

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y LOS PROFESORES DE MATEMÁTICAS

Lorenzo J. Blanco Nieto

Resumen

La resolución de problemas es uno de los aspectos centrales en las nuevas propuestas curriculares que en la actualidad se realizan sobre la enseñanza de las Matemáticas. No obstante, son numerosas las dificultades que aparecen en el aula cuando esta idea quiere llevarse a la práctica, por la falta de conexión con la actividad concreta que los profesores desarrollan.

El trabajo que ahora se presenta quiere dar a conocer algunos de los resultados de una investigación más amplia llevada a cabo en la Escuela de Magisterio de Badajoz uno de cuyos objetivos era describir el conocimiento práctico personal de los profesores de E.G.B. sobre la resolución de problemas.

Introducción

Al considerar los objetivos de las diferentes propuestas curriculares podemos observar que se intenta modificar los contenidos y metodología, así como cambiar la actitud hacia las Matemáticas. Se proponen buscar y consolidar ciertas capacidades básicas que pueden surgir de la actividad matemática, al mismo tiempo que se adquieren ciertos conocimientos o técnicas que puedan ayudar a comprender y comunicar la realidad que nos rodea. A modo de resumen, podríamos considerar tres citas que reflejan estas ideas:

- * "Saber matemático resulta ser esencialmente saber de método mucho más que saber de contenido" (Guzmán, 1985, p. 32).

- * "Reestructurar el contenido más sobre la base de los procesos matemáticos que sobre la base actual del contenido" (I.C.M.I., 1987, p. 37).
- * "Conocer Matemáticas es hacer Matemáticas" (Putnam y otros, 1990, p. 62).

Aparece la necesidad de delimitar qué tipo de actividades podrían ser llamadas matemáticas y conocer aquellas que debe desarrollar un conocedor de las Matemáticas para poder sugerir las que deben ser desarrolladas por los alumnos en las clases. A este respecto, y en referencia al *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*, Putnam y otros (1990) sugieren que "hacer matemáticas en clase debería consistir en actividades tales como: abstraer, aplicar, convencer, clasificar, inferir, organizar, representar, idear, generalizar, comparar, explicar, desarrollar modelos, validar, proveer, conjeturar, analizar, contar, medir, sintetizar y ordenar" (p. 96).

Resolución de problemas y profesores de Matemáticas

Dentro de estas ideas de renovación la resolución de problemas es considerada por muchos autores el aspecto central de la enseñanza de las Matemáticas. A lo largo de la década de los 80 fueron numerosos los trabajos que intentaron precisar el significado de la expresión "resolución de problemas", así como los aspectos pedagógicos que se derivarían de su consideración práctica en el contexto escolar.

No obstante, la idea de la resolución de problemas como parte integral de la clase suscita algunas dificultades para que pueda tener repercusión práctica en el marco curricular correspondiente. Así, para Rosenbaum y otros (1989), "la resolución de problemas surge como aspecto central de las Matemáticas en la escuela primaria para facilitar, a nuestros estudiantes, la transición al siglo XXI. Sin embargo, traducir esta aspiración a las clases prácticas llega a producir, a menudo, consternación y preocupación" (p. 7).

Esta reflexión es importante en el inicio del proceso de reforma ya que si no se encuentra el nexo de unión entre las nuevas propuestas curriculares y la práctica docente que desarrollan los profesionales de la enseñanza de las Matemáticas en los distintos niveles, la propuesta de renovación realizada caerá en terreno baldío.

Surge pues la necesidad de hacer referencia a los profesores, sus pensamientos y acciones como elementos fundamentales de la enseñanza que contribuyen a la comprensión de los procesos didácticos. El conocimiento de la perspectiva de todos los protagonistas de la enseñanza, en particular de los profesores, es una línea de investigación desarrollada por grupos de investigadores que tratan de describir el conocimiento práctico personal de los profesores de Matemáticas. (Bromme, 1988; Marks, 1989)

Para Arrieta (1987), "el profesorado en activo cuenta en su haber con una experiencia, y un pensamiento pedagógico determinado, en relación con la resolución de problemas de Matemáticas, que da igual que sea acertado o erróneo puesto que de él es imprescindible partir para utilizarlo como factor clave en el diseño y planificación de cualquier actividad educativa" (p. 214).

