

Una experiencia de evaluación formativa en las operaciones básicas

Pepe González Alba.

Manolo Jiménez Girón.

Paco Briales González

Grupo Albuquerque de Matemáticas

Las cuatro operaciones

Nuestro trabajo como profesores del ciclo superior de E.G.B. nos ha demostrado la existencia de lagunas y dificultades en las cuatro operaciones "básicas" así como que la presión del programa oficial nos lleva a otras operaciones y contenidos más complejos.

Esta situación actuó como detonante para la elaboración de una prueba que de forma sistemática nos acercara a esta problemática en la que alumnos que no tenían construido el concepto de adición trabajaban ecuaciones de segundo grado. La prueba original constó de veintiocho problemas, que luego dejamos reducida a sólo diez. La mayoría de los problemas están extraídos de los libros:

JAULIN-MANNONI, F. *Las cuatro operaciones básicas*. Ed. Visor. Madrid 1985.

MIALARET, G. *Las matemáticas: cómo se aprenden, cómo se enseñan*. Ed. Visor. Madrid 1984.

La prueba recoge problemas sobre tres de las operaciones básicas (suma, resta, y multiplicación), y cada uno de ellos tiene una dificultad específica.

La prueba

1. Hoy un dólar vale 158 pts. y ayer valía 159. ¿Cuánto ha bajado el dólar?

2. Pongo 500 gr. de mermelada en un tarro que pesa 160 gr. ¿Cuánto pesa en total?

3. Tenía 200 pts. Hay ahora 375 pts. ¿Cuánto se ha añadido?

4. Se ha comprado una camisa por 1.115 pts., que se ha vendido después a 2.335. ¿Cuánto se ha ganado?

5. Un autocar a la salida ha cargado 5 personas, en una primera parada 3 personas, en la segunda parada 6 personas, en la tercera parada 7 personas, en la última parada 2 personas. ¿Cuántas veces se ha parado el autocar?

6. Una granjera va al mercado y vende 3 pares de pollos al precio de 600 pts., el par. Con este dinero compra 2 cacerolas al precio de 170 pts., cada una. Sabiendo que tenía 300 pts., en su monedero al salir y que el viaje le ha costado 120 pts. ¿Con cuánto dinero vuelve a su casa?

7. Me gasto 13 pts., por la mañana y 26 por la tarde. ¿Cuánto he gastado?

8. Inventar un problema cuya pregunta sea: ¿Cuál es el beneficio de los 6 litros de aceite?

9. Una granjera va al mercado con 185 pts., en su bolso. Vende un conejo a 290 pts., un pollo a 310 y un pato. Compra 582 pts., de tela y paga 75 pts., por el billete del tren. Al final le quedan 423 pts. ¿Cuál es el precio del pato?

10. Si se sabe que un libro y un cuaderno cuestan juntos 35 pts. ¿Qué número hay que conocer para calcular el precio del cuaderno?

Las dificultades

Como hemos comentado ya, cada problema tiene una dificultad específica. Veamos cuales:

1. La secuencia temporal en que se dan los datos es la contraria de como han de ponerse para restar. (Hay niños que restarán $158 - 159 =$)

2. La mermelada y el tarro que la contiene tienen distinto valor psicológico para el niño (sobre todo para los pequeños), de ahí que no se les ocurra sumarlos.

3. El verbo evoca una suma: "añadir", cuando en realidad este problema se resuelve mediante la resta.

4. Se trata de un problema-tipo sobre precio de compra, precio de venta y beneficio.

5. Intenta averiguar en qué medida el niño lee atentamente el problema. Podemos achacar también los errores a la asociación de la idea de problema con números y operaciones, y no con la idea de búsqueda.

6. Es un problema de sumas y restas. La dificultad está en que necesita más de una operación, en lugar de una sólo como los anteriores.

7. El verbo "gastar" evoca una resta, y sin embargo este problema requiere una suma.

8. Se trata de un problema en el que hay que razonar a partir de la pregunta, en lugar de a partir de los datos. Es un planteamiento reversible en cuanto a problemas.

