

Algunas actividades para hablar de medida

DAVID BARBA URIACH
CECILIA CALVO PESCE

Ell@s tienen la palabra

Tal como comentamos en las entregas previas de esta sección dedicada a las Matemáticas en Primaria, nuestra intención es la de analizar dinámicas de clase centradas en la conversación y la comunicación: ¿qué actividades podemos proponer para generar este ambiente de clase?, ¿qué preguntas podemos formular para fomentar las discusiones?, ¿qué modelos podemos presentar a los alumnos para ayudarlos a pensar y a comunicar sus razonamientos?

En esta octava entrega, continuamos haciendo propuestas en este sentido, ahora centrándonos en el bloque temático «Medida» con la misma intención de dar a nuestr@s alumn@s un papel protagónico en la construcción de su aprendizaje a partir de actividades en las que ell@s tendrán la palabra.

El trabajo de la Medida en tres etapas

Cuando pensamos en el bloque temático Medida, desde el punto de vista escolar, lo primero que recordamos es, por una parte, el viejo y conocido «sistema métrico decimal» y, por otra, más cercana en el tiempo, la medición por parte de los alumnos de la longitud de objetos de su entorno con lo pri-

mero que tienen a mano: palmos, pies, rotuladores, etc. Sin embargo, el paso adelante que en la escuela hemos dado con este tipo de actividades introductorias que buscan acercar a los alumnos a la comprensión del papel de las unidades de medida, convive, tanto en las prácticas de clase como en los libros de texto, con una mecanización descontextualizada de las conversiones entre diferentes unidades (escaleras de conversión, tablas, etc.) que creemos está lejos de los que deberían ser nuestros objetivos al tratar la Medida en primaria.

Estos objetivos están más próximos a los que persigue la secuenciación de la Medida presentada por van den Heuvel-Panhuizen y Buys (2005). La trayectoria de enseñanza-aprendizaje que proponen para los primeros cursos de primaria atraviesa tres etapas en relación a cada una de las magnitudes que se trabajan en la escuela (longitud, volumen, masa, temperatura, tiempo, área, etc.). Esas tres etapas son: comparación y ordenación, uso de unidades y uso de instrumentos.

Comparación y ordenación

En esta etapa se proponen las actividades introductorias dirigidas a la comprensión de los aspectos conceptuales de cada una de las magnitudes y en las que se profundiza de manera desigual. En la introducción de la longitud, normalmente las actividades de adquisición del concepto están muy presentes en las aulas (por ejemplo, ordenando materiales manipulativos a través de comparaciones

directas entre los objetos). Pero no pasa lo mismo durante la introducción de la magnitud área, en el que rápidamente acudimos a la presentación de unidades y fórmulas saltando la etapa de comparación directa de figuras (por ejemplo, superponiéndolas) o cuando la comparación directa no es posible: recortando una de ellas en trozos e intentando cubrir con ellos a la otra figura hasta poder decidir si una es más grande que la otra. La imagen 1 presenta un *applet* relacionado con este tipo de experiencias cuya explicación se halla en:

<http://appletspuntmat.blogspot.com.es/2014/02/mesura-de-superficie-concepte.html>

Volviendo a la longitud, uno de los problemas que detectamos en su introducción es que, en muchos casos, acudimos con demasiada rapidez a la presentación de unidades (en el mejor de los casos, comenzando por las arbitrarias, como palmos o rotuladores) dejando de lado el uso de comparaciones indirectas.

Por ejemplo, si queremos saber si un mueble que ya no utiliza la directora cabrá en un espacio de la clase que hay entre las dos ventanas¹, podemos ayudarnos de una cuerda para hacer las comparaciones (podemos ir hasta el despacho de la directora marcar en la cuerda una longitud equivalente al mueble y trasladar la cuerda hasta nuestra clase para saber si es menor o mayor que el espacio disponible).

Este método funciona siempre que la cuerda sea mayor que el objeto a medir; si fuera menor, podríamos colocarla repetidamente sobre el objeto hasta llegar al final, pero esta ya sería una primera aproximación al uso de unidades (una etapa a la que llegaremos más adelante).

Otras magnitudes requieren enfoques distintos en esta etapa de comparaciones y ordenaciones.