La perspectiva de los participantes pudiera reportarnos una nueva visión que nos hiciera comprender lo que sucede en la clase de Matemáticas, ayudándonos a estudiar y comprender en profundidad cuáles serían las nuevas demandas de los profesores, y cuáles las maneras en que estos

pueden acomodarse a ella, considerando que es necesario comprender cuáles son los conocimientos, creencias y actitudes de los profesores de Matemáticas, así como las formas en que desarrollan su enseñanza. (Ernest, 1989)

Los resultados presentados forman parte de una investigación más amplia, desarrollada desde el año 1986 en la Universidad de Extremadura en el que adoptando las técnicas propias de la metodología cualitativa se aborda el "análisis de la enseñanza interactiva de profesores de EGB, con experiencia en la enseñanza de las Matemáticas, y de estudiantes para profesores, durante las prácticas de enseñanza, para contrastar el pensamiento y la acción en relación con la enseñanza de las Matemáticas, que ayude a comprender el conocimiento práctico personal de los profesores expertos y noveles". (Blanco, 1990, p. 29)

Se desarrollan, entre otros, dos estudios de casos de Profesores con experiencia en enseñanza de las Matemáticas de Ciclo Superior, que son analizados para recoger los significados e interpretaciones que hacen de su interacción didáctica. Las técnicas empleadas son entrevistas y observaciones de clases a través de grabaciones en audio y vídeo, que son métodos basados en la verbalización de los pensamientos y permiten acceder a los procesos internos de razonamientos, decisiones, creencias, etc. (Marcelo, 1987, p. 123). La combinación de los métodos asegura la comunicación y de acción necesaria para poder obtener conclusiones fiables en el estudio.

Durante los cursos 1986-87 y 1987-88, se desarrollaron un total de 26 protocolos a estos dos profesores (8 entrevistas, grabadas todas en audio, y 18 observaciones de clases, grabadas en audio y vídeo). En el presente documento se exponen algunos de los resultados considerados para uno de los profesores expertos (Luis) sobre resolución de problemas con el que obtuvimos 14 protocolos, de los que 10 eran grabaciones de clases y 4 eran entrevistas de estimulación del recuerdo (Calderhead, 1981).

El conocimiento práctico personal sobre la resolución de problemas

El análisis de las observaciones de clase así como la justificación que de su acción realiza nuestro informante nos lleva a considerar algunos aspectos que constituyen su conocimiento práctico personal sobre la resolución de problemas, que ahora exponemos.

1. Significado de la resolución de problemas

Luis hace una clara diferencia entre la enseñanza de la teoría y la de los problemas que es una de las dicotomías que el movimiento de la resolución de problemas quiere romper. La enseñanza simultánea de los conceptos matemáticos y la resolución de problemas es uno de los aspectos señalados en el movimiento de la resolución de problemas que más dificultad tiene para ser considerado en la práctica diaria y así nos lo manifiesta nuestro informante desde su experiencia.

Cuando en las entrevistas quiere delimitar el significado de la expresión "resolución de problemas" se refiere más bien a la finalidad que pretende con la actividad o a la propia acción de los alumnos, evitando las definiciones. Así señala:

"La definición de problema la veo complicada. Distingo solo dos tipos de problemas, o que el profesor los usa con distintas finalidades. La primera al inicio, en cualquier momento de un nuevo tema o de una nueva cuestión a tratar, o sea para iniciar un nuevo tema, un nuevo concepto o una nueva idea se propone un problema que tiene el alumno posibilidades de acceder a él. El otro tipo sería el de comprobación, después de haber dado unos temas, pues una forma de comprobar si aquellos conceptos que se han impartido son dominados por el alumno es intentar resolver problemas en los que hay que aplicar los conceptos que se hayan aprendido".

Contempla dos direcciones para la resolución de problemas: a) como motor de conocimiento, b) como justificación y/o aplicación de los conocimientos aprendidos.

Considera, además, otro significado para los problemas en un intento de encontrar nuevas

perspectivas para su enseñanza que entronque con las nuevas propuestas curriculares. Así, hace referencia a la necesidad de que el alumno experimente constantemente en clase sugiriendo otro tipo de problemas que suele darse en su actividad docente, y que se aleja del problema tipo que se enuncia en los libros.

"Entiendo como problema, también, muchas situaciones que se dan en cada momento en la clase. Puedes estar hablando sobre un tema determinado y una de las situaciones, cualquiera, puede ser un problema. Una situación muy puntual. Estos problemas no son planteados a partir de un lenguaje oral, y luego aplicar lo que se sabe sino que es un mundo muy amplio donde el alumno puede tocar cosas muy puntuales, y a cada uno se les ocurre cosas distintas porque no les das líneas generales, unas líneas muy concretas, sino que les das una idea y a partir de esa idea ellos van sacando problemas e intentando resolverlos".

