FESPM

Las matemáticas no están confinadas al papel

Cecilia Calvo Pesce
María Teresa Navarro Moncho
Juan Carlos Toscano Grimaldi

El jueves, 11 de junio de 2020, se llevó a cabo el segundo *webinar* (figura 1) dedicado a la enseñanza de las matemáticas realizado por la Organización de Estados Iberoamericanos (OEI), en el marco de la alianza con la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) y la Federación Iberoamericana de Sociedades de Educación Matemática (FISEM).

El encuentro titulado *Las matemáticas no están confinadas al papel*, fue moderado por Juan Carlos Toscano (figura 2), técnico de Educación Superior, Ciencia y Formación Profesional de la OEI, y contó con la participación de Cecilia Calvo Pesce, doctora en Didáctica de las Matemáticas por la Universitat Autònoma de Barcelona, y María Teresa Navarro Moncho, profesora investigadora del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universitat de València, quienes desarrollaron el encuentro en formato entrevista abordando temáticas alrededor de la función docente y la metodología de la enseñanza de las matemáticas en el actual contexto derivado de la pandemia mundial de la COVID-19.

Introducción

La crisis sanitaria provocó el confinamiento de la ciudadanía y en consecuencia la imposibilidad de continuar con el proceso de enseñanza y aprendizaje de manera presencial. Esta circunstancia supuso un reto tanto para el profesorado como para el alumnado de los diferentes niveles educativos y sus familias. Ni unos ni otros estaban preparados para pasar, de la noche a la mañana, de una metodología de enseñanza basada en la presencialidad a una metodología a distancia, sin tener a disposición, en la mayoría de los casos, las herramientas tecnológicas, pedagógicas y didácticas imprescindibles para hacer esta transición.

En este contexto, durante los largos meses de distanciamiento, el profesorado retomó de maneras muy diversas el acompañamiento en el proceso de enseñanza y aprendizaje a su alumnado. Utilizó videoconferencias, plataformas virtuales como Moodle, correo electrónico o llamadas telefónicas para resolver dudas, enviar y recibir tareas. Ahora bien, la función del profesorado no se limitó a la tutorización de las competencias propias de su área, sino que además tuvo que atender emocionalmente a su alumnado, realizar tareas de orientación y sobre todo de competencia digital.

El encuentro que aquí reseñamos pretendió ir más allá de describir las excepcionales características de esta situación que obligó al conjunto de los docentes a deslocalizar su tarea de una manera nunca antes imaginada. Se describieron, a modo de ejemplo, algunas propuestas que el profesorado de matemáticas

Figura 1. Cartel de invitación al webinar

Figura 2. Juan Carlos Toscano presentando el webinar

ha estado llevando a cabo durante el confinamiento y que eran viables y ricas a pesar del distanciamiento. También se pretendió brindar elementos de reflexión que pudieran ayudar a la introspección que cada maestro y maestra está realizando actualmente sobre qué hizo y qué pudo haber hecho durante este período de confinamiento, sobre lo que hará en caso que se presente otro periodo de este tipo pero, especialmente, sobre lo que hará cuando vuelva a estar en un aula con su alumnado.

La entrevista

M.ª Teresa Navarro (figura 3), en el papel de entrevistadora, propuso organizar el *webinar* en torno a tres grandes temas:

— La posibilidad de avanzar contenidos en situaciones en las que es imposible la presencialidad.
— El papel del currículo en el modelo de enseñanza.
— El tipo de actividades recomendables cuando no se puede ejercer la presencialidad.