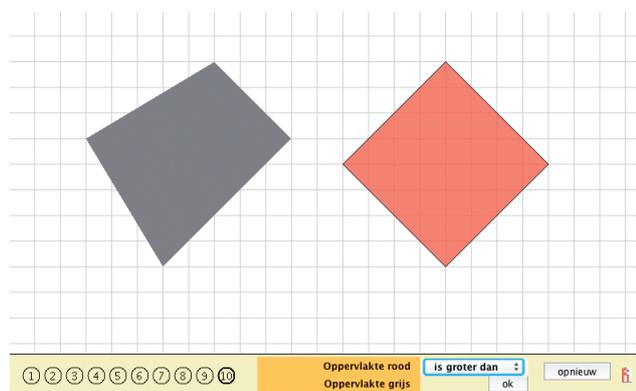


Imagen 1. Captura de pantalla tomada en:
<<http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/00502/>>

Si pedimos a los alumnos que decidan cuál de dos objetos es más ligero, es posible que propongan sopesarlos primero uno y luego el otro. En caso que no surja de ellos, nuestro trabajo será proponerles que los sopesen simultáneamente, poniendo uno en cada mano y que comenten las ventajas que supone hacerlo de esta manera.

Si llevamos al aula una balanza de dos platos, pueden experimentar con ella hasta descubrir que funciona de la misma manera (la mano que más baja mientras sopesamos los objetos corresponde al objeto más pesado igual que el plato que más baja contiene al objeto más pesado).

Vale la pena aclarar que no consideramos la balanza de platos como un instrumento de medida propiamente dicho hasta que no intervienen las pesas que miden la masa del objeto en gramos o en alguna otra unidad.

Si les pedimos comparar cuál de dos recipientes tiene mayor capacidad, pueden proponer verter el contenido de uno de los recipientes en el otro o, de manera indirecta, vaciar el contenido de ambos, uno a uno, en una botella de plástico marcando

... no consideramos la balanza de platos como un instrumento de medida propiamente dicho hasta que no intervienen las pesas que miden la masa del objeto en gramos o en alguna otra unidad

con un rotulador hasta donde llega el contenido de cada recipiente.

¿Qué propondrán si les preguntamos cuál de dos canciones es más larga? ¿Propondrán hacerlas sonar simultáneamente y ver cuál acaba antes? ¿Y si delante de un diagrama de sectores que encontramos en la prensa le preguntamos cuál representa el sector más pequeño? ¿pensarán en recortarlos y superponerlos?

En los casos mencionados debemos tener en cuenta que las primeras respuestas pueden basarse en la percepción visual de los objetos y hemos de ayudarlos, mediante la cuidadosa selección de objetos a comparar, a desconfiar de estas percepciones. Puede ser que el objeto más grande sea más ligero o el vaso más alto el que tenga menor capacidad, por lo que se hace necesario que los alumnos descubran nuevas formas de llevar a cabo las comparaciones.

Después de esas primeras comparaciones de dos objetos llegará el momento de pedirles que ordenen tres o cuatro según algunas de estas magnitudes. Probablemente, no les suponga dificultad ordenar lápices de acuerdo a su longitud porque pueden hacer las comparaciones simultáneamente, pero ¿qué estrategias usarán para ordenar algunos juguetes en función de su masa disponiendo de una balanza de dos platos? ¿cómo valorarán la necesidad de ser sistemáticos en su trabajo?

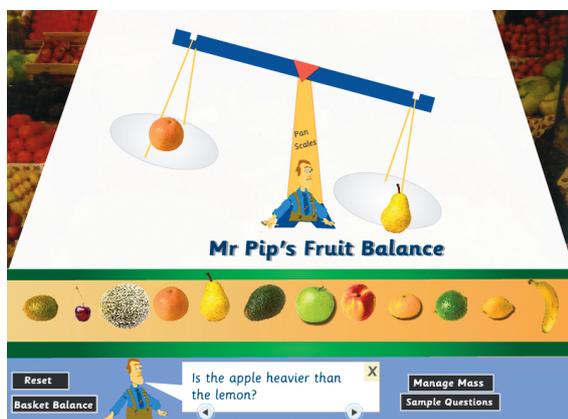


Imagen 2. Captura de *Mr Pips Fruit Balance*, en la web: <http://www.crickweb.co.uk/ks2numeracy-shape-and-weight.html>

