

¿Qué ha sido de la música de las esferas?

Kepler tuvo que demostrar que las órbitas elípticas no mermaban la perfección del diseño divino, sino que revelaban incluso una perfección superior: la geometría gobernada por la armonía musical.

Joscelyn Godwin (1945 –), compositor y musicólogo.

Para la mayoría de nosotros, la expresión *música de las esferas* está asociada a Pitágoras y a su universo gobernado por los números. En él, los sonidos emitidos por los planetas dependían de las proporciones aritméticas de sus órbitas de la misma forma que la longitud de las cuerdas de una lira determina sus tonos. Más tarde, en el *Timeo*, Platón añade argumentos filosóficos y, no vamos a negarlo, poéticos atribuyendo al Demiurgo la creación del Alma del Mundo al dividir la sustancia primordial en intervalos armónicos. Aún es más explícito cuando en la *República* afirma que cada planeta emite una nota, que depende de la velocidad y del tamaño de su órbita, y que éste armoniza con los tonos de los demás planetas:

Por encima de cada uno de los bordes de los círculos iba una sirena, que giraba en su revolución y lanzaba un sonido, una nota, y entre las ocho se formaba la concordia de una sola armonía (Neubauer, 1992).

Mientras tanto, en China, a la vez que Pitágoras (570 – 500 a. C.) estaba difundiendo la estructura numérica de la música, Confucio (551 – 479 a. C.) la incluía entre las seis artes nobles¹ y le asignaba la capacidad de desarrollar la sensibilidad y el autocontrol, ambos necesarios para restablecer la armonía del ser humano con el Universo. Confucio, que se describió a sí mismo como un transmisor de las tradiciones y no como un hacedor, recogió la teoría musical que muchos siglos atrás

había establecido Ling Lun: “dado que el número 3 es el número del cielo y el 2 el de la tierra, los sonidos en la proporción 3:2 armonizan como el cielo y la tierra” (Robertson y Stevens, 1989). Surge así una forma de elegir las consonancias que es exactamente la misma que proponen los pitagóricos, pero el uso del 3 y del 2 no se justifica como distancias entre cuerpos celestes, sino como las cantidades que relacionan a los astros con los hombres. Así, mientras para los pitagóricos la armonía se consigue al imitar las proporciones del universo, para la tradición china es al utilizar esas proporciones cuando se consigue la armonía entre el hombre y el universo.

En cualquier caso, bien si entendemos la música del universo como un fenómeno a imitar o como una actividad en la que participa el hombre, lo cierto es que la armonía de las esferas ha preocupado a poetas, filósofos, músicos y algunos científicos de todas las épocas. Hasta tal punto es así, que resultaría ridículo intentar establecer aquí una enumeración exhaustiva de autores que han aportado ideas al tema². Sin embargo, ¿cuál es el significado matemático, si es que lo hay, de la música de las esferas?

Vicente Liern Carrión

Universitat de València Estudi General
musymaticas@revistasuma.es



Algunas publicaciones recientes que analizan la Armonía de las Esferas

Parece incuestionable que, si prescindimos de los aspectos filosóficos, la aportación científica más importante al tema se debe a J. Kepler (1571 –1630). Sin embargo, su estudio tiene, al menos, dos grandes objeciones: las órbitas dejaron de ser esferas y los cálculos, que le sirvieron para reafirmarse en sus profundas creencias religiosas, estaban hechos sobre seis planetas. Siglo y medio después de la muerte de Kepler se descubre Urano, y a mediados del siglo XIX aparece en escena Neptuno. Teniendo en cuenta estos inconvenientes, ¿tiene sentido seguir hablando de la música de las esferas desde un punto de vista matemático-musical?

En mi opinión, independientemente de cuál sea la respuesta a la pregunta anterior, desde el punto de vista docente, la cuestión puede resultar provechosa para nuestros alumnos. No sólo es interesante por el tema en sí, sino porque además nos permite mostrar el lado humano de los científicos, y esto los hace más próximos a nosotros. La obsesión de Kepler por encontrar la relación entre el movimiento de los planetas y la música, como la de Newton por la alquimia, podrían parecer limitaciones científicas. Sin embargo, es importante que sepamos transmitir a los estudiantes que, en ocasiones, lo que hace grandes a los investigadores es precisamente su libertad respecto de ideas convencionales y su apertura a nuevas dimensiones de los problemas.