Consideramos que estos tres aspectos eran de interés para el profesorado, no solo en la situación de crisis que estábamos viviendo, sino con el ánimo de aprender de la situación vivida para mejorar la enseñanza a distancia en posibles futuras crisis que impidan la presencialidad y también aprovechar las oportunidades que ha supuesto esta situación en nuestra práctica

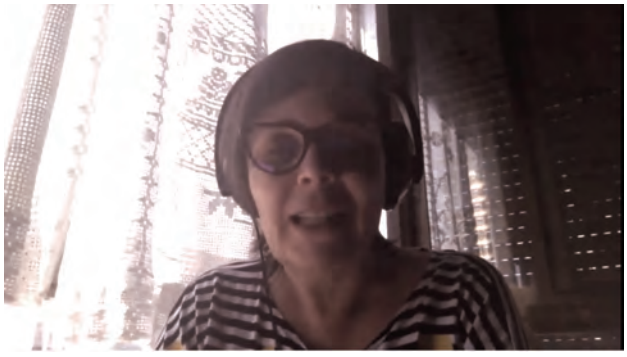


Figura 3. M.ª Teresa Navarro durante la entrevista

Figura 4. Cecilia Calvo durante la entrevista

docente para impulsar un cambio de modelo en la enseñanza presencial.

Por su parte, Cecilia Calvo (figura 4) dio respuesta a estos temas de manera extensa tal como se puede ver en la grabación de la entrevista accesible a través del enlace siguiente: <https://www.oei.es/Educacion/Noticia/asi-fue-el-webinar-las-matematicas-no-estan-confinadas-al-papel>.

SOBRE LOS CONTENIDOS

En muchos casos, el profesorado optó por avanzar contenidos y saltaron a las redes sociales debates y reflexiones sobre la conveniencia o no de esta opción.

¿Crees que se debería avanzar en los contenidos en una situación como la que hemos vivido en la que se pierde la presencialidad de las clases?

Comenzaré poniendo en perspectiva la cuestión planteada. ¿Qué es lo que realmente hacemos nosotros cuando estamos en el aula con nuestros alumnos? ¿Solo transmitimos conocimientos? ¿O lo que hacemos es también transmitir una imagen de una ciencia que ha sido fundamental en la humanidad como son las matemáticas, una manera de pensar, una manera de hacer?

Además de los contenidos básicos (aritmética, geometría...) también perseguimos el trabajo de los procesos matemáticos, en el sentido en que los define la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2003), maneras de hacer matemáticas, como son la resolución de problemas, el establecimiento de conexiones, el razonamiento y la prueba, la comunicación y la representación.

Mi respuesta a la pregunta sobre la conveniencia de avanzar contenidos en una situación como la que hemos vivido es no, porque:

- No es pertinente, pues podría tener como consecuencia aumentar las brechas y los docentes tenemos la responsabilidad social de intentar evitarlo.
- No es posible, ya que desde mi manera de entender qué es enseñar matemáticas en primaria y secundaria obligatoria, la conversación entre iguales moderada por el maestro es imprescindible para generar conocimiento. En este sentido, la comunicación verbal es esencial y las interacciones de este nivel se ven muy limitadas en una videoconferencia o más aún a través de un material escrito, y también es muy importante la información que recibimos de la comunicación no verbal y esta desaparece en las condiciones de distanciamiento.
- No es imprescindible, pues, coincidiendo con Luis J. Rodríguez (2020), presidente de la Comisión de Educación de la Real Sociedad Matemática Española (RSME), creo que conviene relativizar la situación considerando la duración del confinamiento con relación a la totalidad de la escolarización. Además, por la disposición helicoidal del currículo, los contenidos que no se hayan tratado en este período se retomarán en cursos futuros. No es

un problema no haber cubierto todos los contenidos previstos, lo que realmente debería dejarnos con la sensación de tiempo perdido es, en los casos en que se pudo tener algún contacto con el alumnado, no haber aprovechado esas oportunidades para proponerles experiencias que contribuyan a mejorar su relación con las matemáticas. Considerando además el escaso servicio que puede hacer al alumnado estudiar algo de manera superficial, por el mero hecho de decir que se ha cubierto el temario, debemos preguntarnos qué matemáticas se pueden hacer sin avanzar contenidos nuevos, sino consolidando conocimientos previos. Se pueden hacer matemáticas avanzadas con conocimientos elementales (Dreyfus, 1991), el reto para el profesorado radica en encontrar tareas competencialmente ricas en el sentido de procesos, que no requieran avanzar contenidos y nos ayuden a mantener al alumnado activo matemáticamente y, sobre todo, que nos ayuden a transmitirle que hacer matemáticas no consiste en aprender fórmulas y en repetir procedimientos no transparentes sino en resolver problemas algo que se puede transmitir recurriendo únicamente a los contenidos y conocimientos previamente adquiridos.

