

Imágenes: entre los materiales y la expresión simbólica

CARME BURGÚES FLAMARICH

Piense un número. ¿Cómo lo ha *imaginado*? ¿De cuántas maneras es capaz de verlo mentalmente o en la realidad? Supongamos que el número sea el cien. Un billete de 100 euros, las personas que tenía delante en la cola del cine, el número de la calle en la que vive, un cuadro de 10×10 con los cien primeros números, *cien*, 100, el piso décimo del hospital donde fue ayer a visitar a una amiga, los 100 grados en un termómetro marcando el punto de ebullición del agua, el 50% de descuento en las rebajas de enero, y una interminable serie de representaciones más, podrían ser las respuestas para la pregunta inicial.

Las ideas matemáticas pueden expresarse mediante objetos reales, imágenes y símbolos. Por lo que respecta al aprendizaje, está aceptado que el proceso de representación de conceptos y relaciones matemáticas debe pasar por 3 niveles de expresión: concreta (materiales, realidad), imágenes (fotografía, dibujos, diagramas) y simbólica (números, signos, letras).

En el primer caso los alumnos extraen información de objetos tangibles que pueden ser modificados en diferentes formas. De las experiencias con materiales manipulables es sencillo pasar a las imágenes. Al principio, éstas reflejarán la situación concreta más o menos simplificada. Se

Vale la pena...

puede empezar por fotografiar o dibujar los pasos y la solución. Es en el proceso cuando el docente encontrará el mejor momento para introducir diagramas, gráficos y tablas, representaciones más específicamente matemáticas. De las imágenes se pasará a las expresiones abstractas: números, símbolos, lenguaje algebraico y vocabulario específico matemático.

En todos estos procesos es muy importante no saltarse el paso intermedio porque si los alumnos aprenden formas de visualizar ideas matemáticas podrán hacer uso de ellas cuando quieran:

- Comprender mejor un problema, es la ocasión de profundizar en la situación para descubrir relaciones. Es decir, percibir la estructura de un problema. Para ello el profesor puede introducir diagramas e imágenes que ayuden a expresar dicha estructura.
- Representar una situación, especialmente cuando ésta no pueda percibirse físicamente, por ejemplo dentro de una figura tridimensional; también cuando se estén tratando un número grande de casos posibles.
- Responder a una anticipación, es decir, ¿qué sucedería si...?
- Comunicar sus ideas y resoluciones, haciendo más comprensible el proceso de resolución. También posibilita que se conozcan otros modos de resolución. Por ejemplo compartirlas ayuda a los alumnos a profundizar sobre el concepto de multiplicación (figura 1).

Veamos algunos ejemplos de representaciones bidimensionales.

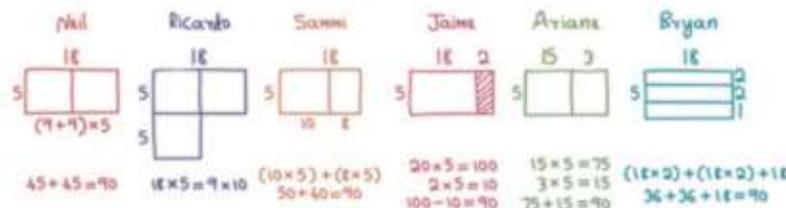


Figura 1. Soluciones gráficas a la pregunta: ¿ 18×5 ?

Reconocer conceptos y relaciones en fotografías

Un primer paso de la realidad a la dimensión 2 puede ser una imagen realista. Las fotografías ejemplifican ideas matemáticas del mismo modo que las situaciones reales. Eso sí, con menor complejidad puesto que la información está acotada.

Mathseyes es un portal que promueve la formación matemática de adultos (figura 2) y que ofrece un banco de fotografías en las que se pueden reconocer conceptos y relaciones matemáticas. Naturalmente deberá promoverse el proceso inverso. Es decir, dado un concepto o relación matemática, los alumnos tomen fotografías que lo representen.



Figura 2. Captura de pantalla en <mathseyes.com>

Reconocer conceptos representados mediante dibujos

Un tipo de actividad adecuado para promover que los alumnos diseñen imágenes para representar ideas matemáticas puede ser proporcionar dibujos que haya que expresar en lenguaje simbólico. Por ejemplo, en la figura 3 se propone

traducir al lenguaje matemático los grupos de pingüinos y en la 4 apreciar el proceso de cálculo de la media aritmética.

Este tipo de tareas puede extender la capacidad de los alumnos para representar simbólicamente situaciones problemáticas.

Puede encontrar muchos ejemplos en las siguientes direcciones.

Para ciclo inicial de Primaria:

http://www.tcpres.com/pdfs/9780807753910_K2.pdf

Para 3.º, 4.º y 5.º:

http://www.tcpres.com/pdfs/9780807753910_35.pdf

Para 6.º y primer ciclo de la ESO:

http://www.tcpres.com/pdfs/9780807753910_68.pdf

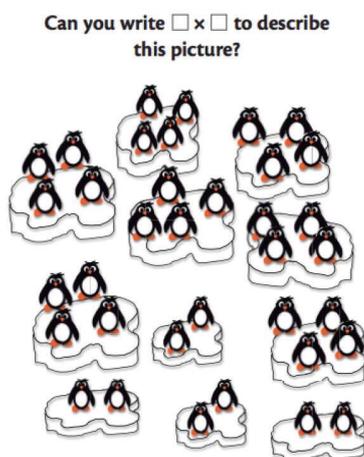


Figura 3. «¿Puedes escribir ... x ... para describir este dibujo?»