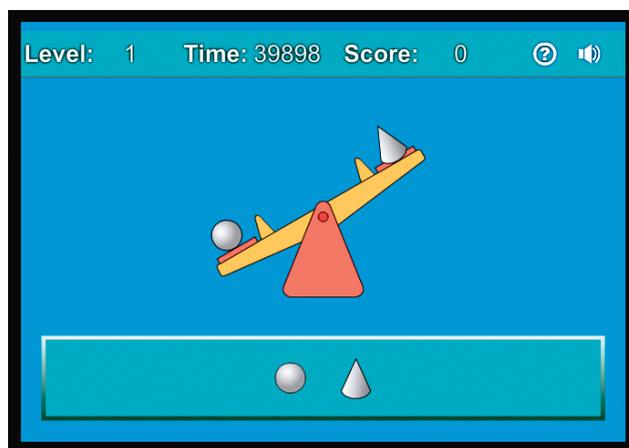


Imagen 3. Captura de pantalla en: http://www.mathplayground.com/balance_scales.html

En el trabajo inicial en Medida, nada supera a la experiencia directa que podemos ofrecer a los alumnos pero en algunos casos pueden ser complementadas con experiencias con *applets* como los que se ven en las imágenes 2 y 3.

*... cuál de dos mesas es más grande, podrían averiguarlo cubriéndolas con *post-it* o con cajas de cerillas, lo que muestra además que las unidades no han de ser necesariamente cuadradas*

La riqueza de la actividad también radica en las discusiones que podemos generar en torno a los resultados obtenidos al medir un mismo objeto con diferentes unidades. Por ejemplo, cuando se hacen cons-

cientes de que cuanto mayor es la unidad, menor es el número que obtienen como medida³.

El uso de las unidades arbitrarias puede resultar una salida natural al problema de la ordenación de tres o más objetos según su masa disponiendo de una balanza de dos platos (si proponemos ordenar cuatro juguetes del más ligero al más pesado, los alumnos pueden equilibrar cada uno de ellos a una determinada cantidad de canicas y luego utilizar el orden de los números de canicas para hacer lo propio con los juguetes).

En relación a la medida de superficie, tenemos muchas actividades para proponer antes de mencionar los metros cuadrados o las hectáreas. Si preguntamos a los alumnos cuál de dos mesas es más grande, podrían averiguarlo cubriéndolas con *post-it* o con cajas de cerillas, lo que muestra además que las unidades no han de ser necesariamente cuadradas. En lugar de mesas, los objetos a comparar con la ayuda de una unidad arbitraria pueden ser figuras dibujadas sobre papel cuadriculado y los propios cuadrillos la unidad de medida más natural para hacerlo. O triángulos contruidos sobre un geoplano tomando como unidad cada uno de los cuadrillos que lo forman (imagen 5 en la página siguiente).

La misma idea aplicada a tres dimensiones nos acerca a la medida del volumen, pudiendo usar como unidad envases de leche para medir una caja grande o cubitos encajables para medir cajas más pequeñas.

Uso de unidades

Una de las actividades más extendidas y profundamente arraigadas en el trabajo introductorio de las medidas de longitud es el uso de unidades no estándares, entre las que están incluidas las corporales, para medir objetos del entorno de los alumnos² (imagen 4).

No nos vamos a extender en este tipo de actividades, sin embargo queremos hacer un par de comentarios al respecto.

La medición de objetos usando unidades arbitrarias requiere cuidado y precisión. Para darse cuenta de ello sólo hace falta ver lo difícil que es para los alumnos de los primeros cursos «encadenar» palmos cuando usan esta unidad para medir una mesa o colocar de manera correcta los pies cuando usan esta unidad para medir una pared.



Imagen 4

En el momento de comenzar a hablar de unidades estándar, además de discutir los beneficios de dejar atrás el uso de unidades arbitrarias, creemos que es imprescindible restringir el conjunto de aquellas unidades estándar que usaremos en el aula al conjunto de unidades que «existen» en la vida cotidiana.

