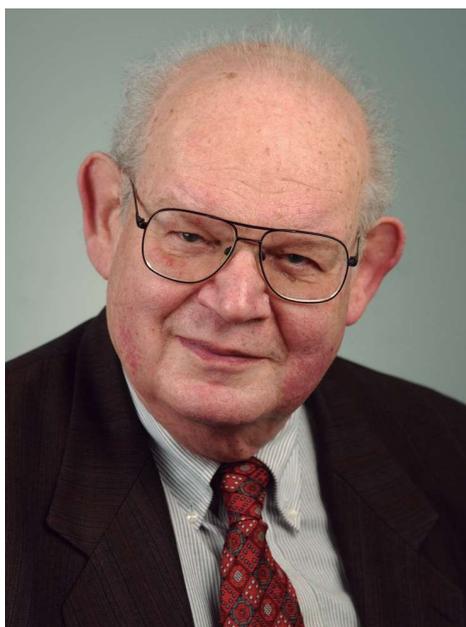


# Mandelbrot: tres días en Madrid con el padre de la geometría fractal

ANTONIO PÉREZ SANZ

La práctica totalidad de los patrones comunes en la naturaleza son irregulares. Su aspecto es exquisitamente desigual y fragmentario, no sólo más elaborado que la geometría de Euclides, sino de una complejidad enormemente superior.

Benoît Mandelbrot



## En puertas del tercer milenio

Madrid, viernes,  
25 de agosto de 2006

65  
suma<sup>+</sup>  
81

Tuve la enorme suerte de conocer en persona a Benoît Mandelbrot en el mes de agosto de 2006 y de pasar con él y con su mujer Alette unos días inolvidables en Madrid. La cita con Mandelbrot era a las 10 de la mañana en el Hotel Meliá-Los Galgos de la calle Claudio Coello de Madrid. Puntuales como clavos aparecimos en la recepción del hotel Aurora, mi mujer, y yo, dispuestos a ser los anfitriones, acompañantes y guías en Madrid durante varios días de una leyenda viva de las matemáticas del siglo XX.

La segunda quincena de ese caluroso mes de agosto, Madrid era el centro del universo matemático. Más de 3.000 de las cabezas más brillantes de las matemáticas se reunía en la capital con motivo de la celebración del Congreso Internacional de Matemáticos, el ICM 2006.

No fue un ICM cualquiera. Dentro de muchos años los matemáticos seguirán hablando de él. Las televisiones españolas y alguna extranjera cubrieron una sesión inaugural que fue más importante por las ausencias (por la ausencia) que por las presencias. Y eso que las autoridades políticas se pelearon por las pocas plazas de la mesa presidencial: El

rey Juan Carlos I, Esperanza Aguirre (Presidenta de la Comunidad de Madrid), Alberto Ruíz-Gallardón (Alcalde de Madrid)... El rey entregaría en esa sesión las Medallas Fields de Matemáticas: el tesoro más preciado de los matemáticos, al menos de los de menos de 40 años, el nobel de matemáticas, la cima del reino de los números.

Todo el mundo estaba allí, en ese monumental salón de actos del Palacio de Congresos del IFEMA madrileño. ¿Todo el mundo? No. Faltaba alguien. La ausencia más sonada de la historia de las medallas Fields. Toda la prensa, especializada o no, estaba a la espera del matemático más popular del momento, Gregori Perelman, que unos meses antes había demostrado uno de los retos matemáticos del milenio: la conjetura de Poincaré.

Pero *Grisba* Perelmann nunca llegó a Madrid. Los que sí llegaron a recoger su medalla Fields fueron otros tres jóvenes genios matemáticos: Terence Tao (al que ya presentamos en *Suma* 74), Wendelin Werner y Andrei Okounkov.

También llegó, aunque pasó por el ICM sin excesivo ruido mediático, el padre de los fractales: Benoît Mandelbrot. Uno de los matemáticos más emblemáticos, a la vez que polémico, del siglo XX.

Yo estaba en el comité de actividades culturales del ICM 2006 y como tal me tocó ser organizador y comisario, junto a Raúl Ibáñez (sí, el de Órbita Laika), de las tres exposiciones matemáticas que se montaron en el centro cultural Conde-Duque de Madrid. Una de ellas se titulaba *Arte fractal: belleza y matemáticas*. Una impresionante colección de 49 cuadros de fractales seleccionados entre los cientos que participaron en el Concurso Internacional de Arte Fractal. En el catá-

logo de la exposición hay una introducción del propio Mandelbrot, con un reconocimiento expreso a Pierre Fatou y a Gaston Julia, su profesor en la École Polytechnique de París, a Paul Montel y a su tío Szolem, junto a la introducción de Raúl y mía explicando el origen y contenido de la exposición. Aunque modesta, puedo decir que comparto una publicación con Mandelbrot.

A algunos de los miembros de los distintos comités nos pidieron actuar de acompañantes de algunas de las personalidades asistentes al congreso. Cuando me propusieron hacer de guía-anfitrión de Mandelbrot no lo dudé ni un momento aunque eso significase que me perdería alguna de las conferencias interesantes del congreso. Un sueño hecho realidad: pasar varios días con un genio vivo de las matemáticas.

Pero empecemos por el principio.

## Infancia y adolescencia de película: «un canto rodado no coge musgo»

Benoît Mandelbrot nació en Varsovia el 20 de noviembre de 1924, hijo de una familia judía de origen lituano. Una familia culta, amante de las obras de la mente más que de los bienes materiales. Su padre era un acomodado comerciante y su madre era dentista con consulta propia, aunque la influencia científica más directa sobre el joven Mandelbrot la ejercería, en esa época y durante mucho tiempo, su tío Szolem, ya entonces profesor del Collège de France en el que había

### Mandelbrot, invitado de honor del ICM de Madrid

Y allí estaba, sentado junto a una mesa baja del hall del hotel, con su enorme altura y su rostro inconfundible de joven empollón, a pesar de sus 81 años, Benoît Mandelbrot, junto a su inteligente y entrañable mujer Aliette. Tras unas palabras de saludo y presentación en inglés, decidimos comunicarnos en francés. Benoît y Aliette se sorprendieron del francés parisino de Aurora. El hecho de que Aurora compartiese con Mandelbrot la experiencia vital de haber sido hija de exiliados políticos en una de las ciudades de la periferia de París contribuyó a crear entre los cuatro un clima de complicidad desde el primer momento, muy lejos de la habitual rigidez protocolaria de estos eventos. La familia de Mandelbrot había vivido, tras su huida a Francia en 1936, en Belleville, una de esas ciudades satélites situada al noroeste de París durante tres años; Aurora y su familia, en Vitry, al sureste. Como decía Benoît, el acento francés de *les banlieues* deja una huella indeleble que pervive a lo largo del tiempo. Lo decía alguien que hablaba polaco, inglés, francés, alemán, un poco de italiano...

sucedido en el puesto al mismísimo Jacques Hadamard (1985-1963).

