Comparación de probabilidades al inicio de la ESO

JUAN JESÚS ORTIZ DE HARO
MARÍA SALUD TEODORO ROMÁN
LUIS SERRANO ROMERO

En este trabajo presentamos los resultados de un estudio exploratorio donde evaluamos la forma en que una muestra de 82 estudiantes al iniciar el primer curso de Educación Secundaria Obligatoria responden a dos ítems de comparación de probabilidades. Se comparan el porcentaje de respuestas correctas y de argumentos utilizados con los obtenidos por otros estudiantes de edades similares en investigaciones previas. Se finaliza con algunas implicaciones educativas que pueden ser tenidas en cuenta para mejorar la enseñanza de la probabilidad en la educación primaria.

Palabras clave: Comparación de probabilidades, Razonamientos, Transición de la educación primaria a secundaria obligatoria.

Comparison of probabilities at the beginning of the Secondary Education

We present some results of an evaluation study of probabilistic reasoning of Spanish children. We analyze the responses to two problems on comparison of probabilities, in a sample of 82 primary school children. We have analyzed the percentage of correct answers and the arguments, and compared with those obtained by children who participated in previous research. We conclude with some educational implications that can be taken into account to improve the teaching of probability at this level.

Keywords: Probability, Reasoning, Primary School.

La enseñanza de la probabilidad ha alcanzado recientemente una especial relevancia en España desde los primeros niveles educativos, como puede observarse tanto en el Decreto de Enseñanzas Mínimas para la Educación Primaria (MEC, 2006) como en el nuevo Decreto de currículo básico para la Educación Primaria (MECD, 2014). En este último, se incluye desde los primeros cursos el bloque de contenidos denominado *Bloque 5. Estadística y probabilidad*, donde para la probabilidad se establecen como contenidos el carácter aleatorio de algunas experiencias y la iniciación intuitiva al cálculo de la probabilidad de un suceso.

Estos documentos enfatizan la necesidad de iniciar lo antes posible el estudio de los fenómenos aleatorios y de hacer la enseñanza más activa y exploratoria, suscitando el interés de los alumnos y su valoración de los conocimientos de probabilidad para la toma de decisiones. Estas recomendaciones también se recogen en los currículos de otros países (ej., NCTM, 2000; CCSSI, 2010).

En este trabajo presentamos parte de los resultados de un estudio exploratorio dirigido a evaluar el razonamiento probabilístico de los niños que ingresan en la Educación Secundaria Obligatoria sobre la comparación de probabilidades.

Para ello analizamos las respuestas de 82 niños, que han finalizado la Educación Primaria, a dos problemas tomados de Green (1983) y Falk y Wilkening (1998), estudiando los porcentajes de respuestas correctas y los argumentos proporcionados por los niños, y comparando los resultados con los obtenidos por los niños participantes en dichas investigaciones, que no habían estudiado probabilidad en la Educación Primaria.

Nos ha parecido interesante, por ello, comprobar si se observa una mejora del razonamiento en este tipo de problemas en los niños que se han formado con los currículos actuales y han recibido instrucción de probabilidad en el citado periodo educativo. Consideramos de interés este tipo de trabajos ya que conocer el nivel de razonamiento de los estudiantes es un requisito previo para mejorar la enseñanza de la probabilidad, y también para comprobar si las reformas educativas realizadas en España están avanzando en la dirección correcta.

A continuación describimos la investigación previa, la metodología y los resultados obtenidos.

Antecedentes

La investigación sobre la capacidad de comparar probabilidades comienza con Piaget e Inhelder (1951), quienes describen diferentes niveles, en función de las estrategias y respuestas de los niños en las tareas planteadas. Generalmente utilizan como dispositivo experimental bolas en urnas, fichas y otros materiales similares, pidiendo a los niños elegir entre dos urnas con diferente número de fichas o bolas de diferente color, en cuál sería más probable obtener un cierto resultado. Por ejemplo, una urna contiene cuatro bolas rojas y ocho bolas negras y otra que contiene cuatro rojas y seis negras, y se pregunta por la bola roja.

Los autores identifican las siguientes estrategias que los niños utilizan para resolver este tipo de tareas:

- a) elegir la urna con mayor número de casos favorables;

- b) elegir la urna con menor número de casos desfavorables;
- c) elegir la urna con mayor diferencia a favor de los casos favorables.