SOBRE EL CURRÍCULUM

¿Condiciona el currículum el modelo de enseñanza?

A pesar de las diferentes realidades de los docentes que presenciaron la entrevista o que leen esta reseña, según su comunidad autónoma o su país de residencia, se pueden hacer algunas reflexiones generales. Los currículums están vivos, siempre son mejorables y el profesorado debe reclamar que las autoridades continúen trabajando por la elaboración de mejores currículums, acordes con interpretaciones actualizadas de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, muchas de las dificultades que hemos encontrado para adaptarnos a la situación de distanciamiento no se explican por las carencias que pueda tener un currículum en particular sino por la interpretación que como colectivo hacemos del currículum. Los conflictos más serios que hemos tenido en este momento de crisis tienen mucho más que ver con las creencias en el modelo de aprendizaje que con los currículums. A los docentes, en general, y a los profesores o maestros de matemáticas, en particular, el peso de la tradición nos encorseta mucho más que el propio currículum. La realidad es que la mayoría de los currículums permiten hacer interpretaciones flexibles y tomar decisiones que nos permiten no restringirnos a repetir «lo que siempre se ha hecho» y en algunos territorios las propias autoridades educativas nos invitaron a reconsiderar esta tradición cuando recomendaron a los docentes que lo más importante era mantener el contacto con los alumnos y mantenerlos activos.

SOBRE LAS TAREAS

¿Qué tipo de tareas son pertinentes cuando no podemos ejercer la presencialidad?

Cuando decimos que las matemáticas no están confinadas al papel estamos haciendo una declaración de intenciones: las matemáticas en el aula deberían ser mucho más que un conjunto de tareas escritas, deberían entenderse como una serie de experiencias que el maestro propone a su alumnado conectando una experiencia a la otra mediante una conversación en la que no únicamente tiene voz el docente.

En este sentido, las matemáticas que propusimos a nuestro alumnado durante el confinamiento nos supusieron un reto que no se limitó a hacerles llegar una serie de documentos que muchos de ellos no podían imprimir, sino en buscar actividades matemáticas ricas que no estuvieran ligadas al papel, que, al igual que cuando estamos en el aula, tuvieran una importante componente experimental usando materiales que podían encontrar en su entorno para generar conocimiento a partir de esa manipulación.

Veamos tres ejemplos, dos más cercanos a las matemáticas que se trabajan en primaria y uno más cercano a las matemáticas que se trabajan en secundaria. Una característica que tienen en común estos ejemplos es que se trata de tareas de suelo bajo y techo alto (Low Threshold High Ceiling Tasks) <https://nrich.maths.org/10345>. Eso implica que podemos indicar una edad a partir de la cual pode-

mos proponer el reto, una edad a partir de la cual la primera pregunta que les planteamos es accesible, pero este reto puede ser propuesto a alumnos mayores porque es la gestión de las preguntas que hacemos durante la actividad la que permitirá al alumnado ir tan lejos como sus conocimientos y su motivación por profundizar le permita.

Primer ejemplo (a partir de 7 años)

Con 12 monedas o 12 fichas circulares del mismo tamaño puedo representar los dos rectángulos que aparecen en la figura 5. ¿Podrías representar otros rectángulos?

A partir de esta primera pregunta tan abierta y las respuestas que recibimos del alumnado podemos hacer más preguntas: ¿estás segura de que has encontrado todas las soluciones?, ¿qué pasaría si en lugar de 12 monedas tuvieras 14?, ¿cuantas más monedas tengas, tendrás más soluciones?, ¿habrá siempre más soluciones del tipo rectángulos «completos» que del tipo rectángulos «vacíos»?, etc.

