La raíz cuadrada y la matemática china

Santiago Fernández Fernández

Introducción

En este artículo se presenta uno de los algoritmos más utilizados en las clases de Matemáticas, el de la Raíz Cuadrada, el origen es probablemente Chino, descubierto a. J.C.

El lenguaje algorítmico tiene una gran fuerza en nuestras aulas, algoritmos de la suma, de la resta, del producto, de la división, de la raíz cuadrada, ... aparecen innumerables veces en nuestras clases. De entre todos hay uno verdaderamente misterioso nos referimos al algoritmo de la raíz cuadrada en su presentación más clásica, seguramente pocos profesores conocen su origen y menos su justificación.

Preocupado por responder a estas dos cuestiones me propuse bucear un poco en la Historia de las Matemáticas y seguir la pista de un algoritmo tan utilizado como poco conocido, parece que el origen y justificación del mismo pertenece a la misteriosa y poco estudiada Antigua Cultura China.

Cultura Matemática China

La Cultura China es tan antigua como la Egipcia y Mesopotámica y probablemente tan vitalista como ellas, no obstante las fuentes históricas que tenemos a nuestro alcance no pueden considerarse del todo objetivas, lo que hace mirar con ciertas dudas algunas de sus contribuciones.

Los primeros signos matemáticos de la Cultura China se atribuyen al documento *Zhoubi Suanjing* probablemente escrito hacia el siglo XII a. de J.C., pero sin duda el tratado más importante es *Jiuzhang Suanshu* (El arte matemático en Nueve Secciones) de autor y fechas de aparición desconocidos, está dividido en 9 secciones conteniendo en total 246 problemas, el *Jiuzhang Suanshu* (*JZS*) es considerado por los historiadores de la Matemática una especie de biblia matemática China, equivalente en cierto sentido a *Los Elementos* de Euclides, una diferencia a tener en cuenta entre estos dos tratados es que el *JZS* no contiene ninguna demostración. La influencia del *JZS* ha sido notable en otras culturas: Japón, Corea, Vietnam,...

En una de las Secciones aparece con todo detalle la manera de actuar para realizar el cálculo de la raíz cuadrada de un número.

Algoritmo de la raíz cuadrada

Queremos calcular la $\sqrt{55225}$ de acuerdo al algoritmo comentado anteriormente escribiríamos los cálculos organizados de la siguiente manera:

$\sqrt{5,52,25}$	2 3 5
−4	4 3 x 3 = 129
1 5 2	4 6 5 x 5 = 2325
−1 2 9	
2 3 2 5	
−2 3 2 5	
0	

Resultado $\sqrt{55225} = 235$
Surgen varias preguntas:

- ¿Por qué separar los números de 2 en 2 empezando desde la derecha?.

- ¿Por qué disponer los cálculos de forma tan caprichosa?.

- ¿ ... ?

En el *JZS* la disposición de cálculos es la siguiente:
Resultado (*Shang*)
Número dado (*Shi*)
Elemento Cuadrado (*fang fa*)
Apuntador (*Jie suan*)

(a)

55225
↑

(b)

2
15225
2
↑

(c)

2
15225
4
↑

(d)

23
15225
4
↑

(e)

23
2325
43
↑

(f)

23
2325
46
↑

(g)

235
2325
46
↑

(h)

235
465
↑

completando así la exposición

Sin duda esta presentación parece más complicada que la anterior, sin embargo tiene la esencia del proceso.

La clave está en la fórmula:
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = a^2 + (2a + b)\, b$

Si llamamos N = 55225,
$\sqrt{N} = abc = 100.a + 10.b + c$
(naturalmente estamos considerando N exacta)

La disposición de cálculos es la siguiente:

	a	a+b	a+b
N	N - a^2	N - a^2	N - a^2 - (2a + b) b
	a	2a	2a + b
↑	↑	↑	↑
(a)	(b)	(c)	(e)

a+b	a+b+c	a+b+c
N - $(a+b)^2$	N - $(a+b)^2$	N - [2. (a+b) + c] . c = 0
2 . a+b+c	2 . (a+b)	2 . (a+b) + c
↑	↑	↑
(f)	(g)	(h)

Notas:
- Al poner a, señalamos en realidad 100.a; b será 10.b; a+b+c representa por tanto abc; ...
- El apuntador nos señala la posición adecuada para disponer las operaciones.

Explicaciones:

Si nos damos cuenta cada vez que realizamos cálculos estamos acercándonos a la $\sqrt{N}$, así en el primer paso tomamos una primera aproximación:

$$N - a.a = N - a^2$$

En los siguientes pasos (e) nos seguimos aproximando

$$N - a^2 - (2a + b) = N - (a+b)^2$$

Y por último en (h) tenemos la última y definitiva aproximación, que en este caso dá por resto cero.

$$N - (a + b)^2 - [2\,(a+b) + c]\,.\,c = N - (a+b+c)^2 = 0$$

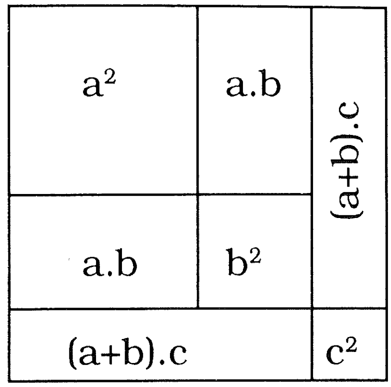
Si analizamos con detalle todo el proceso, vemos por ejemplo que una vez realizada la primera aproximación N - a^2 la segunda viene explicada en el esquema siguiente:

$\sqrt{5,52,25}$ — N	2 3 5
$\underline{4}$ — a^2	4 3 x 3 = 129 — (2.a+b).b
1 5 2 — N-a^2	4 6 5 x 5 = 2325 — [2(a+b)+c]c
$\underline{1\ 2\ 9}$ — N-$(a+b)^2$	
2 3 2 5	
$\underline{2\ 3\ 2\ 5}$ — N-$(a+b+c)^2$	
0	

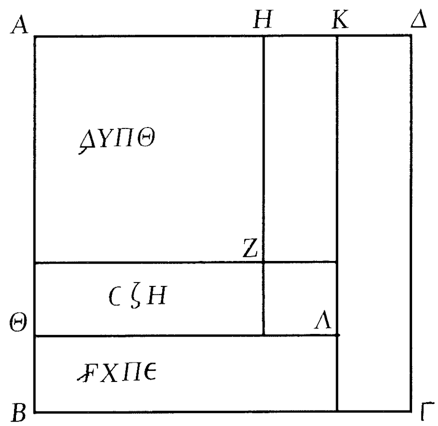
N = 55225; a=2 b=3 c=5

Justificación geométrica

Como sabemos la Cultura Griega era partidaria de asociar el Álgebra a la Geometría, surgiendo así la llamada Álgebra-Geométrica, justamente esa relación explica perfectamente estas aproximaciones sucesivas, el diagrama adjunto es suficientemente claro:



Como curiosidad es de notar que este mismo diagrama aparece en obras de un matemático griego como es Teón de Alejandría, siglo IV d. de J.C.



Referencias Bibliográficas

- Martzloff, J.C.: **Histoire des Mathematiques Chinoises**. MASSON, París (1987).

- Li Yan and Du Shiran: **Chinesse Mathematics**. Oxford Science Publications. (1987).

- Taton, R. y otros: **Historia General de las Ciencias I**. Ed. Destino. Barcelona. (1975).