Así mismo, observan cómo los niños hacia los 12-13 años entienden la proporcionalidad, comenzando a usar estrategias en las que reconocen las relaciones entre el número de casos favorables y desfavorables o entre el número de casos favorables/desfavorables y el total.

Muchos autores han continuado el trabajo de Piaget con el mismo tipo de tareas (un resumen se recoge en Jones y Langrall, 2007). Descubren que muchos niños, especialmente los más pequeños, basan su elección

en juicios idiosincrásicos tales como que es *su color favorito* o en un razonamiento restrictivo que se centra en el número de casos favorables. Estos niños no consideran el número de casos desfavorables o la proporción entre casos favorables y desfavorables. Algunas de estas investigaciones se describen a continuación.

Truran (1994) realizó una investigación sobre comparación de probabilidades en urnas con 32 niños de 8 a 15 años. Sus resultados identifican nuevas estrategias que amplían la lista descrita anteriormente, como la descripción del contenido de la urna sin hacer una elección, dar una respuesta acertada sin justificación, usar estrategias diferentes para estimar la probabilidad en cada urna, preferencia por el número menor del total de bolas, comparación con proporciones sencillas conocidas y comparación entre razones de posibilidades.

Watson, Collis y Moritz (1997) realizaron un estudio con 1014 niños de 8, 12 y 15 años, donde se proponían problemas de bolas de distinto color en urnas (por ejemplo, Urna A: 6 bolas rojas y 4 bolas azules; Urna B: 60 rojas y 40 azules), pidiéndoles si ciertos sucesos son más probables o igualmente probables. Siguiendo el modelo de Biggs y Collins (1991), obtuvieron una categorización de las respuestas de los niños, en dos ciclos de desarrollo, a través de cuatro niveles de complejidad para cada uno de ellos. La mayoría

Conocer el nivel de
razonamiento de los
estudiantes es un requisito
previo para mejorar la
enseñanza de la probabilidad

de las respuestas de los niños de 8 y 12 años consideran la frecuencia de un suceso, pero hacen un uso indebido de la misma cuando resuelven los problemas. La mayoría de las respuestas de los niños de 15 años usan explicaciones más formales desde un punto de vista matemático y aparecen las ideas de proporción y porcentajes, cuando realizan comparaciones de probabilidades dentro de una misma urna o entre las dos urnas.

Cañizares (1997) realizó un estudio con 143 niños españoles de 10 a 14 años y entre otros problemas propone los de comparación de probabilidades. Publica sus resultados en varios trabajos (Cañizares y otros, 1997; Cañizares y Batañero, 1998) donde describe las estrategias ya mencionadas, junto con los argumentos de los niños y estudia el efecto de la edad y de diversas variables de tarea. En particular, la composición de las urnas (número de casos favorables y posibles), y la existencia de posibles sesgos en el contexto; por ejemplo, si se usa el color favorito de un niño o los niños que seleccionan la bola de cada urna tienen edades diferentes. Los autores destacan que la mayoría de los niños al finalizar la Educación Primaria demuestran una adecuada concepción de la probabilidad, aunque no es suficiente poseer un nivel de razonamiento proporcional para resolver un problema equivalente de comparación de probabilidades. También indican que, creencias como el número favorito, la equiprobabilidad o el control de la situación influyen sobre las respuestas a estos problemas.

Tratando de mejorar las tareas típicas usadas en la investigación sobre comparación de probabilidades, Falk y Wilkening (1998) proponen el uso de tareas de *ajuste de probabilidad*, a una muestra de 70 niños, con edades entre 6 y 13 años. Los autores preguntan a los niños cuántas bolas blancas hay que añadir en la segunda urna para que la probabilidad de extraer una bola blanca sea la misma en las dos urnas (ver problema 2 en nuestro estudio). Los autores consideran que estas tareas requieren la evaluación de la probabilidad y al mismo tiempo conservan la necesidad de comparar dos probabilidades. Encontraron que los niños de 6 a 7 años fueron incapaces de responder la pregunta usando las nociones de proporcionalidad. Los niños de 9 a 10

años intentaron integrar las dos dimensiones pero tomaron las decisiones basándose en la diferencia entre el número de bolas blancas y negras en las dos urnas. Los de 13 años fueron utilizando la proporcionalidad aunque todavía algunos cometen errores.