2. Algunos aspectos en la presentación del problema

2.1. Parte de la realidad de los alumnos.

Luis quiere plantear los problemas partiendo de una situación que estén viviendo los alumnos en esos momentos, escogiendo los datos que le van proporcionando los propios alumnos:

"Estamos vendiendo, para la excursión, piezas de porcelana. Por cada una ganamos 100 pesetas...".

No obstante, es consciente de que esto es muy difícil, y en otros casos les indica a los alumnos:

"... Una cosa que os he dicho siempre de los problemas es que os creáis que los problemas son de verdad. Que es algo que está sucediendo de verdad. Que intentéis vivirlo, como si fuera algo que vosotros mismos vais a hacer".

Establece una clara diferencia entre lo que es la realidad de los adultos, que es la considerada normalmente en las diferentes propuestas de los libros, (problemas sobre bancos, o sobre mercados...), y la realidad del alumno, que le hace "pasar" de las que no considera ni válida ni útiles para sus

intereses de niño o de adolescente. Es importante resaltar la conexión que Luis establece, en este sentido, con la propuesta que el Diseño Curricular Base hace para la Enseñanza Secundaria Obligatoria, donde se señala:

“No son los mismos problemas los que necesita resolver un matemático, un adulto, un adolescente y un niño. La realidad incluye su propia percepción del entorno físico y social y componentes imaginadas y lúdicas que despiertan su interés en mayor medida que las situaciones reales desde el punto de vista adulto. En consecuencia, la activación del conocimiento matemático mediante la resolución de problemas reales no se consigue trasvasando de forma mecánica situaciones que pueden ser muy pertinentes y significativas para el adulto, pero que pueden fácilmente no tener estas características para los alumnos” (MEC, 1989, p. 480)

2.2. Relación de los problemas con la teoría.

Los problemas pueden ser el origen del estudio de diversas propiedades según señalaba en el apartado anterior. Es éste uno de los aspectos que suele indicarse, a los alumnos en la presentación de los problemas:

“Mirad, vamos a pensar en este problema. Alguno dirá, si es muy sencillo. Quiero que saquemos de él conclusiones...”.

Estas observaciones, en las que relaciona previamente el problema con la teoría y en las que declara sus objetivos, son frecuentes en la presentación de los problemas, y se manifiestan, aún cuando realiza dos o más problemas seguidos, como puede comprobarse en esta otra intervención que corresponde a la misma clase:

“Vamos a hacer otro semejante. Siempre en estos problemas tenemos que ver los conjuntos con los que trabajamos y ver cuál es la función de proporcionalidad directa...”

2.3. Significado de términos y conceptos implicados

En la presentación de los problemas, pregunta acerca del significado de los términos empleados,

no sólo en el sentido matemático sino en el vulgar, incluso recurriendo al diccionario si es necesario.

“Un campo rectangular tiene una de sus dimensiones 15 metros... Y la otra dimensión 3,5 decámetros. ¿Cuál es el perímetro de ese campo?. Jorge, la palabra perímetro en tu lenguaje, ¿qué significa?”.

Así mismo pregunta acerca de los conceptos que están implicados en el enunciado, y de la relación que entre ellos pudiera establecerse:

“¿Cuál de las dos cantidades es mayor, 15 metros ó 3,5 decámetros?”.

“¿Mariano por qué sabes que 3,5 Dm es mayor que 15 metros?”.

“¿35 metros, entonces si esto fuera el dibujo donde pondríamos los 35 metros. ¿Aquí o aquí?”

3. Proceso seguido

3.1. Necesidad de reflexión antes, durante y después

Cuando Luis considera terminada la presentación del problema, suele implicar a los alumnos en un proceso de reflexión anterior a la ejecución de alguna mecánica que pudiera llevarles a la solución del ejercicio. Podemos ver cómo suele plantearles a los alumnos que le expliquen cómo harían para resolverlo:

“Bueno la pregunta es cuánto media el perímetro. Entonces, tú, ¿qué harías para averiguar ese perímetro?”.

En otro momento de la grabación, podemos observar que ralentiza el trabajo de un alumno, durante la realización del problema, para que este sea más consciente de sus acciones. Así, le señala:

“Piensa por qué. No te vayas a una operación rápida... Mentalmente, ¿qué está sucediendo?. A todos”.