What does this picture show?
Why might this process be useful?

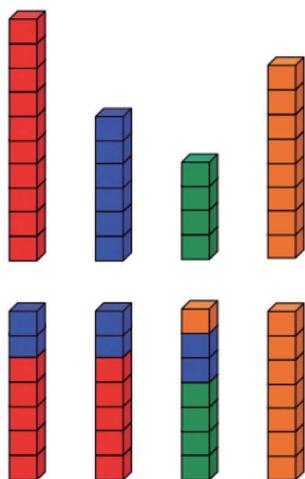


Figura 4. «¿Qué muestra la imagen?»
«¿Para qué podría ser útil este proceso?»

Representaciones bidimensionales en aplicaciones

Este recurso se emplea mucho actualmente por la facilidad de acceso. No obstante, no en todas las ofertas la representación tiene interés.

Como ya se observó en *Suma 75*, la web de *Visual fractions* es una excelente opción para la representación de fracciones:

<http://www.visualfractions.com>

También en el apartado *Lessons* de la web *Illuminations*, de la NCTM, pueden encontrar diversos modos de representar una situación (figura 5):

<http://illuminations.nctm.org>

Son interesantes también algunas aplicaciones de *Fun Math*:

http://www.transum.org/Software/Fun_Maths/

En las actividades de *Nrich*, web presentada en *Suma 72*, se utilizan representaciones planas de muchos tipos diferentes y con grados de abstracción diversos:

<http://nrich.maths.org/frontpage>

Representar procesos o describir ideas matemáticas

En *Equipment Animations*, página del Ministerio de Educación de Nueva Zelanda, encontramos representaciones *animadas* que tratan de facilitar la comprensión de ideas básicas relacionadas con las operaciones elementales y la proporcionalidad:

<http://nzmaths.co.nz/equipment-animations>



Figura 5

Representar y resolver problemas: Método de Singapur

La atención que se está otorgando a la metodología usada en Singapur en la actualidad viene motivada por el éxito en las evaluaciones PISA de su alumnado. En EEUU se publican libros de texto basados en su metodología de trabajo y, especialmente, de representación de las situaciones problemáticas (figura 6).

Si la cosa fuese una novedad merecería un *Vale la pena* especial, pero la verdad, aunque me gusta mucho la importancia que se da a las representaciones 2D, no creo que lo merezca.

Todo se basa en el uso de diagramas de barras para simbolizar operaciones (figura 7).

Pueden encontrar un buen número de ejemplos en *The Singapore Maths Teacher*.

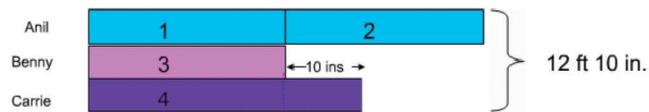
<http://www.thesingaporemaths.com>

Hay que tener en cuenta que los diagramas de barras empleados no son la razón del éxito de aprendizaje del alumnado de Singapur. El secreto: trabajo constante, alta exigencia, currículo con pocos temas pero trabajados en profundidad y potenciación de la comprensión de los conceptos y relaciones matemáticas a través de la contextualización y la representación en sus tres fases (3D, 2D y simbólica).

La introducción de diagramas abstractos como tablas, en árbol, de Venn, de Carroll, de nudos, de flujo, de Voronoi, de Euler, lógicos,

Q2:
Anil is twice as tall as Benny. Benny is 10 inches shorter than Carrie. If their total height is 12ft 10 inches, what is Carrie's height?

Solution to Q1b.



4 units \longrightarrow 12 ft 10 in. $- 10$ in = 12 ft
 1 unit \longrightarrow $12\text{ft} + 4 = 3$ ft
 3 ft + 10 in. = 3 ft 10 in.
Carrie's height is 3 ft 10 in.

Figura 6

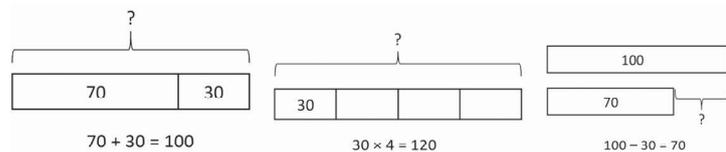


Figura 7

tipo máquina u operador, doble recta numérica, etc. , es una tarea del docente.

Elegir el momento idóneo de hacerlo es importante. Debe quedar claro que ayuda a reflejar la situación y a resolverla. Lo mas probable es que tengan que proponer actividades que provoquen esa necesidad.

Acompañar en la progresión hacia representaciones mas abstractas requiere de respeto a los tiempos del alumnado. Hay que enseñar nuevas representaciones y esperar a que las incorporen. Las cosas importantes se aprenden pausadamente.

CARME BURGÚES FLAMARICH
 Universitat de Barcelona
 <valelapena@revistasuma.es>