Para completar estos trabajos y comparar la nueva situación en que los niños han recibido enseñanza de la probabilidad hemos realizado el estudio que se describe a continuación.

Metodología

La muestra estuvo integrada por 82 niños (47 niños y 35 niñas) que finalizaron la etapa de Educación Primaria en junio de 2014. En el momento del estudio, noviembre de 2014, cursaban el primer año de Educación Secundaria Obligatoria en un instituto público. Estos niños tienen una edad de 12 años, pertenecen a tres grupos diferentes y participan en un proyecto de enseñanza bilingüe (español-inglés). Proceden de diferentes centros públicos de primaria adscritos al citado instituto y todos ellos habían estudiado los contenidos de probabilidad en primaria.

El cuestionario que reproducimos en la figura 1 consta de dos problemas, tomados de Green (1983) y de Falk y Wilkening (1998). Se aplicó a cada grupo, antes de comenzar el tema de probabilidad en el primer curso de la Educación Secundaria Obligatoria, en una sesión de una hora

Problema 1. Dos cajas distintas tienen fichas negras y blancas:

- Caja G: 12 negras y 4 blancas.
- Caja H: 20 negras y 10 blancas.

¿Qué caja da mayor posibilidad de sacar una ficha negra?

- a. La misma posibilidad
- b. Caja G
- c. Caja H
- d. No lo sé

¿Por qué?

Problema 2. Tenemos dos cajas. En la caja A hay 2 bolas blancas y 3 bolas negras. En la caja B hay 6 bolas negras. ¿Cuántas bolas blancas hay que añadir a la caja B para que la probabilidad de extraer una bola blanca sea la misma en las dos cajas? Explica tu respuesta.

Figura 1. Problemas propuestos a los niños

dentro de la clase de matemáticas. Se les pidió su colaboración y que justificaran de forma adecuada sus respuestas, ya que pretendíamos identificar las posibles dificultades para mejorar la enseñanza sobre este tema.

En el problema 1, tomado de Green (1983), y utilizado también por Cañizares (1997), se propone a los niños que decidan cual, entre dos urnas dadas, ofrece mayor probabilidad de obtener una ficha negra. Puesto que en la situación dada puede aplicarse el principio de indiferencia, y no disponemos de información de tipo frecuencial, se puede aplicar la regla de Laplace. Además de esta estrategia, que podemos considerar como normativa, este problema puede resolverse con una estrategia de correspondencia, que consiste en establecer un criterio de proporcionalidad entre casos favorables y desfavorables en una urna (en nuestro ejemplo, 3 a 1 en la primera urna) y aplicarla a la otra (2 a 1); esto nos permite decidir sin comparar fracciones que en la primera urna la proporción de casos favorables es mayor que en la segunda y por tanto hay mayor probabilidad de obtener ficha negra.

El problema 2, tomado de Falk y Wilkening (1998), es denominado por los autores como problemas de *ajuste de probabilidad*. Para resolverlo los estudiantes pueden utilizar la regla de Laplace, razonando que si la probabilidad de obtener una bola blanca en la caja A es $2/5$, en la caja B habrá que añadir 4 bolas para que la probabilidad de obtener bola blanca en la caja B sea $4/10$ igual a $2/5$. También se puede ver que en la caja A los casos favorables y desfavorables están en razón de 2 blancas a 3 negras, por lo que en la caja B deberíamos añadir 4 bolas para que la razón sea de 4 blancas a 6 negras, equivalente a $2/3$.

Resultados y discusión

Resultados en el problema 1

En la tabla 1 se presentan las frecuencias y porcentajes obtenidos por los niños en las diferentes respuestas, del grupo de nuestro estudio de 12 años, del grupo de niños de Cañizares

	Investigación	Cañizares		Green
	actual	(1997)		(1983)
	12 años	12 años	10-14 años	11-16 años
a. La misma posibilidad	14,6	21,6	12,0	6,7
b. Caja G [respuesta correcta]	30,5	34,2	60,6	50,0
c. Caja H	54,9	43,1	25,5	41,0
d. No sabe/no contesta	0	1,1	1,9	2,3
Número de niños en la muestra	82	38	143	2930

Tabla 1. Porcentajes de respuestas en el problema 1

(1997), con información global de la muestra y de los niños de 12 años, y el grupo de Green (1983). En ella se observa que el 30,5% de los niños de nuestro estudio responde correctamente, indicando que es la caja G donde hay una mayor posibilidad de obtener una ficha negra.