Cuando las esferas eran redondas y los cielos estaban afinados

Los pitagóricos, herederos de la tradición caldea, sostenían que las notas emitidas por los cuerpos celestes dependían de las proporciones aritméticas de las esferas en las que se movían alrededor de la Tierra. Los sonidos que producía cada órbita se combinaban con los sonidos de las restantes, produciendo una sincronía sonora especial conocida como la música de las esferas. Se trataba de un cosmos en el que se integraban las siete notas musicales con los siete cuerpos celestes conocidos en la época: el Sol, la Luna y los cinco planetas visibles (Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno).

Como en la música mesopotámica, para los pitagóricos sólo existían cuatro intervalos consonantes, asociados con las cuatro estaciones y con las distancias entre los astros que ellos representaban comparando las longitudes de cuerdas tirantes (A. Robertson y D. Stevens, 1989):

$$1/1 = \text{unísono} \quad 1/2 = \text{octava} \quad 2/3 = \text{quinta} \quad 3/4 = \text{cuarta}$$

Para producir todos los sonidos afinados (notas musicales) sólo se dispone de estos cuatro intervalos y sus combinaciones. Es decir si hacemos sonar una cuerda tensa de longitud L junto con otra que mide $1/2 \times L$, $2/3 \times L$ ó $3/4 \times 2/3 \times L$, por ejemplo, la sensación sería agradable: el intervalo sería consonante.

A partir de estas cuatro posibilidades, ya se puede definir el *tono* como el intervalo que separa una cuarta de una quinta, es decir,

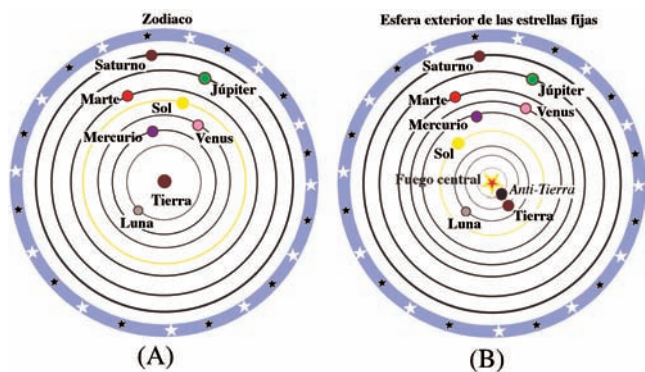
$$\frac{3/4}{2/3} = \frac{9}{8}$$

Y haciendo uso de este intervalo, el tono, se expresan las distancias interplanetarias (F. Vera, 1937):

Mercurio-Venus = 1/2 tono	Marte-Júpiter = 1/2 tono
Venus- Sol = 1+1/2 tonos	Júpiter-Saturno = 1+1/2 tonos
Tierra-Luna = 1 tono	Saturno-Zodiaco = 1+1/2 tonos
Luna- Marte = 1/2 tono	Total = 7 tonos

Pero los pitagóricos llegaron mucho más lejos en la armonía universal. Filolao de Tarento (480 – 400 a.C.), un discípulo de Pitágoras, relegó la Tierra del centro del universo y propuso que daba vueltas en una esfera alrededor de un fuego central fijo. El Sol reflejaba este fuego central y junto con la Luna, los otros planetas y las estrellas, también circulaba alrededor del fuego central, cada uno en su esfera. La idea de Filolao implicaba la existencia de nueve esferas. Pero para los pitagóricos,

de entre todos los números, la década representaba la mayor carga simbólica, incluso sagrada, entre otras razones porque los cuatro primeros números contenían el secreto de la escala musical y su suma es diez, $1+2+3+4=10$. Muy probablemente por esto, Filolao postuló la existencia de otro planeta, la Anti-Tierra, que se situaba entre la Tierra y el fuego central, para “protegerla de los calores de éste”.



Esquemas del universo de los primeros pitagóricos (A) y de Filolao (B).

A pesar de lo revolucionario de la propuesta de Filolao, en su visión del universo las proporciones musicales, los intervalos consonantes, se sabe que seguían manteniéndose. Sin embargo, desgraciadamente no sabemos cómo distribuía exactamente la suma de tonos en su modelo.

Pero la armonía de las esferas no sólo se estaba extendiendo por la cultura occidental. A la vez que las ideas pitagóricas se abrían paso en Grecia, en China, sobre todo gracias al impulso de Confucio, los números también recuperaban el significado sagrado que los ligaba a la producción musical, estrechamente vinculada con la aritmética. No podemos olvidar que se trata de un pensador que enseña al pueblo el respeto al poder, a los eruditos que lo rodean, a los padres y a las tradiciones ancestrales. Su propuesta para conseguirlo es que el hombre debe armonizarse con el cosmos, “estar de acuerdo a lo ordenado por el cielo”.



