseía una personalidad muy atractiva, entre otras cosas era modesto y generoso, dos cualidades nada comunes entre los matemáticos de su tiempo.

Los colegas de ambos se pusieron de parte de L'Hôpital. Si no hubiera sido así, hoy estaríamos hablando de la regla de Bernoulli, para resolver indeterminaciones del tipo  $0/0$ , y no, como hacemos, de la regla de L'Hôpital. Pero, ¿tenía razón Bernoulli para quejarse tanto?

De hecho, durante algo más de dos siglos, apenas preocupó demasiado a los matemáticos saber a ciencia cierta a quién le asistía la razón. La cuestión cobró nueva actualidad en el año 1922 cuando se encontró una copia manuscrita del curso que Johann Bernoulli impartió a L'Hôpital. Y, efectivamente, en ese curso se pudo constatar que el *Analyse* de L'Hôpital seguía las notas del curso, hasta el punto de valerse en ocasiones de los mismos ejemplos con ligeras variaciones. Por cierto, la famosa regla para resolver indeterminaciones del tipo  $0/0$ , no aparece en las notas del curso. Fue en 1955 cuando apareció una carta en la que Bernoulli se la comunicaba a L'Hôpital.

Así que, debe reconocerse a Bernoulli la autoría de buena parte de las cuestiones que se exponen en el libro. ¿Y L'Hôpital? ¿Habría que condenar su acción?. Al respecto, escribe Truesdell:

No debemos juzgar el procedimiento de L'Hôpital demasiado duramente. Aunque tal vez, en un principio la necesidad financiera de Bernoulli le obligó a aceptar el acuerdo, lo cierto es que lo continuó aún después de que se hubiera asentado en su cátedra de Groningen en 1695. L'Hôpital, como cualquier noble, acostumbraba a pagar por los servicios que le dispensaban.

¿Por qué siguió el acuerdo Bernoulli después de conseguir la cátedra, supuesto que no tenía ya necesidad de otros ingresos para sanear sus finanzas? Realmente no lo sabemos. Se barajan sin embargo dos hipótesis posibles. La primera, que la relación con L'Hôpital supondría un ascenso social para Bernoulli, mucho más relevante en aquella época que en la actualidad. Parece que hacia el final de su vida, Bernoulli se

*El mérito de L'Hôpital residía en que además de haber reunido y ordenado los conocimientos de los creadores de la materia, los exponía en forma muy clara e inteligible, lo que ayudó grandemente a perfeccionar y desarrollar la teoría de las curvas planas.*

jactaba del dinero recibido de L'Hôpital, exagerando incluso la cantidad. La segunda hipótesis, es que lo importante para Bernoulli era que se dieran a conocer sus descubrimientos, y sin duda L'Hôpital estaba en mejores condiciones financieras que él para poder hacerlo.

No hay que olvidar con todo, que L'Hôpital no se hizo pasar por autor de los descubrimientos recogidos en su libro, pues lo editó de forma anónima, citando en sus agradecimientos a los auténticos creadores. Hay que reconocerle a Bernoulli, pues, sus aportaciones al desarrollo del cálculo diferencial de Leibniz, incluidos en el libro de L'Hôpital. Pero, no se puede

condenar a éste por haberlas publicado, dado el acuerdo que habían pactado antes de comenzar las clases.

## L'Hôpital matemático

L'Hôpital resolvió varios problemas, como el de la braquistócrona, propuesto por Johann Bernoulli (dados dos puntos, no situados en la misma vertical ni en la misma horizontal, encontrar la curva por la que desciende un cuerpo de un punto a otro, en el menor tiempo posible), y sólo resuelto, con independencia unos de otros, por Newton, Leibniz y Jacob Bernoulli. Planteó algunos problemas de interés, como el que aparece en una carta a Leibniz, sobre si tiene algún sentido

$$\frac{d^n y}{dx^n} \text{ para } n = \frac{1}{2}.$$

Estaba dispuesto a redactar un libro sobre cálculo integral, cuando se enteró de que pensaba hacerlo el propio Leibniz, y desistió de tal propósito. Además del *Analyse* ya citado, escribió el *Traité analytique des sections coniques*, cuyo manuscrito fue encontrado después de su muerte y publicado en 1707, que tuvo también gran repercusión durante el siglo XVIII. Según Carl Boyer:

El *Traité analytique des sections coniques* hizo por la geometría analítica del siglo XVIII lo que el *Analyse* hizo por el cálculo. El *Traité...* no era especialmente original, pero tenía una calidad pedagógica que lo convirtió en el tratado estándar sobre cónicas durante la mayor parte del siglo.

L'Hôpital no fue un creador, pero sí un gran matemático. Se dedicó sobre todo a la resolución de problemas y a la enseñanza, a través de sus textos. Hay que reconocerle el mérito de haber comprendido desde su inicio la matemática del cálculo que se estaba gestando, en un tiempo de muchas críticas y no poca incompreensión, así como el de haber redactado (y editado en el caso del *Analyse*) unos libros que permitieron una rápida divulgación de las nuevas ideas. Gracias a él, tanto el cálculo diferencial como la geometría analítica avanzaron con mayor rapidez de la que hubieran tenido de no ser por L'Hôpital.

HACE ■

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aiton E. J. (1992): *Leibniz. Una biografía*. Madrid: Alianza Universidad  
Grattan-Guinness (1984): *Del cálculo a la teoría de conjuntos*. Madrid: Alianza Editorial

Sánchez C. y Valdés C. (2004): *De los Bernoulli a los Bourbaki*. Tres Cantos (Madrid): Nivola

Este artículo fue solicitado por *Suma* en enero de 2011 y aceptado en abril de 2011 para su publicación.