Entre las respuestas incorrectas destaca la opción c con un 54,9%. La mayor dificultad de este problema se encuentra en que aunque existe proporcionalidad entre los casos favorables y desfavorables, la proporción no es la misma en cada caja. Aunque los niños pueden ser conscientes de esta falta de equivalencia, más de la mitad de ellos elige esta opción, considerando que en la caja H hay más probabilidad de obtener una ficha negra, ya que hay mayor cantidad absoluta de casos favorables o mayor diferencia entre casos favorables y desfavorables. Menor es el porcentaje de niños que eligió la opción a (14,6%), al considerar que en cada una de las cajas el número de casos favorables supera de forma considerable al número de casos desfavorables, por lo que en las dos cajas hay la misma posibilidad de sacar una bola negra.

Si comparamos estos resultados con los obtenidos por los niños de 12 años en Cañizares (1997), observamos que los niños de nuestro estudio han obtenido un porcentaje algo menor de respuestas correctas, un 30,5% frente al 34,2% en Cañizares (1997), y que la incidencia del distractor c también ha sido mayor entre los participantes en nuestro estudio. Si los comparamos con los obtenidos por los niños de 10 a 14 años en Cañizares (1997), observamos que ahora la diferencia del porcentaje de respuestas correctas entre los dos grupos es bastante mayor, un 30,5% en nuestro estudio frente al 60,6% en

Cañizares (1997). Lo mismo ocurre si comparamos con Green (1983).

Para comprender mejor los razonamientos, se han clasificado los argumentos utilizados por los niños que se presentan a continuación en la tabla 2. Se analizan estas estrategias usando la clasificación de Piaget e Inhelder (1951).

- *Comparación del número de casos posibles.* Consiste en elegir la caja que contenga mayor número de bolas. Esta estrategia genera una respuesta incorrecta, como por ejemplo: «Porque hay un número de fichas mayor en la caja H» (Alumno 38).
- *Comparación del número de casos favorables/ desfavorables.* Es la estrategia más simple, ya que de los cuatro datos proporcionados en el problema, solo se comparan dos. Esta estrategia también genera respuestas incorrectas. Un ejemplo es el siguiente: «[La caja H] Porque tiene más fichas negras que la caja G» (Alumno 26).
- *Estrategias aditivas.* Los niños que utilizan esta estrategia tienen en cuenta los casos favorables, los desfavorables y los posibles, simultáneamente, pero gestionan los datos por medio de alguna operación aditiva para poder establecer la comparación. Esta estrategia no se considera pertinente. Un ejemplo es el siguiente: «[La caja H] Porque tiene más negras que blancas, tiene una diferencia de 10 bolas» (Alumno 65).
- *Estrategias de correspondencia.* Consiste en establecer un criterio de proporcionalidad en una fracción y aplicarlo a la otra. Esta estrategia la hemos considerado pertinente. Un ejemplo es el siguiente: «[La caja G] Porque tiene el triple de fichas negras que de blancas, mientras que en la caja H solo hay el doble de fichas negras que de blancas» (Alumno 36).
- *Estrategias multiplicativas.* Consiste en utilizar la regla de Laplace para calcular la probabilidad pedida. Esta estrategia, desarrollada, según Piaget e Inhelder

	Investigación actual	Cañizares (1997)	
	12 años	12 años	10-14 años
Casos posibles	3,6	2,6	7,0
Comparación absoluta casos favorables/desfavorables	53,7	31,6	38,5
Estrategia aditiva (diferencia n-b)	24,4	34,2	21,0
Correspondencia [respuesta correcta]	4,9	10,5	6,3
Estrategia multiplicativa [respuesta correcta]	2,4	0,0	0,7
Otras (idea azar, suerte,...)	9,8	21,1	21,0
(D) No sabe/no contesta	1,2	0,0	5,6
Número de niños en la muestra	82	38	143

Tabla 2. Porcentaje de estrategias utilizadas en el problema 1

(1951), en el período de las operaciones formales, es la más elaborada y requiere del dominio del cálculo con fracciones. Esta estrategia resuelve con éxito este problema. Un ejemplo es el siguiente: «(La caja G) Porque la caja H tiene un 66% de probabilidad mientras que la otra tiene alrededor de un 75% de probabilidad» (Alumno 74).