De igual forma, una vez que el alumno ha encontrado la solución al problema, llama nuevamente a la reflexión y a que manifieste el proceso seguido para alcanzarla:

"Explicanos como piensas tú para llegar a esa conclusión. Por favor, sal y explícalo en la pizarra".

Luis, una vez realizado el problema, lo repasa, con participación de los alumnos, incidiendo sobre los diversos aspectos, matemáticos o no, que han aparecido en el desarrollo de la actividad. Podemos observar cómo a partir de un problema resuelto, va estudiando conceptos que han aparecido en el trabajo diario, así como propiedades nuevas que surgen en su resolución. Existe una relación estrecha entre la teoría que están estudiando y los problemas que propone que reflejan los conceptos y propiedades de esa teoría.

Finaliza algunos problemas preguntando a los alumnos sobre otra posible forma de hacerlo, en una forma más de implicar a los alumnos, y de favorecer su iniciativa y de suscitar estrategias propias de ellos:

"Eso sería una posible forma de hacerlo, ¿a quien se le ocurre otra forma de hacerlo?".

3.2. La comprensión del problema es más importante que la rutina operatoria.

Luis intenta constantemente que el alumno reflexione sobre la situación planteada. Le concede más importancia al proceso a seguir, que a la mecánica concreta para resolver el problema. Cuando los alumnos sugieren con prontitud una operación para encontrar la solución, cuando dudan o se equivocan, etc, se dirige a ellos, incitándoles a utilizar su capacidad de razonamiento.

"Vamos a ver. Vamos a pensar, no intentes, lo hemos dicho muchas veces, no intentes simplemente buscar en la mente algo que recuerdes, y que puedas aplicarlo".

"Da igual 15 ó 9, lo que queremos ver es cómo piensa él".

"Mirad, en los problemas, no importan los números que están contenidos, 19, 90... no importan. Los fundamentos de los problemas no están en los números, en las cantidades que llevan, están en como relacionar esas cantidades para resolver el problema".

3.3. Necesidad de una correcta expresión

Luis hace constantes llamamientos a que este pensamiento, y la acción que de él se derive, se exprese correctamente a fin de poder establecer con claridad una buena comunicación.

"Pon las cosas bien, las cosas ordenadas. Poned las cosas siempre con orden. Escribid con orden. La igualdad es un signo que sirve exclusivamente para decir esto es igual que esto. Pero 2 Kg. nunca pueden ser igual a 115 ptas., sino que el precio de 2 Kg. son 115 ptas."

3.4. Establece pautas de conducta a los alumnos.

En muchos momentos hace referencia a cuestiones generales de educación de sus alumnos, (de comunicación entre ellos, de comportamiento general,...) es como si quisiera aprovechar cualquier circunstancia para educar, más que para enseñar Matemáticas, ya que se considera maestro antes que profesor de Matemáticas:

"Un momento Jorge. Os lo he dicho muchas veces, cuando os hablen escuchad, oid lo que os hablan, pensad sobre lo que os hablan y sacad conclusiones. Tanto si me lo dices tú a mí, como si te lo digo yo a tí, Paulino. Cuando vamos a una conferencia, cuando leemos la prensa, un artículo".

4. Factores en la resolución de problemas

4.1. El lenguaje en la resolución de problemas

A pesar de las diferentes formas en las que sugiere que se puede presentar un problema, considera que el lenguaje utilizado en todo momento en la presentación de la actividad debe cuidarse, puesto que es una de las fuentes principales de dificultad que encuentran los alumnos en su actividad docente.

"La dificultad fundamental que veo en mis alumnos, según mi experiencia es el lenguaje. Lo que no son capaces es de observar el lenguaje, qué es lo que le está diciendo, qué es lo que está expresando. Además, dificultades de vocabulario, de palabras nuevas que aparecen en ese problema que ellos no las conocen".

Sin embargo no sólo se refiere a la comprensión de los vocablos o frases que aparecen en el enunciado, para él la propia estructura del problema puede condicionar la resolución del mismo.

“Un problema se plantea muchas veces, en su redacción, de varias formas distintas. Si el lenguaje escrito del problema es isomorfo, por decirlo de alguna manera, con la resolución algorítmica, el número de operaciones que se requieren están en el mismo orden, entonces al alumno la mayoría de las veces no les crea dificultad. Cuando el lenguaje ya no está en el mismo orden que las operaciones que hay que hacer, se crea una dificultad muy grande”.