El Li Chi, o Libro de los ritos, es uno de los Seis Libros clásicos que describe costumbres sociales, ritos ancestrales y ceremonias cortesanas.

Su filosofía se basó en Los Seis Libros Clásicos³ de los cuales, precisamente el Yüeh Ching (*Libro de la música*) desapareció en la quema de libros del siglo III a. C. En la época de Confucio, la música se basaba en las ideas del matemático y filósofo Ling-Lun. Según la leyenda, el emperador Huang-Ti⁴ quiso establecer la relación de la música con las leyes cósmicas. Para eso le encargó a Ling-Lun el trabajo de encontrar cuál era el sonido auténtico. El matemático, tras un largo viaje por los bosques más alejados del imperio, estableció como base de la música china un sistema pentatónico o pentafonal logrado a través del corte de una caña de bambú hueca. Se dice que al principio tenía la longitud de 1 pie, luego cortó sucesivamente esa caña en una proporción de 2/3 de su longitud original; es decir, la caña fue perdiendo cada vez un tercio de su longitud. Continuando con el proceso obtuvo cinco notas que distaban una quinta entre sí, Fa⁵, Do⁵, Sol⁵, Re⁵, La⁵, que al ordenarlas dan lugar a la escala pentatónica o de Ling Lun⁵:

Fa⁵, Sol⁵, La⁵, Do⁵, Re⁵

Mientras para los pitagóricos la armonía se consigue al imitar las proporciones del universo, para la tradición china es al utilizar esas proporciones cuando se consigue la armonía entre el hombre y el universo.

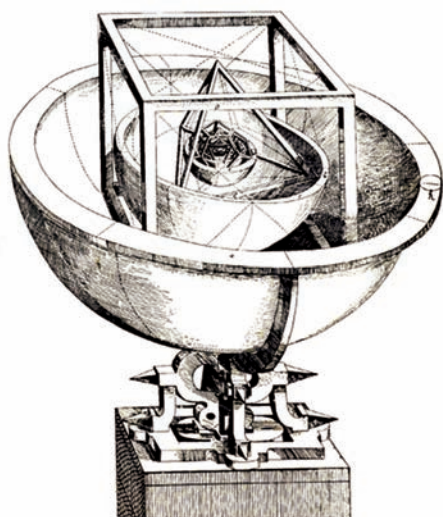
A pesar de lo que podría pensarse a primera vista, el sistema de afinación de Ling-Lun es idéntico al pitagórico. Si pensamos en los intervalos pitagóricos con frecuencias en lugar de con las longitudes de cuerdas, estos se traducen en 1/1, 2/1, 3/2 y 4/3. Combinarlos las veces que se quiera no es otra cosa que poder dividir o multiplicar por 3 y por 2 una frecuencia dada las veces que se quiera, y esto es exactamente lo mismo que se puede hacer con el sistema de Ling-Lun (si se quieren obtener más de cinco notas).

Cuando las esferas se achataron y hubo que afinar los cielos

Hasta el siglo XVII fueron muchos los autores que se ocuparon de la armonía celestial, pero ninguno de ellos con la profundidad y precisión con que lo hizo Johannes Kepler (1571-1630). En su obra *Harmonices Mundi* (1619), Kepler estableció que cada planeta debería emitir un sonido cuya altura dependía de la velocidad, sería más agudo cuando su movimiento fuese más rápido, y variaba dentro de un intervalo musical bien definido y propio de cada planeta⁶.

Firme partidario del modelo copernicano, consideró que el movimiento de los planetas debía cumplir las leyes pitagóricas de la armonía, e intentó demostrar que las distancias de los planetas al Sol venían dadas por esferas en el interior de poliedros perfectos, anidadas sucesivamente unas en el interior de otras. El orden, desde la mayor hasta la menor era el siguiente:

Saturno-Cubo-Júpiter-Tetraedro-Marte-Dodecaedro-Tierra-Icosaedro-Venus-Octaedro-Mercurio.