Si comparamos estos resultados con los obtenidos por los niños de 12 años en Cañizares (1997), los niños de nuestro estudio hacen un menor uso de la estrategia de correspondencia y algo más de la estrategia multiplicativa. En cuanto a las estrategias incorrectas, entre los participantes en nuestro estudio se mantiene el mayor uso de las estrategias de comparación absoluta de casos favorables o desfavorables, pero usan menos las estrategias aditivas.

Si los comparamos con los obtenidos por los niños de 10 a 14 años en Cañizares (1997), observamos que los niños de nuestro estudio siguen utilizando menos la estrategia de correspondencia y algo más la estrategia multiplicativa, pero en este caso la diferencia entre los porcentajes entre ambos grupos es menor. En cuanto a las estrategias incorrectas, los participantes en nuestro estudio hacen un mayor uso de las estrategias de comparación absoluta de casos favorables/desfavorables y aditivas, y algo menos de las que hacen referencia al azar o la suerte.

Los niños de nuestro estudio hacen un menor uso de la estrategia de correspondencia y algo más de la estrategia multiplicativa.

Análisis problema 2

En la tabla 3 se presentan las soluciones dadas por los niños en este problema, del grupo de nuestro estudio de 12 años, y del grupo de niños de Falk y Wilkening (1998), con información global de la muestra y de los niños de 11 y 13 años. En ella se observa que el 11% de los niños de nuestro estudio responden correctamente, indicando que hay que añadir 4 bolas blancas en la segunda urna.

Si comparamos estos resultados con los obtenidos por los niños de 11 y 13 años participantes en Falk y Wilkening (1998), observamos que los niños de nuestro estudio han obtenido un porcentaje mucho menor de respuestas correctas, lo que puede ser debido, entre otras causas, a la falta de razonamiento proporcional y probabilístico. Si los comparamos con los obtenidos por los niños de 6 a 13 años participantes en Falk y Wilkening (1998), entonces la diferencia del porcentaje de respuestas correctas entre los dos grupos, aunque importante, es algo menor, un 11% en nuestro estudio frente al 38,6% en Falk y Wilkening (1998).

Para comprender mejor los razonamientos, se han clasificado los argumentos utilizados por los niños que se presentan a continuación en la tabla 4. Se analizan estas estrategias usando la clasificación de Piaget e Inhelder (1951).

- *Comparación del número de casos favorables/desfavorables.* Esta estrategia genera respuestas incorrectas. Un ejemplo es el siguiente: «Una, porque en la caja B hay más bolas negras, y de este modo estarían en igualdad de condiciones» (Alumno 78).
- *Estrategias aditivas.* Esta estrategia no es pertinente para resolver este problema. Un ejemplo es el siguiente: «Habría que añadir 5 bolas blancas porque la diferencia que hay entre 2 bolas blancas y 3 negras es de 1 (en la caja A) por lo tanto para que haya la misma probabilidad en la caja B a 6 le quitaríamos $5 = 1$ » (Alumno 44). Este tipo de respuestas puede ser debido a una falta de comprensión de la proporcionalidad.
- *Estrategias de correspondencia.* Esta estrategia sí la hemos considerado pertinente. Un

	Investigación actual	Falk y Wilkenings (1998)	
	12 años	11, 13 años	6-13 años
Añadir 4 bolas [respuesta correcta]	11,0	73,3	38,6
Añadir menos de 4 bolas	34,1	9,5	20,0
Añadir más de 4 bolas	54,9	17,2	41,4
Número de niños en la muestra	82	20	70

Tabla 3. Porcentajes de respuestas en el problema 2

	Investigación actual	Falk y Wilkenings (1998)	
	12 años	11, 13 años	6-13 años
Comparación absoluta casos favorables/desfavorables	30,5	15	18,6
Estrategia aditiva (diferencia n-b)	53,7	5	12,9
Correspondencia [respuesta correcta]	7,3	70	24,3
Estrategia multiplicativa [respuesta correcta]	2,4		
Otras (idea azar, suerte,...)	4,9	0	8,6
Indecisos		10	35,6
(D) No sabe/no contesta	1,2		
Total	82	20	70

Tabla 4. Porcentaje de estrategias utilizadas en el problema 2

ejemplo es el siguiente: «4 bolas blancas porque 6 es el doble de 3 y entonces para tener la misma probabilidad hay que hallar el doble» (Alumno 34).