A los seis años de edad es testigo, sin duda inconsciente, de una cena familiar que marcará su trayectoria científica. En esa cena, en la casa familiar, se reúnen junto a su abuelo, sus padres y sus tíos, el propio Szolem, Paul Montel, Arnaud Denjoy y Hadamard. Estos iban de camino al Primer Congreso de Matemáticas de la URSS que se celebró en junio de 1930 en Járkov. Los que con el tiempo serían sus referentes matemáticos estaban sentados en la mesa familiar. Dos de los asistentes, su tío y profesor en sus primeros años Loterman y su mujer Helena, desaparecerían durante el Holocausto.

La vida en Varsovia en la década de 1930, en plena Depresión, no era fácil. De hecho su padre, comerciante de profesión dedicado a la industria textil tuvo que emigrar a Francia en 1931, llevándose a la familia, por fortuna para todos, en 1936. El especial olfato del padre de Mandelbrot para detectar los peligros que acechaban a la familia y su determinación a cambiar de vida y de residencia sin pensarlo dos veces, salvaría la vida a Benoît y a su hermano Léon en más de una ocasión. Entre 1914 y 1920 los Mandelbrot vivieron en Varsovia (Polonia), en Járkov (URSS), en Sebastopol (Crimea), en Constanza (Rumanía) y de nuevo en Varsovia.

Su madre había nacido en una ciudad al noroeste de Vilna (Lituania), entonces territorio polaco, aunque vivió en San Petersburgo, desde donde, huyendo del frío y la humedad, su familia se trasladó a Varsovia. Allí estudió medicina especializándose en odontología, lo que permitiría

a la familia sobrevivir entre 1931 y 1936 en plena Gran Depresión y cuando su padre ya había emigrado a París, gracias a su consulta de dentista en el domicilio familiar.

Benoît tuvo una educación un tanto heterodoxa. Aprendió a leer y a escribir en su casa de manos de su tío Loterman, quien también le inculcó la afición al ajedrez y a los mapas. A los seis años se incorporó a una escuela primaria católica en la que permaneció cuatro años. En la década de 1920, en Polonia, declarado país multinacional con gran diversidad étnica y los primeros conatos de persecución a los judíos, las escuelas eran confesionales. Pero la familia decidió apuntar a Benoît y a Léon a una escuela católica por proximidad a su casa, fuera del barrio judío. Y en ella permaneció hasta su marcha a Francia en 1936.

## Las aventuras del joven Mandelbrot en Francia durante la II Gran Guerra

Justo cuando la situación de los judíos en Polonia empezaba a hacerse insostenible, su padre consiguió los visados para toda la familia. Su madre malvendió los muebles de la casa y los enseres de su consulta y Lurie, Benoît y Léon iniciaron su viaje a Francia. Atravesaron la Alemania nazi en un viejo y destartado tren, con frecuentes paradas para dejar paso a otros trenes, cuyas puertas cerraron por fuera con candados para evitar que nadie pudiese salir del tren o, lo más probable, entrar en él.

Les llevamos al Palacio de Congresos del IFEMA, cuya entrada estaba presidida por una estatua geométrica de granito: un toro partido longitudinalmente de más de una tonelada de peso, que el incansable y simpático escultor Keizo Ushio había creado *in situ* en la sede del CSIF de la calle Serrano y montado con gran expectación y revuelo ante la puerta principal del Palacio. Sé su peso exacto pues me tocó hacer las gestiones para su adquisición y transporte desde Galicia, asesorado por mi amigo el escultor Alberto Bañuelos al que nunca estaré suficientemente agradecido.



Mandelbrot, Alette, Raúl Ibáñez y Antonio Pérez

La situación económica de la familia en París era un tanto precaria: el padre intentando montar un nuevo negocio, la madre sin poder ejercer la medicina y las secuelas de la Gran Depresión golpeando en toda Europa. Se instalaron en el pequeño apartamento de Belleville: dos habitaciones y cocina, sin agua caliente ni cuarto de baño y, como era habitual en la época, con un servicio compartido para cuatro viviendas.

En la escuela primaria del barrio aprendió a hablar el francés de la periferia parisina y obtuvo al cabo de un año el Certificat d'Études Élémentaires e inició los estudios de secundaria en el Lycée Rollin de París durante poco menos de dos años antes de marchar hacia Tulle. Fue un excelente alumno en todas las asignaturas menos en gimnasia, algo que a muchos nos suena.

El padre aprovechaba las mañanas de los domingos para enseñar a la familia los monumentos de París y, sobre todo, sus museos: el Louvre, el viejo museo de Ciencias... Era un ferviente admirador de Tiziano.



Rueda de prensa en el ICM

## Sábado, 26 de agosto de 2006

Esa mañana habíamos recogido temprano a Mandelbrot y a Aliette en su hotel para llevarlos al Palacio de Congresos del IFEMA, donde tenía una rueda de prensa ante los medios acreditados en el ICM. Todos los congresistas que impartían una conferencia plenaria daban el día antes una rueda de prensa para facilitar el trabajo a los periodistas y a los medios que cubrían el congreso. La sala estaba repleta. La expectación en torno a Mandelbrot seguía siendo muy alta a pesar de sus años. Pero volvamos a su infancia...