Si queremos mirar qué contenidos matemáticos clave están detrás de las preguntas anteriores podemos ver que en el caso de los rectángulos «completos» se trata de repartir las monedas en grupos iguales de todas las maneras posibles, una idea vinculada a la búsqueda de todos los divisores de 12 que puede hacerse mucho antes de conocer la división. En el caso de los rectángulos «vacíos» se trata de distribuir las monedas para conformar el perímetro del rectángulo, una tarea que tiene una cantidad de soluciones que podemos predecir a partir del número de monedas.

— No tiene ninguna solución cuando la cantidad de monedas es impar.

— Y cuando, n, la cantidad de monedas es par: la cantidad de soluciones es $\frac{1}{4}(n-4)$ si n es múltiplo de 4 y $\frac{1}{4}(n-6)$ si n es par pero no múltiplo de 4.

Segundo ejemplo (a partir de 8 años)

Entendiendo que utilizando palillos se pueden representar números romanos que no impliquen el uso de la C ni la D, ¿cuántos números romanos puedes representar usando cuatro palillos?, ¿y utilizando exactamente 7?, ¿qué número entre 1 y 100 es el que necesita más palillos? (figura 6) o ¿cuántos palillos necesitas para escribir todos los números del 1 al 10?, ¿y del 1 al 50?

Las tareas relacionadas con números romanos, que no se limitan a la mera traducción de este sistema de numeración al que utilizamos en la actualidad, permiten a los alumnos reflexionar sobre el potencial de un sistema decimal posicional, sobre la representación de números en diferentes sistemas. Todo ello sin dejar de lado procesos tan fundamentales en la actividad matemática como la resolución de problemas o la comunicación de descubrimientos realizados durante esta resolución.

Tercer ejemplo (a partir de 12 años)

Con las tarjetas que aparecen en la figura 7 ¿cuántas sumas o restas diferentes puedes obtener?, ¿cuál es el valor más pequeño que se puede obtener como resultado de una de esas restas?, ¿hay alguna suma que te haya dado un resultado menor que 1?, si conviertes los resultados en expresiones decimales, ¿puedes clasificar los resultados obtenidos según sean expresiones decimales finitas, periódicas puras o periódicas mixtas?, etc.

Una de las oportunidades que nos ha dado este confinamiento es la de consolidar destrezas con las que los alumnos ya habían tenido contacto y que serán

Figura 5. Dos rectángulos, uno «completo» y otro «vacío», representados con 12 monedas

Figura 6. Para representar el número 88 en números romanos necesitamos 13 palillos, el máximo

prerrequisitos de aprendizajes futuros. La operatoria con fracciones es un ejemplo de este tipo de destrezas. El alumnado necesita practicarla para automatizarla y que no represente una dificultad en sí misma cuando, por ejemplo, se les presenta inmersa en la manipulación algebraica propia de los últimos cursos de la enseñanza obligatoria. Pero esta práctica no ha de pasar necesariamente por la propuesta de una serie de operaciones que el alumno ha de ejecutar de manera reproductiva. Podemos envolver la misma práctica en una propuesta que no requiere más que unas pocas imágenes y una explicación verbal muy corta, y que demanda al alumno más que la ejecución de muchas operaciones aditivas. Le pide que planifique su acción para no perder soluciones y lo invita a hacerse nuevas preguntas. Por ejemplo, ¿cambiaría la cantidad de soluciones si cambio la tarjeta del 5 por una con el número 6?

Para cerrar este apartado, me gustaría destacar que aunque este tipo de actividades han funcionado razonablemente bien en situaciones de distanciamiento entre los alumnos y de estos con su profesor, tienen mayor potencial aún cuando podemos compartir aula. Tener un buen repertorio de estas actividades es tener un tesoro, pero para conseguirlo no es necesario que cada profesor se invente cada una de las actividades que lo conforman.