- *Estrategias multiplicativas.* Esta estrategia resuelve con éxito este problema. Un ejemplo es el siguiente: «Tiene que haber 4 bolas blancas en la caja B. Esto se debe a que la probabilidad en las dos cajas de extraer una bola blanca es la misma» (Alumno 24).
- *Indecisos.* En esta categoría Falk y Wilkening (1998) incluyen los niños que no pueden ser clasificados en las anteriores.

Si comparamos con los resultados obtenidos por los niños de 11 y 13 años en Falk y Wilkening (1998), observamos que los niños de nuestro estudio usan menos estrategias correctas o pertinentes, multiplicativas y correspondencias, lo cual corresponde a un menor razonamiento proporcional. Así mismo, utilizan más las estrategias aditivas y las basadas en una sola dimensión. Si los comparamos con los obtenidos por los niños

de 6 a 13 años en Falk y Wilkening (1998), observamos que los niños de nuestro estudio usan menos estrategias correctas o pertinentes, multiplicativas y correspondencias. Así mismo utilizan más las estrategias aditivas y las basadas en una sola dimensión, es decir considerar solo los casos favorables o desfavorables.

Conclusiones e implicaciones educativas

Los resultados muestran que la mayoría de los niños de educación primaria participantes en este estudio han tenido una gran dificultad para resolver los dos problemas propuestos. En el problema 1, solo el 30,5% de los participantes ha aportado la respuesta correcta, proporción menor que los resultados obtenidos por los niños de 12 años en Cañizares (1997) resolviendo el mismo problema. Solo un 7,3% de los niños ha utilizado las estrategias multiplicativa o de correspondencia, porcentaje algo inferior al obtenido por los niños de 12 años en Cañizares (1997). En relación con las estrategias incorrectas, los niños de nuestra muestra hacen un mayor uso de las estrategias basadas en una sola dimensión pero usan menos las estrategias aditivas.

Los resultados del problema 2 muestran que ha sido más difícil que el primero, ya que solo el 11% de los niños ha aportado una respuesta correcta. Estos resultados son bastante peores que los obtenidos por Falk y Wilkening (1998), donde cerca de las tres cuartas partes de los niños de 11 y 13 años respondieron correctamente a un problema similar. Solo el 9,7% de los niños de nuestro estudio ha utilizado las estrategias multiplicativas o de correspondencia, porcentaje muy inferior al 70% de los niños de 11 y 13 años en Falk y Wilkening (1998), que las usaron para resolver un problema similar. También los niños de nuestra muestra utilizan más las estrategias incorrectas, aditivas y las basadas en una sola dimensión, lo cual corresponde a un menor razonamiento proporcional.

Una implicación de interés es la necesidad de reforzar la formación probabilística de los niños de Primaria.

Aunque Falk y Wilkening (1998) indican que es necesaria una cierta maestría en tareas de elección binaria para ser hábiles en tareas de ajuste de probabilidad, en nuestro caso, de los nueve estudiantes que han resuelto correctamente el segundo problema hay cuatro que han respondido de forma incorrecta al problema 1. En relación con el uso de estrategias según el tipo de tarea, en ambos problemas han utilizado más la estrategia de correspondencia que la estrategia multiplicativa, que puede ser debido a una menor dificultad de aplicar o al desconocimiento de la segunda. En cuanto a las estrategias incorrectas, el distractor del problema 1, un mayor número de bolas favorables en la caja H, ha influido en que la estrategia de comparación absoluta de casos favorables haya sido la más utilizada, mientras que en el problema 2, la más usada ha sido la estrategia aditiva.

En general, los resultados en nuestro estudio son peores que los obtenidos en las investigaciones citadas, a pesar del refuerzo de los contenidos de probabilidad en los currículos de Educación Primaria vigentes en España en los últimos años. Que haya sido así, puede ser debido a que aunque aparecen en los programas formativos, en algunos casos, se implementan rápidamente y de forma parcial.