En 1939, ante la inminente ocupación de París por los nazis y gracias a la mediación de Szolem ante los padres de una colega suya de la Universidad de Clermont-Ferrand, la familia se traslada a Tulle, una ciudad pequeña y montañosa de la región de Lemosín, en el sur-este de Francia. Ahí una familia judía podía pasar más desapercibida, pero siempre con el temor de una delación a las autoridades del gobierno de Vichy. Discretos, semiocultos y protegidos vivieron los Mandelbrot en Tulle hasta 1943. Allí, en el liceo Edmond Perrier, destacará en matemáticas y... en historia.

Asiduo visitante de la biblioteca pública y de la librería católica descubrirá en los libros viejos de matemáticas, plagados de figuras y construcciones geométricas, su capacidad para visualizar de forma geométrica problemas en apariencia alejados de esta rama de las matemáticas. Como no podía ser de otra forma aprobó el examen de *bac*, una especie de reválida que abre las puertas de la Universidad, con *summa cum laude*, siendo el primero de la historia del liceo. El genio empieza a aflorar.

### Admiración por Tiziano heredada de su padre

Me lo contó el propio Mandelbrot durante la rápida visita que hicimos al museo del Prado el segundo día de su estancia en Madrid al aconsejarle un itinerario rápido por los pintores estrellas del museo: Goya, Velázquez, El Greco, los maestros flamencos... Me dijo que ya tenía su selección hecha, que quería ver los cuadros de Tiziano, además de los de Goya. Y entre ellos no prestó demasiada atención a los más conocidos. Se centró en los retratos: en el fabuloso autorretrato de un Tiziano envejecido y en los retratos de Carlos V con un perro, de Felipe II y de Federico Gonzaga. El recuerdo de su padre y de su primera visita al Louvre con él seguía vivo sin duda.

Al finalizar su rueda de prensa le pregunté si tenía intención de asistir a alguna de las conferencias y ponencias de ese día en el congreso o prefería hacer una breve visita por Madrid. Para mi sorpresa, eligió esto último. Dijo que quería hacer una visita

## Au revoir les enfants (Louis Malle, 1987)

Este es el título de una película de Louis Malle que narra las vivencias del director cuando era adolescente en un internado dominico cerca de Fontainebleau durante la Segunda Guerra Mundial. En el colegio un alumno judío intenta pasar desapercibido ante las autoridades colaboracionistas con los nazis. La película obtuvo el León de Oro del festival de Venecia en 1987.

A finales de 1942, la ocupación alemana del sur de Francia y la desaparición de su protector en Tulle van a complicar sobremanera la vida de la familia de refugiados judíos en Tulle. Y otra vez el olfato para el peligro del padre de Benoît va a ser decisivo. Decide en el otoño de 1943 que la familia ha de separarse para sobrevivir: los hijos adolescentes por un lado y los padres por otro. Quizás esta decisión libró a los cuatro de acabar en un campo de concentración alemán.

Con documentación falsa, aparecían como nacidos en Bastia (Córcega). Léon y Benoît acabaron de aprendices en una fábrica de herramientas en el Périgueux y dormían en un barracón dentro de la misma fábrica. A finales de 1943, ante la persecución policial tras un atentado de la Resistencia, deciden huir a Lyon, donde un protector les permitirá estudiar y vivir como internos en el Lycée du Parc. Allí pasaron unos meses interminables sin apensas pisar las calles. Toda precaución era poca.

Para su futuro él no quería una ciencia formal, académica y cerrada; lo suyo serían las fronteras de la ciencia.

El jefe alemán de Lyon se llamaba Klaus Barbie, famoso miembro de las SS y la Gestapo, que terminaría sus días en 1991 en la prisión de Lyon tras ser juzgado y condenado en 1987. Entre sus crímenes estaba la deportación a campos de concentración de más de 7.000 personas, entre ellos 44 niños judíos y la muerte de más de 4.000 hombres y mujeres. La vida de los hermanos Mandelbrot pendía de un hilo muy fino.

Como en la película de Malle, el director del liceo hizo la vista gorda con los papeles falsos y las falsas cartillas de racionamiento de los dos hermanos. En el liceo se encontró con otro alumno proveniente de Tulle al que conocía, se presentó con su nombre falso y su compañero le saludó como si se hubiese llamado así toda su vida. No le iba a delatar. Sus notas de secundaria también eran falsas: las había rebajado de *summa* a *magna cum laude* como precaución. De hecho, al saber que venía de Tulle un alumno le preguntó si conocía a Benoît Mandelbrot el genio que había sacado la mejor nota en el examen de bac. Por supuesto él afirmó que le conocía muy bien.

En el Lycée du Parc Mandelbrot preparó el *taupe*, una serie de exámenes terroríficos parecidos a un curso selectivo que eran condición imprescindible para poder acceder a las dos grandes Écoles: la École Normal y la École Polytechnique, los dos centros de formación de las élites francesas. Allí desarrolló definitivamente esa rara habilidad de traducir cualquier problema matemático a términos geométricos, a visualizarlo geoméricamente.

rápida al Museo del Prado y que después podíamos dar una vuelta por el Madrid antiguo, comer algo y retornarle después al hotel. Así lo hicimos. Una rápida visita a algunas de las esculturas geométricas del Museo al aire libre de la Castellana, media hora o poco más en el Museo del Prado, una rápida excursión a pie por la Plaza Mayor de Madrid, la calle Mayor, la Plaza de la Villa y el Madrid de los Austrias.

Se mostró sorprendido por el nombre de uno de los restaurantes, El Museo del Jamón, cerca de la Plaza Mayor. ¿Cómo un bar-restaurant podía llamarse *museo*? Para desvanecer sus dudas, la sed y el cansancio de los cuatro, (ese día el sol pegaba bien en Madrid), decidimos entrar a beber algo y a probar el jamón del *museo*. El aperitivo se convirtió en una comida en toda regla hasta que el término *museo* quedó suficientemente justificado. Imagino que la siesta posterior también, pues tras la comida pidió acompañarlos a su hotel donde dedicaría la tarde a descansar y a dar un último repaso a su conferencia del día siguiente.

Tras el desembarco de Normandía, el liceo cerró a toda prisa en junio de 1944 y Benoît acabó cuidando caballos de raza en el castillo del Sr. de Rivière, quien nunca sospecharía a quién había cobijado.

Al acabar la guerra los cuatro miembros de la familia se volvieron a reunir en Tulle. El plan de separarse había funcionado. Muchos de sus amigos y conocidos no tuvieron tanta suerte y desaparecieron en el Holocausto.