Afortunadamente, muchos profesores comparten en las redes sociales, desinteresadamente, las actividades que proponen a sus alumnos y entre ellas encontramos muchas competencialmente ricas consistentes con la imagen que queremos dar de las matemáticas.

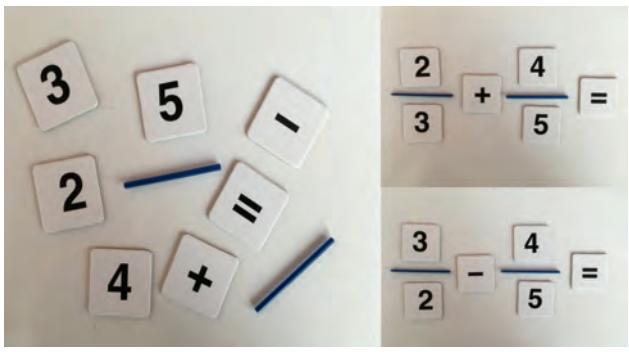


Figura 7. Con las tarjetas que aparecen en la parte izquierda de la figura se pueden plantear diferentes sumas y restas

En las páginas finales del documento <https://bit.ly/webinar11junio> se pueden encontrar enlaces a documentación que permite profundizar en el análisis superficial que hemos hecho de estas tres tareas.

Reflexiones finales

¿Qué podemos aprender de esto? ¿Qué debilidades se han mostrado?

Como docentes tenemos que tener muy presente nuestra responsabilidad como modelo de aprendizaje continuo y esta actitud se refleja en nuestra voluntad de aprender de situaciones como la actual preguntándonos:

- ¿Cuál es el papel de la transmisión de conocimientos?
- ¿Qué otro tipo de tareas puedo hacer?
- ¿Qué alternativas tengo cuando no puedo poner a los alumnos a trabajar en grupo?
- ¿Puedo hacer matemáticas manipulativas sin los materiales que habitualmente llevamos al aula?
- ¿Qué acciones puedo emprender durante el distanciamiento para que el alumno tome la responsabilidad de su aprendizaje?

Hay otras oportunidades que nos ha dado el confinamiento, por ejemplo, la cantidad enorme de propuestas de formación online que nos han ofrecido a través de las redes o la oportunidad que se nos ha brindado de valorar lo que tenemos cuando estamos en la clase presencialmente, por ejemplo, la importancia de dar voz a los alumnos o la riqueza de mirarlos a la cara para obtener información sobre sus dificultades en el aprendizaje. Respecto a las debilidades, destacaría las carencias de formación digital que hemos detectado, no solo entre el profesorado, sino también entre el alumnado. Tenemos que preparar a alumnos y alumnas porque esto se puede volver a repetir.

En resumen

Juan Carlos Toscano finalizó la sesión con algunos titulares de la entrevista que consideramos importante reproducir en este artículo para recopilar a modo de cierre final:

— Los problemas son como obras de arte que nunca se terminan.
— Si te atreves a enseñar no ceses de aprender.
— Incrementar contenidos hubiera sido aumentar las brechas.
— La construcción del conocimiento tiene muchos componentes sociales.
— Esto nos puede volver a pasar.
— Esto es una oportunidad de cambiar la imagen de las matemáticas.

Referencias bibliográficas

Dreyfus, T. (1991), «Advanced Mathematical Thinking Processes». En Tall, D. (ed.), *Advanced Mathematical Thinking*, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht/ Boston/ London, 25-41.