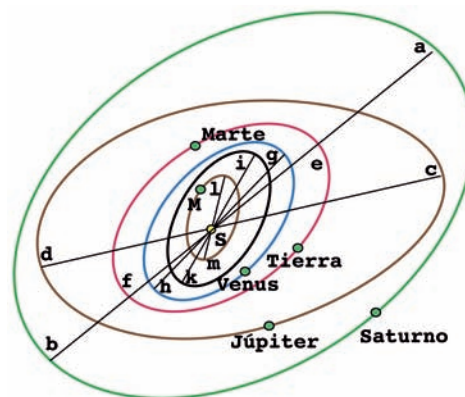
Diseño de Kepler en *Mysterium Cosmographicum* (1596) para expresar la armonía universal, aún con esferas.

Para Kepler, un modelo cosmológico tan perfecto era una prueba más de la existencia, sabiduría y elegancia de Dios. De hecho, afirmó “yo deseaba ser teólogo; pero ahora me doy cuenta a través de mi esfuerzo de que Dios puede ser celebrado también por la astronomía”.

Pero no tardó en darse cuenta de que este modelo de poliedros perfectos no explicaba bien el movimiento de los plane-

tas⁷. La profunda religiosidad de Kepler, no le permitía aceptar que Dios no hubiera dispuesto que los planetas describieran figuras geométricas simples y con esta idea se dedicó a probar con toda suerte de combinaciones de círculos. Convencido de la imposibilidad de lograrlo con círculos, usó óvalos y finalmente, con gran decepción, empleó elipses. Con ellas llegó a las famosas tres leyes⁸ que le revelaron como el mejor astrónomo de su época. Sin embargo, esta falta de simplicidad en el Universo, que Kepler vivió como un fracaso, fue compensada de nuevo por la perfección de la Armonía Universal.

Aseguró, por primera vez, que las órbitas de los planetas describen una elipse alrededor del Sol y que éste se encuentra en uno de los focos de la elipse.



Sistema Solar de Kepler. Las letras a, c, e, g, i, indican la distancia más grande de cada planeta al Sol, (afelios) y las restantes letras las distancias más pequeñas (perihelios).

Cada planeta emite una nota, que depende de la velocidad y del tamaño de su órbita, y que éste armoniza con los tonos de los demás planetas.

Consideró que la velocidad angular de un planeta representaba el número de vibraciones de un cierto tono y, como la velocidad cambia a lo largo de la revolución, este sonido recorrería un intervalo musical que estaría entre el punto de mayor velocidad (el perihelio, punto más cercano al Sol) y el de menor velocidad (el afelio o punto más alejado del Sol). De acuerdo con las leyes de Kepler, la amplitud de este intervalo dependería de la excentricidad de la órbita. Es difícil saber si

estudiaba la excentricidad de las órbitas y por eso encontró los intervalos o fue al revés, para estudiar los intervalos necesitó estudiar las excentricidades. En cualquier caso, lo cierto es que utilizando los cálculos de las velocidades angulares obtuvo los siguientes intervalos para los planetas:

Planeta	Velocidad angular	Armonía	Intervalo
Saturno	Afelio 1' 46'' a	$\frac{1' 48''}{2' 15''} = \frac{4}{5}$	→ Tercera mayor
	Perihelio 2' 15'' b		
Júpiter	Afelio 4' 30'' c	$\frac{4' 35''}{5' 30''} = \frac{5}{6}$	→ Tercera menor
	Perihelio 5' 30'' d		
Marte	Afelio 26' 14'' e	$\frac{25' 21''}{38' 1''} = \frac{2}{3}$	→ Quinta
	Perihelio 38' 1'' f		
Tierra	Afelio 57' 3'' g	$\frac{57' 28''}{61' 18''} = \frac{15}{16}$	→ Semitono
	Perihelio 61' 18'' h		
Venus	Afelio 94' 50'' i	$\frac{94' 50''}{98' 47''} = \frac{24}{25}$	→ Diesis
	Perihelio 97' 37'' k		
Mercurio	Afelio 164' 0'' l	$\frac{164' 0''}{394' 0''} = \frac{5}{12}$	→ Octava+3ª menor
	Perihelio 384' 0'' m		

Urano	Afelio n	Perihelio o	$\frac{n}{o} = \frac{5}{6}$	→ Tercera menor
Neptuno	Afelio p	Perihelio q	$\frac{p}{q} = \frac{80}{81}$	→ Comma sintónica
Plutón	Afelio r	Perihelio s	$\frac{r}{s} = \frac{9}{25}$	→ Octava + 4ª aument.