«Quería sentir la emoción de ser el primero en encontrar cierto orden en algún área real, concreta y compleja donde todos los demás viesan un caos sin reglas»

## École Normale o École Polytechnique

En septiembre de 1944, acabada la ocupación en Francia, Mandelbrot es uno de los afortunados doscientos aspirantes a las escasas veinte plazas para acceder a la École Normale y al mismo tiempo uno de los dos mil para poder conseguir una plaza en la École Polytechnique. Los exámenes fueron casi simultáneos y se hicieron entre diciembre y enero. En el examen de matemáticas de la Polytechnique obtuvo un 19,75 sobre 20. ¡La nota más alta! Nunca nadie ha sacado un 20. Definitivamente era al número uno. ¡Podía ingresar en cualquiera de los dos santuarios de la educación superior francesa!

¿Cuál elegir? La École Normale era la mejor opción para alguien que deseara dedicarse a la ciencia pura, aunque en matemáticas las primeras influencias de los bourbakistas empezaban a hacerse notar entre el profesorado. En la Polytech-

nique se formaban las élites que acabarían dirigiendo Francia. Su tío Szolem, miembro fundador del grupo Bourbaki no lo dudaba: la elección era obvia, la Normale.

Benoît le hizo caso... pero sólo duró allí un día. Bourbaki ya imperaba allí y la ciencia que se podía aprender en la Normale no era la que buscaba Benoît. Para su futuro él no quería una ciencia formal, académica y cerrada; lo suyo serían las fronteras de la ciencia.

Tuvo que esperar nueve meses hasta encontrar plaza en la Polytechnique, conocida coloquialmente como *Carva* y que era una institución de carácter militar. De hecho los alumnos vestían, dentro y fuera de su recinto, con un elegante uniforme militar; su lema no deja lugar a dudas: «Pour la Patrie, les Sciences et la Gloire». Benoît era extranjero. En los diez años siguientes fue el único alumno extranjero. Durante esos meses de espera comía frecuentemente en el comedor de caridad de Belleville.

Sobrevivió entre los hijos de la élite francesa gracias a una ayuda como alumno extranjero que perdió al obtener en 1946 la nacionalidad francesa y, a partir de entonces, gracias a la solidaridad de los compañeros de la *Carva*, entre los que estaban futuros personajes destacados de la política francesa como el joven Giscard d'Estaing. La historia de la geometría fractal le debe mucho a dos de los profesores de matemáticas de la *Carva* en esa época y que marcaron las ideas de Mandelbrot: Gaston Julia y Paul Lévy.

### Experto en Historia

La historia fue una de sus pasiones a lo largo de su vida. En la visita al Madrid de los Austrias me sorprendió su dominio de la historia de España. Buscando una sombra al mediodía, huyendo del terrible sol madrileño de agosto (Mandelbrot era especialmente sensible al sol y de hecho se paseó por Madrid sin rubor sujetando un pañuelo blanco de bolsillo cubriéndose la cabeza), me demostró sus conocimientos cuando en la Plaza de la Villa le comenté algo sobre la estatua de Álvaro de Bazán que preside el jardín central frente al antiguo ayuntamiento de la capital y de don Juan de Austria, el hijo bastardo de Carlos V. Me destacó una serie de datos sobre el almirante de la batalla de Lepanto y sobre sus ideas sobre la invasión de Inglaterra que me dejaron sorprendido. Cuando le mostré el palacio-convento donde residió el Conde-Duque de Olivares, el valido de Felipe IV, me comentó de forma lapidaria: «uno de los más grandes estadistas europeos, una pena que le tocara vivir en la misma época que Richelieu».

Al licenciarse en 1947 surge otra difícil decisión de cara al futuro del joven Benoît. Él no aspira a ser un alto funcionario del Estado, como muy bien resume en su biografía:

Quería sentir la emoción de ser el primero en encontrar cierto orden en algún área real, concreta y compleja donde todos los demás viesen un caos sin reglas.

Esa emoción le llevó directamente a elegir la mecánica de fluidos como campo de investigación. Y el mejor sitio para encontrar las matemáticas adecuadas para enfrentarse a temas de gran complejidad era... el *Caltech* (California Institute of Technology) en Los Ángeles, donde impartía clases von Kármán. Allí, en uno de los centros de vanguardia de las técnicas aeronáuticas pasó dos años con una beca del *Carva* sin las clases de dinámica de fluidos de Kármán, que estaba de excedencia en ¡París!, ni las de física de J. R. Oppenheimer, uno de los padres de la bomba atómica, aunque pudo disfrutar de las excursiones en la historia de las matemáticas con Eric Temple Bell y del nacimiento del estudio de las turbulencias y del análisis espectral o armónico. Los cimientos de la teoría del caos se estaban poniendo en *Caltech*, aunque aún nadie lo sabía.

Tras dos años en Los Ángeles y al no encontrar en *Caltech* a nadie con suficiente *calidad* científica para dirigirle la tesis doctoral (curiosamente pocos años más tarde Caltech produciría un buen número de premios Nobel), decide en 1949 regresar a París, donde se llevaría una desagradable sorpresa. Su estancia en *Carva*, hecho que no solo eximía de la realización del servicio militar,

sino que equivalía a un grado de oficial, no le eximió de ello, ya que como alumno extranjero no había realizado los seis meses de instrucción militar que sí hicieron sus compañeros franceses. Y eso pese a que estuvo dos años paseando el uniforme militar de la Polytechnique por las calles de París. Un extraño viaje, de *Caltech* al Ejército del Aire francés, en una situación atípica y caótica por su situación administrativa. La agilidad de los militares con las situaciones burocráticas nuevas en todos los países no es muy destacada.