9. Es un problema de operaciones yuxtapuestas, parecido al seis.

10. Es un problema de búsqueda, más que un problema de números.

En las dificultades anteriores hay una serie de conceptos que creemos merecen una aclaración inicial:

(1) JAULIN MANNONI, F. Las cuatro operaciones básicas. Editorial Visor. Madrid 1985. Página 53.

- La reversibilidad: Este es un concepto omnipresente en matemáticas, y en todos los niveles educativos, desde Preescolar a la Universidad. Cada vez que ampliamos el campo numérico de naturales a enteros, y sucesivamente racionales, reales, complejos, tenemos que reflexionar sobre la conmutatividad; o con un ejemplo más simple: Una experiencia de reversibilidad para un niño pequeño puede ser descubrir que cinco "piedrecitas" puestas en fila, contadas de derecha a izquierda le da el mismo resultado que contadas de izquierda a derecha. Parece ser que Dienes, decidió ser matemático, el día que descubrió lo anterior.

- Los problemas como búsqueda. Para ilustrar este tema ofrecemos una cita que pensamos, no tiene pérdida:

"Para muchos niños, la palabra problema está asociada a la idea de números y no a la idea de búsqueda; para ellos, resolverlo no es reflexionar, sino combinar números sin saber cómo ni por qué, tan sólo porque es una costumbre que hay que seguir lo mismo que se ponen mayúsculas en ciertas palabras o que no se escribe en el margen. El adulto pide operaciones: el niño las da, provocando reacciones de aprobación o de desaprobación, cuyas razones pueden serle impenetrables, pero que toma a menudo, la costumbre de prever según sea, la fisonomía del maestro" (1).

La experiencia

Esta prueba la aplicamos en primer lugar en nuestras aulas: C.P. "Huertas Viejas", de Coín, y C.P. "Remedios Rojo", de Monda (Málaga). Después de esta primera experiencia la hemos propuesto a otros compañeros en actividades de formación en las que hemos participado:

- En Marbella y Ojén: Ocho centros de E.G.B.
- En Pizarra: Un centro de E.G.B.
- En Málaga: Cuatro centros de E.G.B. y cuatro de EE.MM. (La mitad de estos últimos eran centros experimentales de Reforma)
- Escuelas rurales, en su mayoría unitarias, de la Comarca del Guadalhorce.

Estos niveles en los que se ha aplicado la prueba han sido: Ciclo Medio, Ciclo Superior y los dos primeros años de Enseñanzas Medias. La experiencia nos dice que en todo este tramo de edades la prueba se puede poner en marcha, y los resultados son significativos desde el punto de vista de la reflexión profesional.

Estas tablas nos dan los ERRORES cometidos por los alumnos en la relación de problemas, expresados en PORCENTAJES, desde tercero de E.G.B. a segundo de BUP.

Algunos resultados

Marbella

Nº del problema Errores	Nº del problema										Total niños
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
3º curso	79	10	76	72	96	100	38	83	100	72	29
4º curso	25	12	27	29	34	93	29	57	90	91	89
5º curso	32	7	16	30	41	79	25	79	83	83	146
6º curso	30	5	7	11	29	63	23	49	71	68	244
7º curso	35	4	4	6	37	46	14	62	69	43	157
8º curso	14	3	5	5	18	36	5	33	43	11	174

Málaga

Nº del problema Errores	Nº del problema										Total niños
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
6º curso	6	0	3	0	6	54	3	30	60	42	
7º curso	13	0	13	33	42	36	17	54	83	70	
7º curso	3	3	15	24	27	69	9	48	69	30	
8º curso	0	9	0	10	43	32	10	40	56	22	
1º BUP	8	0	0	0	8	54	0	23	54	15	
1º BUP	0	0	0	7	21	71	0	43	43	43	
1º BUP	6	0	0	12	0	31	6	25	56	44	
1º BUPRE	6	6	0	6	44	29	0	46	37	19	
2º BUPRE	8	4	0	4	26	30	4	65	60	30	

Evaluación formativa en el área de matemáticas

La evaluación tiene dos dimensiones bien diferenciadas:

- Por una parte la evaluación de alumnos: enjuiciar el trabajo realizado, las actitudes que han mantenido, la adquisición de contenidos...
- Y otra dimensión habitualmente olvidada: la evaluación formativa, que podemos entenderla como AUTOEVALUACIÓN DEL PROFESOR:

- Implica una aptitud del profesor: ¿Tengo algo que aprender de mis alumnos? ¿Puedo hacerlo mejor?
- Significa reconocer que la evaluación formativa es la mejor fuente de aprendizaje profesional. Es difícil "aprender por ósmosis": no se aprende simplemente por estar en clase. Hay que provocar el aprendizaje.
- La evaluación formativa significa preguntarse por:
 - ¿Tienen mis alumnos los conceptos previos consolidados?
 - ¿Se adecuan los nuevos conceptos al nivel de mi aula?
 - ¿Cuáles son los conceptos que están ofreciendo mayor dificultad?

Si los datos obtenidos de la prueba que proponemos los situamos en un cuadro como el siguiente:

Nombres	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Res. Ind.
Resultados por problemas											

Este cuadro nos ofrece dos tipos de información:

- Por una parte resultados individuales de los alumnos (Haciendo una lectura horizontal: los resultados globales por alumno quedarían reflejados en la última columna vertical).

- Por otra, los resultados correspondientes a cada problema (Haciendo una lectura vertical: los resultados globales de cada problema quedan reflejados en la última fila horizontal). Esta lectura nos da la situación de la clase en relación con la prueba y los conceptos incluidos en ella.

Valorando los resultados individuales desde un perspectiva de evaluación formativa, lo que menos debe preocuparnos es enjuiciar el trabajo de los alumnos, siendo la perspectiva alternativa preguntarse: ¿Cuáles son los alumnos que necesitan más ayuda?

Si lo que valoramos son los resultados de cada problema en el cuadro podemos observar cuáles son las lagunas más importantes en las cuatro operaciones que tiene mi clase y mis alumnos. El primer apartado sugiere un campo de trabajo al profesor: atender más a los alumnos que más lo necesitan; el segundo ofrece la posibilidad de reflexionar sobre la adecuación a mis alumnos de mi proyecto de trabajo y sugiere las modificaciones que tengo que realizar en éste.

Vamos a extraer de los cuadros anteriores algunos resultados para reflexionar sobre ellos:

Nº del problema	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Errores 8º curso	14	3	5	5	18	36	5	33	43	11
Errores 2º BUPRE	8	4	0	4	26	30	4	65	60	30

Como vemos tres son los problemas con más dificultades en estos niveles:

- problema 6
- problema 8
- problema 9

El seis y el nueve son los únicos problemas que necesitan más de una operación: son de los que necesitan operaciones yuxtapuestas para hallar la solución.

El ocho es de razonamiento a partir de la pregunta, en lugar de a partir de los datos. Los números uno y cinco también han supuesto dificultad, aunque no como los anteriores. El problema uno necesita ordenar temporalmente los

datos y el cinco requiere una lectura atenta antes que una operación.

En segundo de BUP encontramos también un gran número de errores en el problema diez: es un problema de búsqueda.

Que un porcentaje tan elevado de alumnos de octavo y segundo de BUP no dominen aún estos problemas sugiere que muchos alumnos terminan la EGB y recorren el BUP sin tener consolidado el concepto de las cuatro operaciones.

Algunas reflexiones que podemos realizar a partir de estos resultados

- Una posible causa de estos resultados es considerar cada curso como un compartimento estanco: así lo que se debió trabajar en quinto no se hace en sexto, séptimo, octavo, BUP... Cada curso está definido por un programa que no se altera.

- Los niños de Ciclo Superior olvidan los contenidos de ciclos anteriores, así como los de EE.MM olvidan los de EGB.

- La secuencia "explicar un tema y después poner problemas a propósito de ese tema" está tan arraigado en el niño, que muchos intentaron resolver estos problemas por ecuaciones, ya que era el tema que estaban trabajando en ese momento.

- Habitualmente no enseñamos al niño a razonar, sino a "adivinar" operaciones, posiblemente porque se ha optado por una metodología que pone más énfasis en la enseñanza de los algoritmos y su automatización, olvidando el trabajo encaminado a la adquisición de conceptos. No pretendemos que los conceptos suplanten a los algoritmos, sino que caminen juntos.