Cálculo de intervalos de Kepler (en color azul) y de Haase (en color salmón).

Además, de esta música individual de cada planeta, se podía considerar una armonía que regía las relaciones entre ellos. Para esto, Kepler comparó las velocidades en el afelio y el perihelio de un planeta con las del más próximo a él, obteniendo así dos tipos de intervalos:

- Intervalo convergente*: relación entre la velocidad en el afelio del planeta más alejado y la del perihelio del más cercano.
- Intervalo divergente*: relación entre la velocidad en el perihelio del planeta más alejado y la del afelio del más cercano.

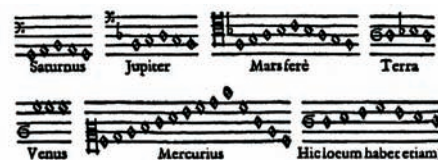
Con estos dos criterios calculó los siguientes intervalos:

Planetas	Conv.	Diver.
Saturno-Júpiter	$\frac{a}{d} = \frac{1}{3}$	$\frac{b}{c} = \frac{1}{2}$
Júpiter-Marte	$\frac{c}{f} = \frac{1}{8}$	$\frac{d}{e} = \frac{5}{24}$
Marte-Tierra	$\frac{e}{h} = \frac{5}{12}$	$\frac{f}{g} = \frac{2}{3}$
Tierra-Venus	$\frac{g}{k} = \frac{3}{5}$	$\frac{h}{i} = \frac{5}{8}$
Venus-Mercurio	$\frac{i}{m} = \frac{1}{4}$	$\frac{k}{l} = \frac{3}{5}$

Planetas	Conv.	Diver.
Saturno-Urano	$\frac{a}{o} = \frac{5}{6}$	$\frac{b}{n} = \frac{3}{5}$
Urano-Neptuno	$\frac{n}{q} = \frac{5}{9}$	$\frac{o}{p} = \frac{9}{20}$
Neptuno-Plutón	$\frac{p}{s} = \frac{80}{81}$	$\frac{q}{r} = \frac{8}{18}$

Cálculo de intervalos convergentes y divergentes de Kepler (en color azul) y de Haase (en color salmón).

El paso siguiente fue asignar una melodía a cada planeta (y a la Luna). Para ello, podía tomar una nota arbitraria y a partir de ella, basándose en las proporciones calculadas, obtuvo las melodías siguientes:



Música de los planetas, escrita por Kepler en *Harmonices Mundi* (1619).

Una vez convertidas las órbitas en elipses y rehecha la adaptación de las ideas pitagóricas a esta circunstancia, fueron muchos los que se encargaron de mostrar diferentes aspectos de la remodelación de la armonía universal. Sin embargo, a pesar de los nuevos descubrimientos astronómicos⁹ y que el tema fue tratado por pensadores de primera línea como Robert Flud (1574 – 1637), Andreas Werckmeister (1645 – 1706), Isaac Newton (1642 – 1727) o Jean-Philippe Rameau (1683 – 1764), lo cierto es que, matemáticamente hablando, no aportaron prácticamente nada a los cálculos keplerianos. Hubo que esperar hasta mediados del siglo XX para que se diese un paso más en los cálculos de la música de las esferas.

La expresión música de las esferas está asociada a Pitágoras y a su universo gobernado por lo números.

Rudolf Haase (1920 –) descubrió la obra de Hans Kayser (1891 – 1964) sobre armonía y emprendió su labor investigadora desde la Escuela Superior de Música y Artes Visuales de Viena y el Instituto Hans Kayser para la Investigación de los Principios Armónicos. Haase se ha convertido en el principal promotor de la armonía como tema multidisciplinar, especialmente con las matemáticas o la astronomía, y relacionando el fenómeno con la serie armónica.

Desde el punto de vista matemático, lo que hace Haase es extender los principios de Kepler a los planetas descubiertos tras la muerte del astrónomo y contrastar sus propuestas con las de otros científicos, entre los que destacan el matemático y cabalista Francis Warrain (1867 – 1940) y los astrónomos¹⁰ J. D. Titius (1729 – 1796) y J. E. Bode (1747 – 1826). Además de obtener los intervalos keplerianos, Haase ha calculado otros muchos comparando afelios y perihelios de dos planetas, que no tenían por qué ser consecutivos (Godwin, 2009). Los resultados obtenidos, que en parte aparecen en las tablas anteriores, lo que hicieron fue corroborar que los intervalos siguen siendo, de manera muy aproximada, los que aparecen en la música, más concretamente en la Justa Entonación.