## Un doctorado «extraño»

Con 26 años y sin título de doctor que le abriese las puertas de universidades e instituciones científicas para trabajar, decide hacer la tesis doctoral en la Universidad de París. Despreciando el tema que le sugiere su tío Szolem (la teoría de Julia-Fatou sobre dinámica cuadrática, que, curiosamente unas décadas más tarde, le abriría las puertas de par en par para el nacimiento del famoso conjunto de Mandelbrot) decide escribir una tesis en dos partes. La primera trataba de la distribución universal de la ley de los rangos de las palabras, de George Kingsley Zipf. Su título, *Juegos de*

Sólo me extrañó que porfiase conmigo cuando le hablé de los restos de la muralla árabe de la capital. Muy serio me dijo que Madrid no había sido nunca una ciudad musulmana. Me costó trabajo, y no sé si lo conseguí, convencerle de que los restos que lo acreditan se podían ver aún tras la catedral de la Almudena y que incluso había un matemático musulmán, Maslama al Mayriti (El madrileño), astrónomo y matemático nacido en Madrid en el siglo X, en pleno califato de Córdoba.



Benoît, Alette y Antonio ante los *Toros ibéricos* de Alberto Sánchez

*comunicación*, le abriría muchas puertas al otro lado del Atlántico.

Mandelbrot descubrió que la constante de Zipf,  $1/10$ , no era tal, sino que de hecho podía medir la *temperatura del discurso* y que reflejaba la riqueza del vocabulario del texto. Era de hecho una medida de la erudición de un autor. Intuyó que aquella ley podía guardar un vínculo profundo con la teoría de la información de Shannon y, por tanto, con la dinámica estadística. Y eso sirvió para convertirle en un forofo de las distribuciones de ley de potencias. Poco podía imaginar que por estas ideas pioneras, a principios del siglo XXI le acabarían llamando el «Kepler de las frecuencias de palabras» y «el padre de las colas largas».

La segunda parte de la tesis era más clásica y trataba sobre una vieja rama de la física: la termodinámica estadística generalizada. El presidente del tribunal fue el príncipe Louis de Broglie.

Mientras escribía su tesis, sus estudios en *Caltech* sobre análisis espectral le permitirán encontrar un trabajo en una empresa en alza y en un sector de vanguardia: las primeras investigaciones sobre la televisión en color en la mismísima Philips.

## La gira postdoctoral americana

El hecho de contar con un doctorado y además sobre un tema poco ortodoxo le abrió las puertas como invitado postdoctoral en las instituciones científicas americanas de más renombre. Pasó 1953 en el Laboratorio de Investigación Electrónica del MIT (Instituto Tecnológico de Massachusetts), donde trabajó con Norbert Wiener, el padre y creador del término *cibernética* para re-

ferirse a la comunicación y control de las máquinas y autor de la teoría matemática del movimiento browniano. Dos campos estos que serán determinantes en la obra posterior de Mandelbrot. Allí conoció a Claude Shannon, uno de los impulsores de la teoría de la información, y a un joven Norman Chomsky, el padre de la gramática generativa y ya entonces activista radical opuesto a la política exterior norteamericana. Mandelbrot comienza a explorar terrenos situados en las fronteras de las ciencias, lejos de las ciencias puras y académicas. Y lo hace siempre de la mano de personalidades que, como él, marcarán el desarrollo de nuevos campos científicos a lo largo de la segunda mitad del siglo XX.

Con John von Neumann, el padre de la teoría de juegos, pasó en el IAS (Instituto de Estudios Avanzados) de Princeton el año siguiente. Fue de hecho el último investigador postdoctoral de von Neumann en Princeton.

En Princeton Mandelbrot oiría hablar por primera vez de la dimensión de Hausdorff-Besicovitch aplicada a los valores de un proceso de Lévy. Las piedras iban dejando pistas en el camino. Solo había que juntarlas todas para descubrir el tesoro.

## De vuelta en Francia

1955 será un año clave en su vida. Y no precisamente, que también, por poder disfrutar de una serie de seminarios impartidos por su ídolo el matemático Paul Lévy, que tanta influencia tendrían en sus trabajos posteriores. Ese año el científico viajero volverá a Europa y podrá poner fin a un largo noviazgo en la distancia que duraba

### La fórmula de Zipf-Mandelbrot sobre la distribución de la frecuencia de las palabras

Escoja un texto cualquiera (este por ejemplo) y cuente las veces que aparece cada palabra. A la más repetida le damos rango 1, a la segunda rango 2 y así sucesivamente. Por último, lleve a un gráfico la frecuencia de cada palabra frente a su rango. Surge un patrón extraño y difícil de interpretar. La curva no decrece gradualmente desde la palabra más común a la menos común. Al principio la curva desciende de manera vertiginosa, después de modo más gradual, continuando en una cola larga que decae con gran lentitud.

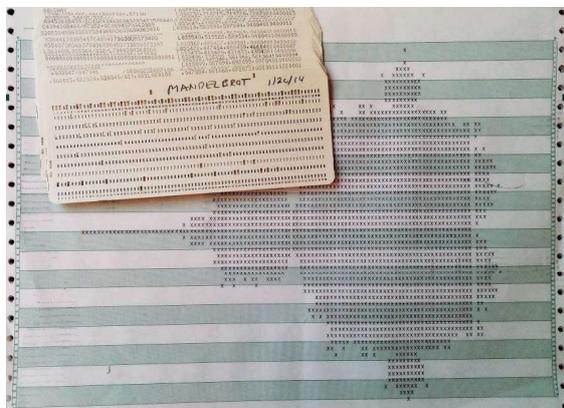
En virtud de la definición misma de rango, la frecuencia es inversamente proporcional a aquel. Zipf sostenía algo mucho más contundente:

desde 1950. El 5 de noviembre, Alette Kagan, una joven polaca que también llegó a Francia en 1939 huyendo de la persecución a los judíos y a la que curiosamente había conocido en 1950 gracias a... ¡un compañero de *Caltech!* del que Alette era pariente, se convertirá en su esposa.

Unos meses antes de la boda la vida de Mandelbrot va a tomar un giro inesperado. El propio Jean Piaget, profesor en Ginebra, vino a París para proponerle integrarse en su equipo para crear el Centro de Epistemología Genética, un centro interdisciplinario bajo los auspicios de la Fundación Rockefeller. Buscaba un matemático y las ideas de su tesis en lingüística le llevaron hasta Mandelbrot.

Por fin un hogar estable. Mandelbrot y Alette pasarán dos de los mejores años de sus vidas en una vieja casona solariega rodeada de un inmenso jardín a las afueras de Ginebra, La Boverie. Como recordaban los dos con nostalgia, allí pasaron dos años de luna de miel y allí nació su primer hijo: Laurent.