Cuando se trata de unidades asociadas a una misma magnitud tiene indudable interés hablar de conversiones entre ellas, pero nuevamente restringiéndonos a las unidades que realmente usamos y siempre contextualizándolas. Tiene sentido con-

... las facilidades que ofrece el carácter decimal de nuestro sistema métrico no debería llevarnos a restringir las conversiones a un ejercicio de numeración limitado a agregar o quitar ceros o a mover la coma

vertir la medida del diámetro de una moneda dada en milímetros, en centímetros; o la distancia entre la escuela y la parada del autobús dada en kilómetros, en metros. Pero consideramos que no tiene sentido pedir que expresen la longitud de un lápiz en kilómetros (porque la elección de la unidad debe tener relación con el objeto) ni el ancho de una pizarra dada en metros en decámetros (en este caso porque la existencia de los decámetros tiene más relación con el carácter decimal del sistema métrico que usamos que con su utilidad y presencia en la vida diaria).

Creemos que las facilidades que ofrece el carácter decimal de nuestro sistema métrico no debería llevarnos a restringir las conversiones a un ejercicio

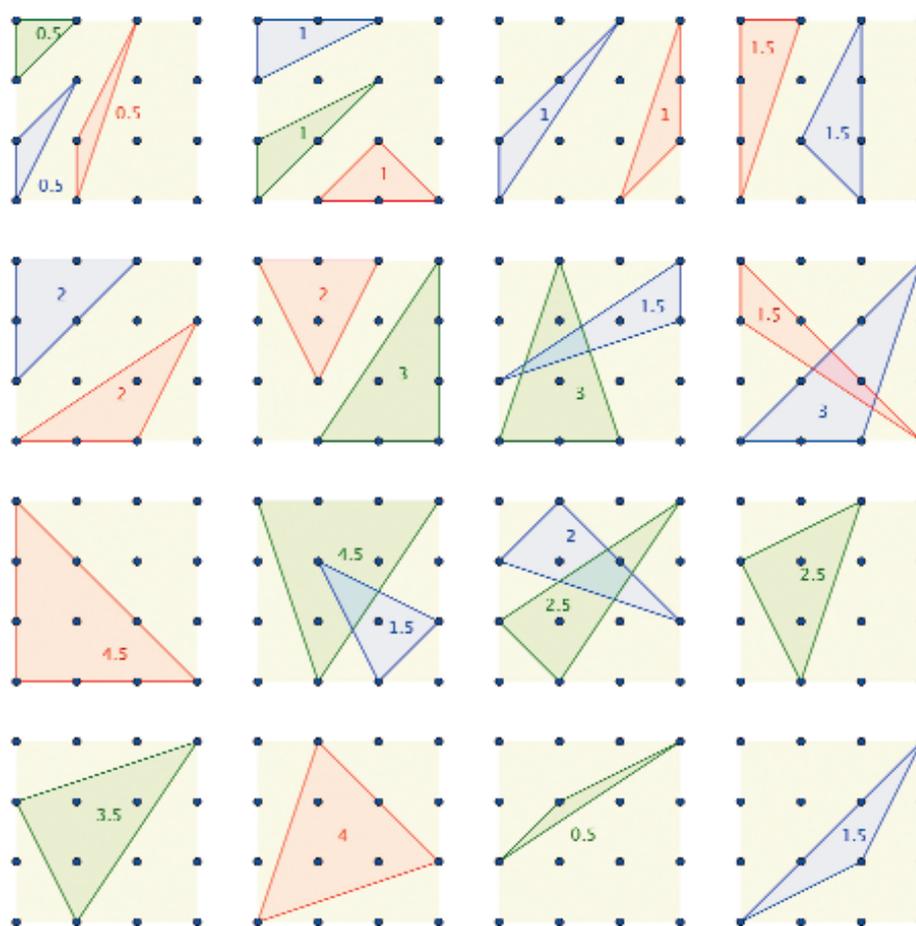


Imagen 5. Áreas de todos los triángulos diferentes que se pueden construir en un geoplano 5×5 usando como unidad el área de cada uno de sus cuadraditos

de numeración limitado a agregar o quitar ceros o a mover la coma. Deberíamos trabajar las traducciones de una misma medida en diferentes unidades como un problema de comunicación y no como la ejecución de un algoritmo.