Esferas y nuevas melodías

Aunque sea de forma colateral, el hecho de relacionar la música con el cosmos ha servido para encontrar argumentos a favor de las teorías musicales, para las que aceptar que las notas se pueden elegir de una forma u otra sólo por razones estéticas no era un argumento suficiente. Así, la idea de un universo formado por esferas concéntricas sirvió para validar la afinación pitagórica en la que sólo participan los números dos y tres. Sin embargo, cuando la situación se fue complicando y las circunferencias se convirtieron en elipses, la que salió beneficiada fue la Justa Entonación, en la que se utilizan el dos, el tres y el cinco. No obstante, la idea original de búsqueda de una conexión entre el universo y la música, más allá de lo estrictamente matemático sigue inspirando a los músicos. Como muestra de esta inspiración daremos aquí dos ejemplos. El primero, *Esferas*, es el capítulo de una tesis doctoral en música y se basa directamente en las ideas de Kepler y el segundo, *Music of the Spheres*, se basa en la intuición que el autor tiene de una ‘música del cosmos’.

El 24 noviembre de 2006, en la VIII reunión de decanos y directores de Matemáticas, celebrada en la Universidad Politécnica de Valencia, el compositor José Ibáñez Barrachina estrenó su obra *Esferas* concebida a partir de los intervalos que aparecen en los cálculos de Kepler y teniendo en cuenta los siete compases que el astrónomo asigna a los planetas y la Luna en *Harmonices Mundi*.

Esferas
Kepler en el Siglo XXI José Ibáñez Barrachina
2006

Andante
Trompeta Do y piccolo
Andante
Trompeta Do
Andante
Trompa Fa
Andante
Trombón
mf
Andante
Tuba

Fragmento de la partitura de *Esferas. Kepler en el siglo XXI* creada en 2006 por J. Ibáñez Barrachina a partir de los cálculos de Kepler.

En esta obra, los sonidos propuestos por Kepler se mezclan con otros, de manera que se escuchan de forma simultánea las notas originales, completamente tonales y que representan la

tercera mayor, la tercera menor, la quinta, el unísono, etc., junto con melodías elaboradas por el compositor a partir de sonidos actuales que huyen de la tonalidad. En los cálculos de Kepler, la única excepción a la música tonal más ortodoxa la constituyen el intervalo que representa a la Tierra: el semitono. Este intervalo, prohibido durante largo tiempo, es aceptado en el Barroco “mientras sea utilizado con mesura y no como el material básico para la elaboración de una obra” y está presente en todos los cromatismos del S. XIX. Además, se combinan dos tipos de series, una establecida por Kepler y otra diseñada por el compositor variando la anterior. La técnica de composición, sin llegar al dodecafonismo, está inspirada en el método de Arnold Schönberg (1874 –1951) de modo que las series suenan completas y no se repiten hasta que no ha sonado la última nota de la serie. Éstas se transportan y se superponen de forma que en ocasiones resulta difícil reconocerlas.

Los instrumentos elegidos para la obra no son un hecho casual, en el clasicismo F. J. Haydn, W. A. Mozart y L. V. Beethoven tuvieron su banco de pruebas en el cuarteto de cuerdas, formación para la que escribieron multitud de novedades que posteriormente aplicaron a sus obras mayores. Para *Esferas* se ha preferido la sonoridad de los metales que tienen una formación de cámara estable en el quinteto de metales.

La idea de un Universo formado por esferas concéntricas sirvió para validar la afinación pitagórica en la que sólo participan los números dos y tres.

Pocos meses después del estreno de *Esferas*, cuando Mike Oldfield, manifestó en numerosas entrevistas promocionales que estaba trabajando en su álbum *Music of the Spheres*, hubo algún periodista que se puso en contacto con Ibáñez para comprobar si había habido relación entre ambas obras. Lo cierto es que ni los autores ni las obras habían tenido ningún tipo de relación y lo único que les unía era el tema en el que se habían inspirado.

Music of the Spheres es un disco compuesto para orquesta sinfónica, y que cuenta con secciones interpretadas por coro, soprano y guitarra clásica que interpreta el propio Mike Oldfield. Está diseñado con melodías minimalistas, cambios de texturas armónicas y tonos melódicos que en nada tienen en cuenta los intervalos keplerianos o los cálculos a los que hemos hecho referencia en este trabajo. A pesar de ello, está claro que la idea de búsqueda armonía entre los astros sigue siendo fuente de inspiración de creadores musicales.