En 1957 consigue su seguro de estabilidad laboral al obtener una plaza de profesor en la Uni-



El Conjunto de Mandelbrot mediante fichas perforadas

«¡La frecuencia de una palabra está en torno a una décima parte del inverso de su rango!»

Es decir, que el producto del rango por la frecuencia es aproximadamente  $1/10$ .

Si cambiamos de escala y tomamos los logaritmos del rango y de la frecuencia los datos se distribuyen en torno a una línea recta de pendiente  $-1$ .

versidad de Lille, a 200 km de París, compatibilizándola con otra de profesor de análisis matemático en la *École Polytechnique*. Pero esto no iba a colmar el ansia de aventuras intelectuales de un espíritu inquieto. Y en 1958, en lo que en principio iba a ser un trabajo de verano en el departamento de investigación de IBM, se convertirá en un trabajo de 35 años y en el inicio de la etapa más creadora y fructífera de un espíritu revolucionario en el mundo científico. Tiene 33 años. El 20 de junio marcará un punto de inflexión en su vida.

## La década de los 60 en IBM, Harvard, el MIT y Yale: tras la *irregularidad*

Sí, Mandelbrot estaría vinculado a la multinacional de la informática desde junio de 1958 hasta su jubilación en 1993, y aún después. Todo gracias a las palabras (premonitorias) y los hechos con los que le recibió, junto a otros jóvenes investigadores, el primer director de investigación de IBM Emanuel Piore:

Quizás, algunos de ustedes, están enganchados a la investigación científica pura. Estupendo. Excelente. La investigación les puede ofrecer un sinfín de tareas emocionantes y bien recompensadas. Puede incluso que alguno de ustedes sueñe con convertirse en un gran científico. ¡Maravilloso! Podemos permitirnos el lujo de unos cuantos científicos que se dediquen a lo suyo.

Y vaya si Mandelbrot lo hizo. Cuando en 1962 IBM le concede la distinción de *IBM Fellow* le brindó la oportunidad de divagar, de explorar nuevos campos, de explorar nuevas fronteras de las ciencias existentes o de abrir las puertas de una nueva ciencia: la ciencia de la irregularidad. Al mismo tiempo le facilitó la participación en seminarios y estancias en Harvard y en Yale y otros centros pioneros en distintos campos, compatibilizando ese tiempo con las tareas de asesoría para la empresa. En esta época el departamento de investigación de IBM creó el primer lenguaje de programación de alto nivel, el famoso FORTRAN y cobijó hasta cinco futuros premios Nobel. Pero IBM no comercializaba impresoras. Ese pequeño detalle retrasaría hasta principio de los sesenta sus gráficos de costas y paisajes aleatorios.

Un trabajo de investigación sobre la variación de los precios especulativos y la distribución de la riqueza le abrirá las puertas de la Universidad de Harvard en Cambridge de donde recibió la invitación para dar clases de... ¡economía! La puerta para el estudio en profundidad de la variación de los precios del algodón estaba abierta y con ella la de la teoría del caos y de la geometría fractal. La fluctuación casi idéntica de los gráficos de los precios al cambiar el periodo de tiempo, semanas, meses o años era el catalizador de la idea de auto-semejanza. Las variaciones no se ajustaban a la curva normal de Gauss, seguía un patrón fractal. Las finanzas son fractales. La crisis de 2008 le vino a dar la razón de forma dramática. Pero los economistas de la época no le hicieron mucho caso. Incluso le miraron como un intruso. No debe uno adelantarse al futuro. Este trabajo, junto a la idea de su tesis sobre la frecuencia de las palabras le llevarían, según él mismo, al descubrimiento de la geometría fractal de la irregularidad.

En la década de 1960 las inquietudes científicas de Mandelbrot se van a diversificar por los campos más diversos: las turbulencias en hidrología, la distribución de galaxias y cúmulos galácticos en astronomía, la distribución de errores en las conexiones telefónicas entre ordenadores en informática o los precios financieros en economía. Y tras todos ellos una constante: la estructura fractal de la irregularidad. IBM, las Universidades de Chicago y el MIT serán sus escenarios hasta que en 1970 aterriza en Yale, siempre con el colchón de IBM detrás.

## ¿Cuánto mide la costa de Bretaña?

Las ideas estaban dispersas en cientos de artículos, cursos y conferencias. Pero hacía falta reunir las y darlas a conocer a toda la comunidad científica. Así nació en 1975 la palabra *fractal* dando título al libro que daba origen a la Geometría fractal: *Los objetos fractales*.

—Pero ¿qué tipo de libro es? ¿Para quién lo has escrito? —Le recriminó su tío Szolem.

—No lo sé, respondí, pero espero que cree sus propios lectores, y puede que hasta sean muchos.

Desde entonces es uno de los libros de matemáticas más vendido en todos los idiomas, aunque superado con creces por el que en un primer momento iba a ser la tercera versión ampliada y que al final se convirtió en un clásico de la literatura científica del siglo XX: *La geometría fractal de la naturaleza*.

Por qué a menudo se describe la geometría como algo «frío» y «árido»? Sí, es incapaz de describir la forma de una nube, una montaña, una costa o un árbol, porque ni las nubes son esféricas, ni las montañas cónicas, ni las costas circulares, ni el tronco de un árbol cilíndrico, ni un rayo rectilíneo [...]. La existencia de esas formas representa un desafío [...]. En respuesta a ese desafío concebí y desarrollé una nueva geometría de la naturaleza.

Julio de 1982. Había nacido, oficialmente, la geometría fractal y Benoît Mandelbrot nos la presentaba orgulloso como un padre presenta en sociedad a su primogénito. El libro generó una formidable ola de interés en los ambientes

### El conjunto de Mandelbrot

«El proceso fue una transmutación, paso por paso, que comenzó con borrones de tinta desprovistos casi de sentido que se transformaron primero en observaciones toscas, después en otras más precisas y finalmente en conjeturas matemáticas plenamente formuladas. Las imágenes resultantes eran asombrosas» (Mandelbrot).

Harvard 1980. El prodigioso Conjunto de Mandelbrot, el objeto más complejo de las matemáticas, veía la luz por primera vez. En sus propias palabras: «su mejor y más conocida contribución al conocimiento».