Se refiere, así mismo, a la propia ciencia matemática de la que dice que aporta un lenguaje propio que los alumnos deben conocer, añadiendo una dificultad más a la comprensión del problema.

“Las Matemáticas, acompañan otro lenguaje específico que es otra dificultad más, aparte, el lenguaje diríamos de uso normal, es inmaduro. Cuando resuelve un problema matemático en el que aparece además el lenguaje propio de la ciencia matemática, la dificultad es mayor. O sea, diríamos es una dificultad del lenguaje en los dos aspectos, el lenguaje normal del alumno y el lenguaje de las Matemáticas”.

4.2. Referencia al alumno.

a) El alumno como investigador

Reiteradamente se refiere al trabajo del alumno, para situarlo, en la clase, más como un investigador que como un receptor de conocimiento. Sin embargo no se olvida nunca del papel del profesor al que le asigna un protagonismo decisivo en la clase, aunque no lo considere nunca el centro de la actividad docente. En la entrevista nos habla sobre cuál debería ser el papel del profesor y cuál el del alumno, en la resolución de problemas, sin embargo su visión podríamos enmarcarla en un intento de considerar la resolución de problemas más como una metodología de la enseñanza de las Matemáticas que como un ejercicio que se desarrolla en un determinado momento en clase.

“El profesor nunca puede dejar de ser guía. Hay unas metas, unos objetivos a los que hay que llegar,

pero hay que conseguir que el alumno no sea completamente receptivo, hay que conseguir que, a partir de algunas ideas, intente conseguir otras nuevas, o mejorarlas, o ampliarlas. Eso se consigue haciéndole que intervenga mucho en la clase, que ante cualquier situación nueva que se le presente ellos experimenten, y eso son soluciones de problemas, ante una idea nueva, experimenta, comprueba si cosas que él está pensando sobre aquello se dan o no se dan. El fundamento de las Matemáticas en los primeros niveles, sin olvidar lo que hemos dicho sobre la guía del profesor, es que el alumno tiene que experimentar mucho, tiene que acostumbrarse a trabajar las Matemáticas, si se las damos nosotros trabajadas y elaboradas, pues le estamos rompiendo todo lo que pueda aportar de imaginación y su posible potencial que tenga, de descubridor. Que le va a hacer una persona mucho más integral”.

b) Relación profesor-alumno

Luis se refiere a la relación que se establece entre profesor-alumno, y a determinadas circunstancias para poder garantizar que la implicación del alumno en la actividad sea una implicación de investigación necesaria para que éste se implique en el problema. En esta línea manifiesta:

“Lo primero que tiene que existir es una atracción del profesor al alumno y del alumno al profesor. Los alumnos necesitan un tiempo de adaptación. Se necesitan unas circunstancias, porque en cualquier momento (plantear problemas) no es válido, todas esas cosas (condiciones para la resolución de problemas) se dan cuando hay un intercambio perfecto entre alumno y profesor”.

La actitud que toma el alumno antes las cuestiones que se le plantean, es una variable importante para poder delimitar lo que sería la actividad de resolución de problemas. La situación de resolución de problemas, en consonancia con su idea de hacer Matemáticas, debe ser de investigación aceptada por el alumno como tal, e intentar que éste se sitúe ante estas actividades como investigador.

“Creo que la situación se da cuando el alumno acepta experimentar sobre aquello que se le ha dicho para obtener unos resultados. Para mi esa es la situación problemática. Expongo algo, una expresión oral, una expresión escrita y ante aquello el alumno

se sitúa, en forma de investigador, para obtener unos resultados. Eso sería una situación problemática del alumno".

4.3. Relación de la teoría con los problemas

Otro aspecto importante señalado por Luis en las entrevistas se refiere a la dificultad de los alumnos de relacionar los conceptos aprendidos con las aplicaciones prácticas que se reflejan en los problemas. Así, cuando se refiere a los métodos de enseñanza de las Matemáticas, dice expresamente:

"Los alumnos, muchas veces, con el sistema tradicional de teoría y después práctica, he observado que conocen muy bien la teoría, saben perfectamente cualquier concepto, o cualquier idea matemática que le has expresado. Sin embargo le pones un problema y no son capaces de resolver un problema".