Una implicación de interés es la necesidad de reforzar la formación probabilística de los niños de Educación Primaria, ya que como indica Batanero (2013) los niños pueden adquirir nociones probabilísticas, siempre que sean introducidas mediante actividades sencillas basadas en juegos de azar, que favorezcan su adquisición intuitiva. Para ello, se sugiere proponer a los niños una muestra de situaciones experimentales y contextualizadas, como por ejemplo las propuestas en Godino, Batanero y Cañizares (1987). Otro recurso importante puede ser la simulación (Fernandes, Batanero, Contreras y Díaz, 2009), que permite la experimentación de situaciones aleatorias mediante el uso de las tecnologías y contribuye a la mejora de sus intuiciones sobre dichas experiencias.

Agradecimientos

Proyecto EDU2013-41141-P, Plan Propio Investigación Universidad de Granada: Programa 20, y Grupo FQMN-126 (Junta de Andalucía).

Referencias

- BATANERO, C. (2013), «La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿qué podemos aprender de la investigación?», en J. A. Fernandes, P. F. Correia, M. H. Martinho y F. Viseu (eds.), *Atas do iii Encontro de probabilidades e estatística na escola*, Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho, Braga, 9-21.
- BIGGS, J. B., y K. F. COLLINS (1991), «Multimodal Learning and the Quality of Intelligent Behavior», en H. A. H. Rowe (ed.), *Intelligence: Reconceptualization and measurement*, Erlbaum, Hillsdale, 57-76.
- CAÑIZARES, M. J. (1997), *Influencia del razonamiento proporcional y de las creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias*, Tesis Doctoral, Universidad de Granada.
- CAÑIZARES, M. J. y C. BATANERO (1998), «Influencia del razonamiento proporcional y de las creencias subjetivas en la comparación de probabilidades», *Uno*, n.º 14, 99-114.
- CAÑIZARES, M. J., C. BATANERO, L. SERRANO y J. J. ORTIZ (1997), «Subjective elements in children's comparison of probabilities», en E. Pehkonen (ed.), *Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (v.2), Lahti, 49-56.
- COMMON CORE STATE STANDARDS INITIATIVE. (2010), *Common Core State Standards for Mathematics*, National Governors Association for Best Practices and the Council of Chief State School Officers, Washington. <www.corestandards.org/assets/CCSSI_MathStandards.pdf> [acceso junio 2015]
- FALK, R., y F. WILKENING (1998), «Children's construction of fair chances: Adjusting probabilities», *Development Psychology*, n.º 34 (6), 1340-1357.
- FERNANDES, J. A., BATANERO, C., CONTRERAS, J. M. y DÍAZ, C. (2009), «A simulação em Probabilidades e Estatística: potencialidades e limitações», *Quadrante, Número monográfico. «As novas tecnologias no ensino e aprendizagem da Matemática»*, n.º XVIII (12), 161-183.
- GODINO, J. D., C. BATANERO y M. J. CAÑIZARES (1988), *Azgar y probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*, Síntesis, Madrid.
- GREEN, D. R. (1983), «A survey of probabilistic concepts in 3000 pupils aged 11-16 years», en D. R. Grey y cols. (eds.), *Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics* (v.2), Universidad de Sheffield, 766-783
- JONES, G., C. LANGRALL y E. MOONEY (2007), «Research in probability: responding to classroom realities», en F. Lester (ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, Information Age Publishing and NCTM, Greenwich.
- MEC (2006), *Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria*.
- MECD (2014), *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria*.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (2000), *Principles and Standards for School Mathematics*, NCTM, Reston.
- PIAGET, J. y B. INHELDER, (1951), *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*, Presses Universitaires de France, París.
- TRURAN, J. (1994), «Examination of a relationship between children's estimation of probabilities and their understanding of proportion», en J. P. Ponte y J. F. Matos (eds.), *Proceedings of the XV/III Psychology of Mathematics Education Conference* (v.4), Universidad de Lisboa, 337-344.
- WATSON, J. M., K. F. COLLIS y J. B. MORITZ (1997), «The development of chance measurement», *Mathematics Education Research Journal*, n.º 9, 60-82.

JUAN JESÚS ORTIZ DE HARO
Universidad de Granada
<jortiz@ugr.es>

MARÍA SALUD TEODORO ROMÁN
IES Enrique Nieto. Melilla
<mariluzteodoro@gmail.com>

LUIS SERRANO ROMERO
Universidad de Granada
<lserrano@ugr.es>