Tampoco creemos que debamos restringirnos al uso de nuestro sistema de unidades, ya que interpretar medidas dadas en pulgadas (o pies, millas, grados Fahrenheit, dólares, ...) que encontramos habitualmente en Internet pueden generarnos interesantes problemas de proporcionalidad que vale la pena discutir en el aula. En este sentido, también puede haber en el aula alguna pequeña investigación sobre el uso de otras unidades en el pasado como las leguas o las arrobas. Elegimos estas dos, por ejemplo, porque sus nombres los conocen a partir de la obra de Julio Verne o de las direcciones de correo electrónico.

Creemos en la importancia de dar a los alumnos oportunidades de experimentar con diferentes unidades de medida para que puedan establecer referencias personales de las principales unidades del sistema métrico. Pueden asociar 1 cm al ancho de un dedo, 1 mm al grosor de una uña, 1 m a la longitud de un paso largo, 1 kg al peso de un paquete de arroz, 1 L al contenido de tres latas de refresco⁴, etc.

Después de trabajadas estas referencias es momento de plantear situaciones cotidianas y discutir las:

¿cuánto pesa un bebé al nacer?, ¿cuántos vasos puedo llenar con un litro de leche?, ¿cuánto mide un edificio de 6 plantas?, ¿qué temperatura hace en invierno?... También hay algunos *applets* destinados a trabajar la estimación en el ámbito de la medida como los que presentamos en las imágenes 6 y 7.

Uso de instrumentos

En este enfoque del tema Medida tiene cabida el planteo de actividades en que los propios alumnos construyen instrumentos como ayuda para medir objetos en función de una unidad (arbitraria o estándar). Por ejemplo, pueden construir una jarra graduada para medir líquidos donde la unidad sea un vasito. Para ello se toma una botella de plástico, se vuelca un vasito de agua en ella, se hace una marca justo donde llega el nivel del agua y se escribe un 1; luego, se vuelca un segundo vasito de agua, se hace una marca donde llega ahora el nivel y se escribe un 2; y así, sucesivamente.

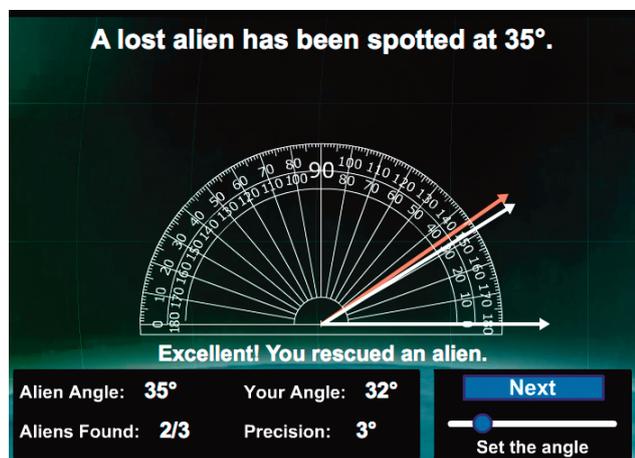


Imagen 6. Captura de pantalla del applet <<http://www.mathplayground.com/alienangles.html>>, en el que el usuario debe construir por estimación un ángulo de amplitud dada

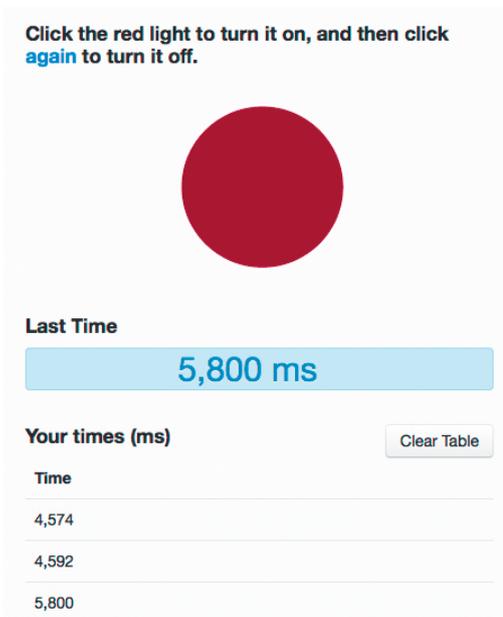


Imagen 7. Captura de pantalla del applet <<http://nrich.maths.org/10629>> en el que el usuario debe estimar la duración de una cantidad determinada de segundos.