Para Luis existe una clara relación entre la teoría y la realización de los problemas, en estos subyace siempre algún concepto que es el que los alumnos deben saber para poder generalizar su conocimiento sobre la resolución de problemas en algún tema determinado:

"El alumno o cualquier persona cuando resuelve un problema, si solo resolviera los números que allí

existen entonces no estaría resolviendo el problema, eso es imposible. Un alumno cuando es capaz de resolver un problema, lo que tiene claro son los conceptos que intervienen en el problema, o sea que cuando una persona resuelve un problema, lo que es capaz es de manejar son los conceptos en abstracto. Lo que pasa es que ese concepto en el problema se concreta en problemas de la vida real, en situaciones concretas".

Reflexión final

Con el presente artículo no se ha pretendido establecer ninguna teoría acerca de la resolución de problemas partiendo de los resultados presentados. Sin embargo, nos ha parecido oportuno dar a conocer algunas reflexiones que a partir de la práctica docente ha surgido en un trabajo concreto de investigación y que se consideran pueden ayudar, al igual que a nuestros informantes, a reflexionar sobre la acción diaria a fin de avanzar el camino de la renovación didáctica.

Lorenzo J. Blanco Nieto.

Profesor de la Escuela de Magisterio de Badajoz. Miembro del Grupo Beta

Bibliografía

- [1] ARRIETA, J. J. (1987). **Teoría y práctica de las Matemáticas en el Ciclo Inicial de la E.G.B.** Tesis doctoral inédita presentada en el Departamento de Ciencias de la Educación de la Universidad de Oviedo.
- [2] ARRIETA, J. J. (1989). **La resolución de problemas y la educación matemática. Hacia una mayor interrelación entre investigación y desarrollo curricular**. Enseñanza de las Ciencias 7 (1). 63-71.
- [3] BLANCO, L. (1990). **Conocimiento y acción en la enseñanza de las matemáticas, de profesores de E.G.B. y estudiantes para profesores**. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Extremadura. Cáceres.
- [4] BROMME, R. (1988). **Conocimiento profesional de los profesores**. Enseñanza de las Ciencias 6 (1). 19-29.
- [5] CALDERHEAD, J. (1981). **Stimulated recall. A method for research on teaching**. British Journal of Educational Psychology 51. 180-190.
- [6] ERNEST, P. (1989). **The Knowledge, Beliefs and Attitudes of the Mathematics Teacher. a model** Journal of Educational for Teaching, 15, (1). 13-33.
- [7] GUZMAN, M. (1985). **Enfoque heurístico de la enseñanza matemática**. Aspectos didácticos de Matemáticas. ICE de la Universidad de Zaragoza. 31-46.
- [8] I.C.M.I. (1987). **Las Matemáticas en primaria y secundaria en la década de los 90**. Valencia. Mestral.
- [9] LAMPERT, M. (1990). **When the problem is not the question and the solution is not the answer:**

Mathematical knowing and teaching". American educational research journal. 27, (1). 29-63.

[10] LEINHARDT, G. (1987). "Integraton of lesson structure and teacher's subject matter knowledge". AERA. Washington.

[11] LEINHARDT, G. (1990). "Capturing craft knowledge in teaching". Educational Researcher. 19, (2). 18-25.

[12] LLINARES, S. y SÁNCHEZ, M. V. (1990). "El conocimiento profesional del profesor y la enseñanza de las Matemáticas". En Llinares y Sánchez, Teoría y práctica en educación matemática. Alfar. Sevilla. 63-116.

[13] MARKS, RICK. (1989). "What exactly is pedagogical content knowledge?. Examples from Mathematics". AERA. San Francisco.

[14] M.E.C. (1989). **Libro blanco para la reforma del sistema educativo**. Madrid.

[15] M.E.C. (1989). **Diseño Curricular Base. Educación Primaria**. Madrid.

[16] M.E.C. (1989). **Diseño Curricular Base. Educación Secundaria obligatoria**. Madrid.

[17] N.C.S.M. (1989). "Essential Mathematics for the twenty-first century. The position of the NCSM". Aritmetic Teacher 37, (1).

[18] N.C.S.M. (1989). **Curriculum standards for scholl Mathematics**. Virginia.

[19] PUTNAM, R. T.; LAMPERT, M. y PETERSON, P. L. (1990): "Alternative perspectives on knowing Mathematics in elementary schools". En C. B. Cazden, Review of research in education, 16 Washington. AERA. 57-150.

[20] ROSENBAUM, L. y otros (1989). "Step into problem solving with cooperative learning". Aritmetic Teacher 36, (7). 7-11.

[21] SCHOENFELD, A. H. (1985). **Mathematical Problem Solving**, Orlando. Academic Press Inc.