El conjunto de Mandelbrot está formado por los puntos  $c$  del plano complejo construidos a partir de la iteración:

$$\begin{cases} z_0 = 0 \\ z_{n+1} = z_n^2 + c \end{cases}$$

Si la iteración está acotada, el punto  $c$  pertenece al conjunto; y en caso contrario, es exterior al mismo. La frontera de este conjunto, el fractal más popular, es uno de los espectáculos más gloriosos de las matemáticas.

más dispares y un reconocimiento internacional inaudito: Medalla Barnard (1985), Medalla Franklin (1986), Medalla Steinmetz (1988), Premio Harvey en Israel (1989), Premio Wolf de Física (1993), Medalla Vermeil de la Villa de París (1995), Premio de Japón para la Ciencia y la Tecnología de la Complejidad (2003), Medalla Sierpinski en Varsovia (2005)...

Premios acompañados de invitaciones para impartir conferencias sobre fractales en todo el mundo, incluido el ICM de Madrid.

Los últimos años de su vida activa, desde 1987 hasta 2004, simultaneó su puesto como *Fellow Emeritus* en IBM, donde siempre conservó su despacho, con su cátedra de Ciencias Matemáticas en la Universidad de Yale. Primero, como adjunto; y desde 1999, ocupando la cátedra Sterling. Su sueño académico hecho al fin realidad, aunque un poco tarde, a los 75 años.

## Mandelbrot frente a «Mandelbrot»

Aunque en el IFEMA había una copia de la exposición *Arte fractal: belleza y matemáticas*, que visitamos de forma rápida la mañana del viernes,

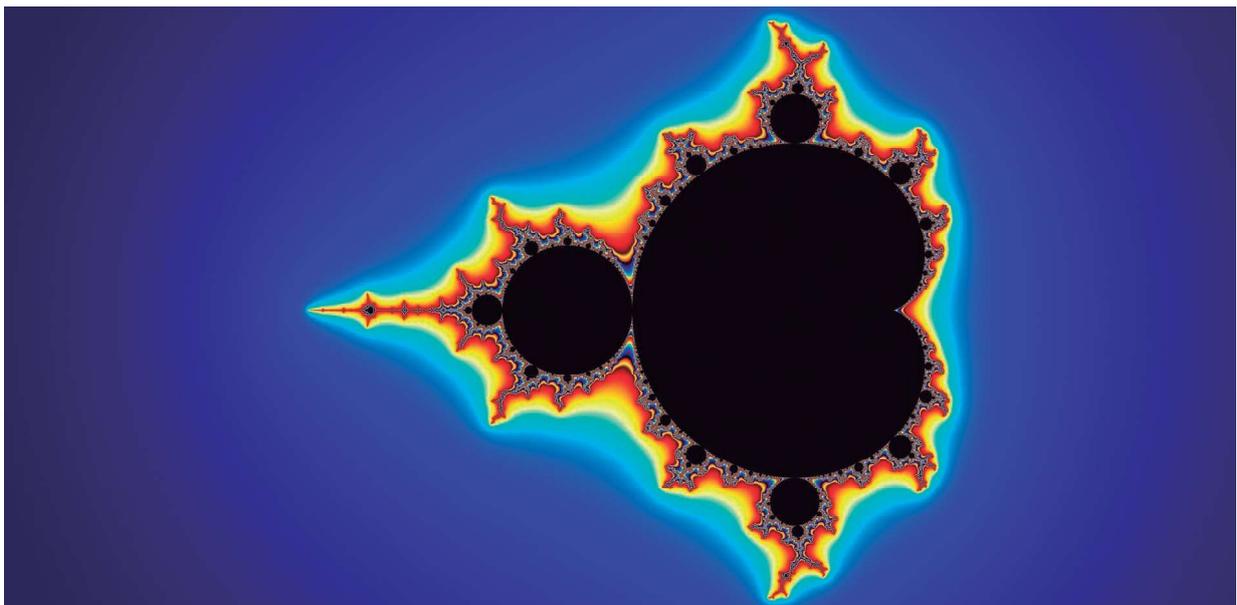
«Los fractales están aquí desde siempre y ahora tienen un hogar»

yo no quería dejar pasar la ocasión de mostrarle las tres exposiciones matemáticas montadas en el Centro Cultural Conde-Duque, en especial la de *Arte fractal* y darle el catálogo que llevaba su introducción en inglés y en castellano. Se mostró encantado, tanto por el entorno donde estaba montada (un antiguo cuartel militar de la guarnición de Madrid convertido en centro cultural por el ayuntamiento) como, sobre todo, por la gran calidad de cuadros presentados al concurso. Me confesó que el título le recordaba al

de la primera exposición sobre arte fractal que hacía más de 30 años, en 1985, había montado la Universidad de Bremen y que después daría la vuelta al mundo llegando a ocupar una de las portadas de *Scientific American*. Se titulaba *Beauty of Fractals*.

Su sorpresa fue grande y su satisfacción también, como delataba su casi pícara sonrisa, al toparse al entrar a la sala con un enorme retrato suyo realizado como un collage con las más de 350 obras que se habían presentado al concurso.

La cara de sorpresa de los guías de la exposición, estudiantes de último curso de matemáticas de la Universidad Complutense, y de los numerosos visitantes constituye uno de los momentos



Representación gráfica del Conjunto de Mandelbrot

más gratificantes de mi trabajo como comisario de las exposiciones. Saludó y estrechó la mano de todos cuantos se acercaron a saludarle. Me confesó que la calidad de las obras expuestas superaba con mucho la de la exposición de Bremen. Desde luego, los medios informáticos, tanto los ordenadores y las impresoras, como los programas no eran los mismos que en 1985. Conservo el mural de la exposición con el retrato de Mandelbrot en mi casa.

Durante la visita comenté que yo había hecho y presentado diez años antes un documental para la televisión pública española sobre la geometría fractal titulado *Fractales: la geometría del caos* dentro de una serie de documentales de matemáticas. Y unos años más tarde otro sobre la Teoría del



Antonio Pérez y Mandelbrot junto a «Mandelbrot»

Caos, titulado *Orden en el caos: la búsqueda de un sueño*. Se mostró gratamente sorprendido tanto de mi faceta como *actor* como de la emisión en una televisión pública de documentales de fractales. La realizadora de ambos documentales, Ana Martínez de TVE, asistió entusiasmada a la conferencia del día siguiente.