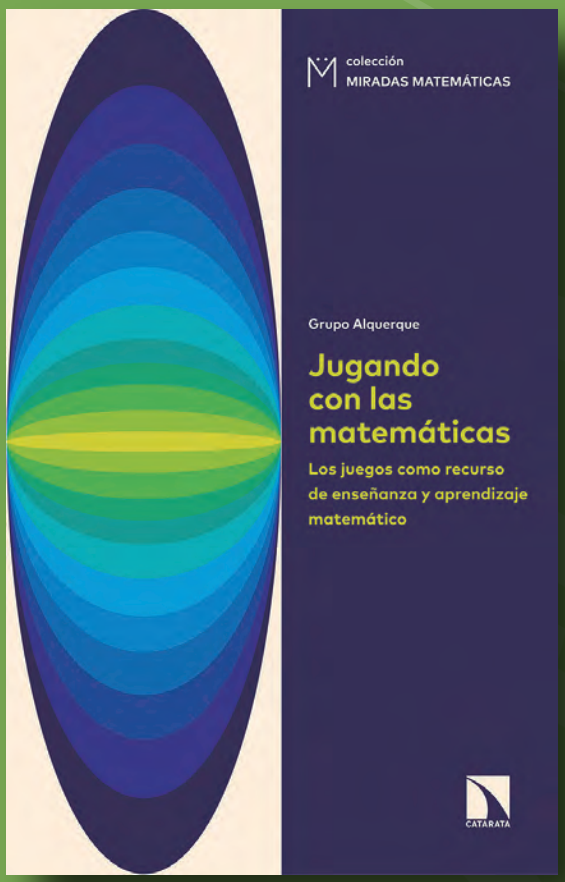
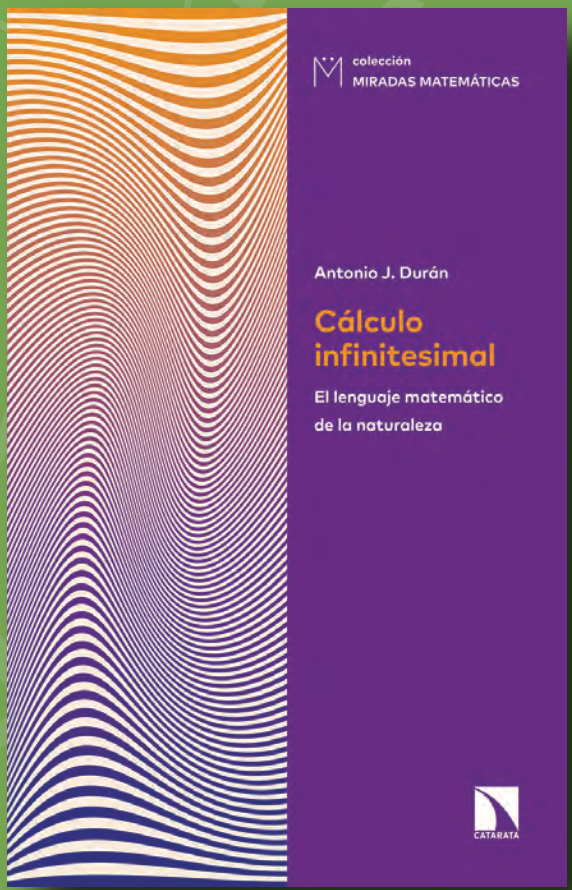
National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2003), *Principios y estándares para la educación matemática,* Sociedad Andaluza de Educación Matemática «Thales», Sevilla, España.

Rodríguez, J. L. (2020), «Debemos reflexionar sobre cómo afrontar la educación matemática adaptada a las necesidades del siglo xxi», [Mensaje en un blog] RSME [Blog] recuperado de <https://www.rsme.es/2020/05/luis-j-rodriguez-debemos-reflexionar-sobre-como-afrontar-la-educacion-matematica-adaptada-a-las-necesidades-del-siglo-xxi/>.

Cecilia Calvo Pesce
Escola Sant Gregori, Barcelona
<ccalvopesce@gmail.com>

María Teresa Navarro Moncho
Universitat de València
<teresa.navarro-moncho@uv.es>

Juan Carlos Toscano Grimaldi
Organización de Estados Iberoamericanos
<jctoscanogrimaldi@gmail.com>

Servicio de Publicaciones de la FESPM

<publicaciones@fespm.es>