- Con mucha frecuencia, iniciamos al niño en la realización de problemas tipo, planteando el problema siempre de la misma forma, en lugar de ofrecerle problemas presentados de de múltiples maneras. Prueba de esto es que cuando salimos de la forma-rutina, el niño se pierde.

Sugerencia de algunas soluciones

Es difícil el planteamiento de soluciones de forma sistemática. Reseñamos brevemente algunas, diferenciadas en dos grupos:

De carácter general:

- Relativizar los programas.
- Acercar la escuela al niño.
- Dejar un hueco diario en la clase de matemáticas para trabajar las cuatro operaciones.
- Plantear más situaciones problemáticas en lugar de operaciones sueltas carentes de sentido.
- Coordinar en departamento o seminario, para plantear soluciones individuales a lo sobrecargado de los libros de texto y a la orientación de estos.
- Trabajar en contacto con la familia, de manera que escuela y hogar converjan en las experiencias que se ofrecen a los niños, buscando aquellas de mayor riqueza.

De carácter concreto:

- Ofrecer la mayor variedad posible de problemas.

Ejemplo:

	1	2	3
Pablo tiene	520 pts.	?	y
Santiago tiene	450 pts.	250 pts.	?
Tienen juntos	?	540 pts.	?
Pablo tiene de más	?	?	z (2)

- Plantear problemas que obliguen a seleccionar los datos adecuados a cada pregunta (así se aprende a discriminar qué datos nos sirven y a desechar, según la pregunta, los inútiles). Ejemplo:

Un libro pesa 350 gr.	¿Precio de 3 cuadernos?
Un cuaderno cuesta 2 pts.	¿Precio del libro y del cuaderno?
Un libro cuesta 5 pts.	¿Peso de 5 libros?
Gruoso del libro 3 cm.	
Superficie del cuaderno: 300 cm ²	(3)

- Trabajar problemas inventando preguntas a partir de los datos. Ejemplo:

(2) Ibid. Página 106.

(3) Ibid. Página 116.

“Se sabe que una caja de café cuesta 3 pts., un paquete de azúcar 2 pts., una botella de aceite 7 pts., que hay 3 cajas de café, 5 kg. de azúcar, 6 botellas de aceite” (4)

A partir de estos datos el alumno tiene que plantear preguntas y contestarlas (A mayor cantidad de datos, más posibles preguntas). Algunas pueden ser:

- ¿Cuánto costarán los 5 kg. de azúcar?
- ¿Cuánto costarán 2 kg. de azúcar y 2 botellas de aceite?

- Ofrecer problemas de razonamiento a partir de la pregunta. (Sería lo contrario del epígrafe anterior: dar una relación de preguntas de un problema y pedir al alumno que invente los datos necesarios para resolverlos?).

- Plantear problemas que incluyan los conceptos de precio de compra, precio de venta y beneficio, por su utilidad en la vida diaria, pero cuidando de presentarlo en distintas formas:

Precio de compra + Beneficio = Precio de venta.

Precio de venta - Precio de compra = Beneficio.

Precio de venta - Beneficio = Precio de compra.

(4) Idem.

Consideraciones finales

- La conclusión básica es la necesidad de relativizar y flexibilizar los programas. Con un ejemplo: Prestando mucha atención a las ecuaciones de segundo grado, cuando no se dominan las sumas y las restas, el sistema educativo “instruye” ciudadanos familiarizados con la resolución de operaciones complejas en situaciones descontextualizadas y al mismo tiempo incapaces de resolver problemas sencillos.

- En nuestra vida profesional son muchos los momentos en los que hemos deseado cambiar metodológicamente intentando dar solución a los problemas que observamos en nuestras aulas, pero siempre nos ha faltado la decisión para hacerlo. Las razones de la indecisión son muchas: la presión de los padres, de los compañeros, de otros Centros, del nivel educativo siguiente... La realización de esta prueba **DA FUERZAS PARA CAMBIAR**, adquirimos el convencimiento de que es necesario, y encontramos una justificación ética muy fuerte frente a esa presión.

Si leyendo estas páginas crees que es imposible que en tu clase se den estas situaciones y estos resultados, te invitamos a que lo compruebes: te basta la duda razonable, el deseo de mejorar y media hora de tus alumnos.