## 27 de agosto. Conferencia en el ICM

Ese domingo fui a recoger al hotel a Mandelbrot y a Aliette. Su conferencia plenaria, impartida en el imponente salón de actos del Palacio de Congresos con capacidad para más de mil personas empezaba a las 12 y queríamos estar mucho antes, pues él sabía de la expectación que había suscitado. Y efectivamente, el *hall* estaba en ebullición: cientos de jóvenes y no tan jóvenes matemáticos de todo el mundo se disputaban el honor de haber saludado en persona al padre de los fractales. El salón estaba repleto. Le ofrecí a Aliette un asiento en la primera fila de butacas. Muy discreta lo rechazó argumentando que prefería sentarse al final para ver las reacciones del público. Su saber estar, su inteligencia y su encantadora discreción me impactaron desde el primer día. Allí se quedó con Aurora hasta que terminó la conferencia y los múltiples saludos posteriores.

### La conferencia de Princeton

Mandelbrot había sido invitado por el mismísimo J. Robert Oppenheimer, al que había conocido en un viaje en tren entre Princeton y Nueva York, y en el que *Oppie* se interesó por su tesis y le propuso dar una de las charlas vespertinas que organizaba para un público no especialista, para «historiadores y damas», decía gráficamente.

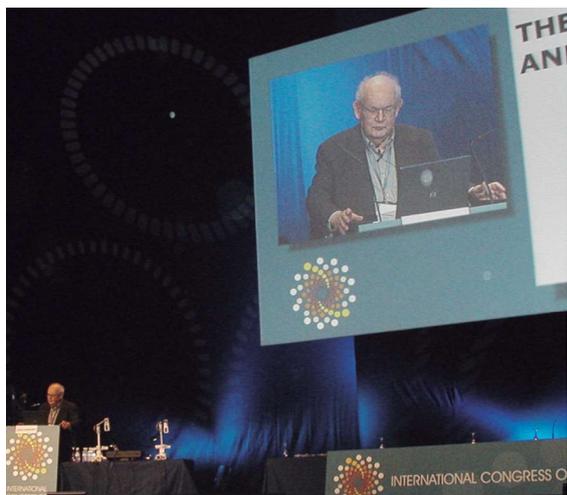
Mandelbrot reconocía riéndose que fue una de las peores conferencias de su vida. Pensando en un público inexperto preparó una charla informal, sin fórmulas ni tecnicismos. Pero mientras ultimaba sus papeles antes de la conferencia, empezaron a llenar la sala los santones del IAS, encabezados por von Neumann, Oppenheimer y Neugebauer, entre otros. Sudando a lo largo de la conferencia al ver cómo algunos asistentes daban alguna cabezada, lo peor llegó al final cuando Neugebauer (una especie de Sheldon Cooper de la época) le espetó: «¡Protesto enérgicamente! Es la peor conferencia que he oído en mi vida. Lo que hemos escuchado no tiene ningún sentido».

Por suerte para el anonadado Benoît, salieron en su defensa el propio Oppenheimer, que hizo una brillante exposición de las ideas de su tesis que Mandelbrot ya le había expuesto en el tren. Tras él, von Neumann, que era su jefe, amplió las ideas que Oppenheimer había omitido. Con dos valedores de ese calibre nadie osaría poner en duda la valía del joven investigador. Hasta Neugebauer se disculpó al día siguiente.

Al interesarme por sus actuales investigaciones en Yale, de forma críptica y breve me dijo que su último tema de investigación giraba en torno a algo que él llamaba «la dimensión negativa». No profundizó más. Ni yo me atreví a volver a intentarlo.

Pregunté a Mandelbrot si prefería dar la conferencia sentado ante la mesa del escenario o de pie en el atril. Era una hora de exposición y se le notaba cansado de unos días intensos. Me dijo, muy digno, que por supuesto lo haría en pie ante el atril. Tras una breve presentación, ¿quién no conocía a Mandelbrot?, le brindé mi brazo para subir las escasas escaleras hasta el escenario. Y allí, con pose de héroe griego y una potente voz nos deleitó a los más de mil matemáticos de todos los continentes. El título, no podía ser otro: *La naturaleza de la rugosidad en las matemáticas, la ciencia y el arte*.

«Los fractales están aquí desde siempre y ahora tienen un hogar» fue un precioso resumen con una gran componente autobiográfica del nacimiento, desarrollo y aplicación de una nueva rama de las matemáticas.



Mandelbrot durante su conferencia en el ICM

Mandelbrot había conseguido por fin cumplir su sueño perseguido desde su juventud y confesado algunas veces: inscribir su nombre en la historia de la ciencia.

Estrecharle la mano por última vez en nuestra despedida fue una experiencia extraña, un acontecimiento irrepetible. Fue estrechar la mano de una leyenda de las matemáticas, de un genio. Todo el trabajo del mes de agosto en Madrid había merecido la pena.

Sabía que no le volvería a ver. Falleció víctima de un cáncer de páncreas, en Cambridge, Massachusetts cuatro años después: el 14 de octubre de 2010. Tenía 85 años, dos hijos y tres nietos.

## Referencias bibliográficas

- MANDELBROT, B. (1987), *Los objetos fractales*, Tusquets, Barcelona.
- (1997), *La geometría fractal de la naturaleza*, Tusquets, Barcelona.
- (2014), *El fractalista. Memorias de un científico inconformista*, Tusquets, Barcelona.
- MANDELBROT, B. y R.L. HUDSON, (2006), *Fractales y finanzas*, Tusquets, Barcelona
- PÉREZ SANZ, A. (2011), *Más por menos*, libro y DVD, Espasa-TVE.
- VV. AA. (2006), *Arte fractal: belleza y matemáticas*, catálogo de la exposición, ICM-2006 y FECYT.

Enlace al video de la conferencia de Mandelbrot en el ICM-2006:

<http://www.mathunion.org/Videos/ICM2006/muster.php?mandelbrot2006>

ANTONIO PÉREZ SANZ  
SMPM «Emma Castelnuovo»  
<tercermilenio@revistasuma.es>