Epílogo

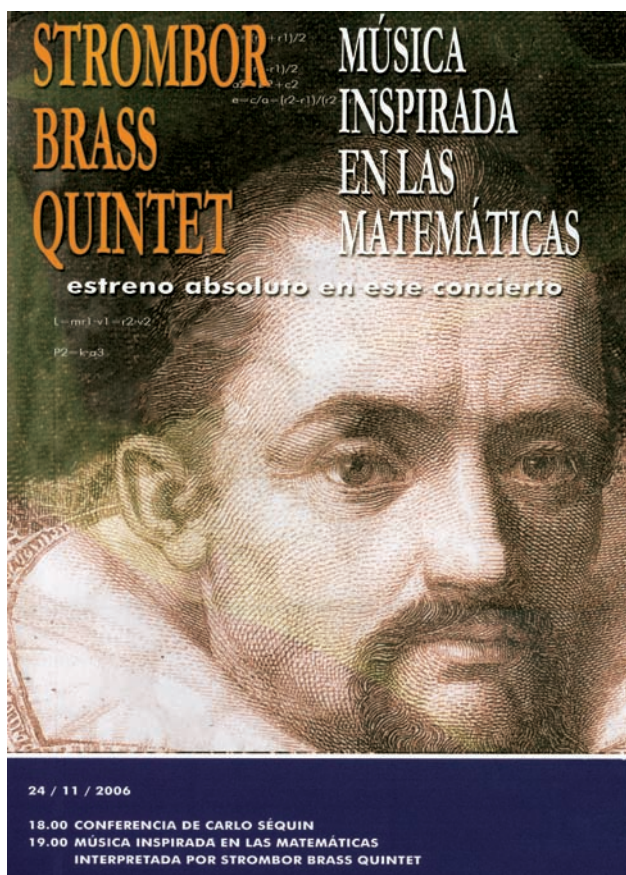
Como bien dice J. Godwin (2009), todos los autores que han estudiado la música de las esferas comparten la idea pitagórica de que hay algo musical en el cosmos y algo cósmico en la música. De hecho, que todas las proporciones que aparecen al relacionar las velocidades angulares de los planetas se correspondan de forma muy aproximada con intervalos musicales que aparecen en la Justa Entonación, parece algo más que una pura casualidad. Sin embargo, siendo honestos, debemos reconocer que muchas de las noticias que vinculan el universo con la música son, como mínimo, muy forzadas.

Cuando leemos que los ultrasonidos se utilizan para la rotura de cálculos de riñón, en las endoscopias o en algunos tratamientos de fisioterapia, a nadie se le ocurre incluir estas técnicas dentro de las aplicaciones de la musicoterapia. Está

claro que los ultrasonidos ni son música ni los oímos. Sin embargo, no es extraño encontrar en internet, o en algunos medios de comunicación, noticias que afirman que “la atmósfera del Sol ‘suena’ tal como habían anticipado los pitagóricos y la tradición científica posterior” y la afirmación se justifica en que está llena de ondas de ultrasonidos.

A pesar de algunas justificaciones más que dudosas de la relación entre música, matemáticas y astronomía o de los altibajos que ha sufrido la idea de una armonía de los astros, hay que reconocer que un tema que ha interesado a pensadores y artistas a lo largo de miles de años puede despertar también el interés de nuestros alumnos y nosotros no deberíamos dejar pasar iniciativas que podrían servir para motivarlos.

MUSYMÁTICAS ■



Cartel del estreno de la obra Esferas, interpretada por Strombor Brass Quintet.



Portada del disco *Music of the Spheres* de Mike Oldfield estrenado en el atrio del Museo Guggenheim de Bilbao el año 2008.

Fragmento de la *Oda III – A Francisco de Salinas* de Fray Luis de León (1527 –1591)



[...] Traspasa el aire todo
hasta llegar a la más alta esfera,
y oye allí otro modo
de no percedera
música, que es la fuente y la primera.

Ve cómo el gran maestro,
aquesta inmensa cítara aplicado,
con movimiento diestro
produce el son sagrado,
con que este eterno templo es sustentado.

Y como está compuesta
de números concordés, luego envía
consonante respuesta;
y entrambas a porfía
se mezcla una dulcísima armonía. [...]

NOTAS

- 1 Las otras artes nobles son los ritos, la música, la escritura, la conducción de carros y el tiro con arco.
- 2 Si nos centramos sólo en pensadores españoles anteriores al siglo XVII, encontramos musicólogos y compositores, como Isaac ben Abraham ibn Latif (aprox. 1220 – 1290), Isaac ben Haim (1467 – después de 1518), Bartolomé Ramos de Pareja (1440 – después de 1491) o Francisco de Salinas (1513 – 1590), cuyas aportaciones sobre el tema han pasado a la historia.
- 3 Los Seis Libros clásicos fueron los de la Música, de las Mutaciones, de las Odas, de la Historia, de los Ritos y los Anales de primavera y otoño.
- 4 El Emperador Amarillo, también conocido como Huangdi es una de las figuras más importantes de la mitología china. Se trata de uno de los Cinco Emperadores que reinó, según la tradición, desde el 2698 al 2598 a. C.
- 5 Se inicia la serie con el Fa[♯] porque es el sonido adoptado por el diapasón chino y, además así la escala pentatónica se corresponde con las teclas negras del piano.
- 6 A pesar de su neopitagorismo, Kepler es consciente de la imposibilidad de percibir la música de las esferas: *Iam soni in coelo nulli existunt, nec tam turbulentus est motus, ut ex attritu aurae coelestis eliciatur stridor.*

- 7 A la muerte de Tycho Brahe (1602), Kepler accede a todos los datos recopilados por Tycho y advierte que su sistema de poliedros no era sostenible.
- 8 Las tres leyes, publicadas en 1609 en su obra *Astronomía Nova*, pueden resumirse como:
 1. Cada planeta describe, en sentido directo, una órbita elíptica, uno de cuyos focos está ocupado por el Sol.
 2. El área descrita por el radiovector que une el centro de un planeta con el centro del Sol es proporcional al tiempo empleado en barrerla.
 3. Los cuadrados de los tiempos de las revoluciones siderales de los planetas son proporcionales a los cubos de los semiejes mayores de sus órbitas.
- 9 Urano se descubrió en 1781, Neptuno en 1846 y Plutón, aunque ya no sea planeta, en 1930.
- 10 A ellos se debe la ley de Titius-Bode que relaciona la distancia (en unidades astronómicas) de un planeta al Sol con el número de orden del planeta mediante la sucesión

$$d = \frac{3 \cdot m + 4}{10}, \quad m = 0, 2^0, 2^1, 2^2, \dots$$

A pesar de la imprecisión para los planetas más lejanos, esta ley tuvo una gran importancia en el desarrollo de la Astronomía de finales del siglo XVIII y principios del siglo XIX.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alsina, C. (2010): *La secta de los números. El teorema de Pitágoras*, RBA Coleccionables, S. A., Barcelona.
- Dreyer, J. L. E. (1953): *A History of Astronomy from Thales to Kepler*, Dover Publications, Inc., Nueva York.
- Godwin, J. (2009): *Armonía de las esferas*, Ediciones Atalanta, S. L., Girona.
- Ibáñez Barrachina, J. (2008): *Métodos exactos y heurísticos de afinación. Aplicación a la trompeta*, Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Valencia.
- Liern, V., Queralt, T. (2008): *Otras actividades de Música y Matemáticas*, (Día Escolar de la Matemáticas 2008), Servicio de Publicaciones de la FESPM, Badajoz.
- Neubauer, J. (1992): *La emancipación de la música*, Editorial Visor, Madrid.
- Robertson, A., Stevens, D. (1989): *Historia general de la música*, Ediciones Istmo, Madrid.

Vera, F. (1937): *Historia de la Ciencia*. Editorial Iberia, Barcelona.

Internet

- <http://hypatialafilosofa.blogspot.com/2009/06/de-filolao-eudoxo-y-las-esferas.html>
- <http://rmcviola.wordpress.com/2010/10/26/musica-oriental-la-musica-en-china/>
- <http://warrenelcriticon.blogspot.com/2007/10/02/mike-oldfield-music-of-the-spheres/>
- <http://www.fespm.es/web2009/documentacion/diaescolar/COMP-DIA-ESCOLAR.pdf>
- <http://www.fing.edu.uy/if/cursos/acustica/esferas.pdf>
- <http://www.mikeoldfieldblog.com/2008/03/30/la-musica-de-las-esferas/>

Este artículo fue solicitado por *Suma* en febrero de 2011 y fue aceptado en abril de 2011 para su publicación.