O puede construirse una regla cuya unidad sea un clip. Se usa para ello una tira de papel, se coloca un clip en un extremo, se hace una marca indicando donde llega, y se escribe un 1; luego, se coloca el clip a partir de la primera marca, se hace una marca donde alcanza su extremo y se escribe un 2; y así, sucesivamente.

Después del planteo de estas actividades, llega el momento de plantear actividades para familiarizar a los alumnos con el correcto uso de instrumentos convencionales, como una regla para medir un segmento, una balanza digital para pesar una manzana, un cronómetro, un semicírculo o un termómetro. En estas actividades de familiarización también deberíamos buscar actividades ricas que no se centren únicamente en el manejo del instrumento, ya que seguramente conviven en el aula alumnos que lo manejan con soltura desde el primer día y otros que nunca lo habían tocado hasta ese momento.

Por ejemplo, para uso del semicírculo podemos presentar a los alumnos una hoja con algunas circunferencias, les pedimos que elijan en cada una 4 puntos cualesquiera, los unan formando un cuadrilátero, que midan dos ángulos opuestos y sumen las dos medidas obtenidas; al compartir los resultados obtenidos por cada alumno en una discusión grupal detectarán una

regularidad: la suma de ángulos opuestos en un cuadrilátero con sus vértices en una circunferencia es 180° . Se puede complementar el establecimiento de esta conjetura presentándoles un cuadrilátero que no tenga sus vértices en una circunferencia y comprobar que la suma de los ángulos opuestos no da 180° (imagen 8).

Hay magnitudes para las que no disponemos de instrumentos de medida. Por ejemplo, para medir el área de una figura, pero en este caso tendremos mucho que decir en relación al uso que hacemos en la escuela de fórmulas que facilitan estas mediciones. De todas maneras no entraremos en este aspecto porque lo retomaremos en una próxima entrega dedicada a la geometría plana.

Reflexión final

En esta entrega de la sección hemos intentado destacar algunos aspectos que merece la pena tener en cuenta al elegir las actividades del tema «Medida» que llevaremos al aula con la intención de dar a nuestros alumnos la oportunidad de ser protagonistas de la construcción de su aprendizaje. Dichos aspectos pueden resumirse en tres:

- Procurar no quemar etapas (no saltarse la etapa de comparación ni presentar de manera prematura las unidades estándar).
- Seleccionar el tipo de conversiones entre unidades de medida que tiene sentido proponer a los alumnos (combinando la conveniencia de res-

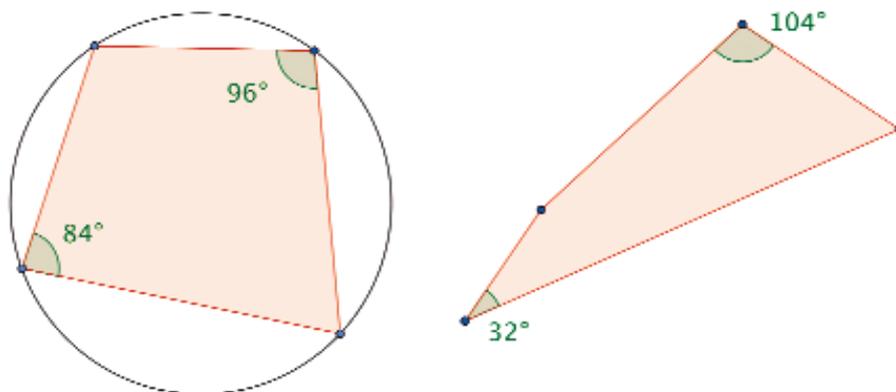


Imagen 8. Práctica en el uso de un semicírculo

tringirse a las unidades que realmente usamos con el interés de comentar la existencia de unidades que tienen presencia en la vida de otras personas, ya sea en el pasado o en otros países).

— Dar importancia al establecimiento, por parte de los alumnos, de referencias personales de las unidades de medida que les ayuden a realizar buenas estimaciones.

Para profundizar

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. & BUYS, K. (eds) (2005), *Young Children Learn Measurement and Geometry: A Learning-Teaching Trajectory with Intermediate Attainment Targets for the Lower Grades in Primary School*, Freudenthal Institute, Utrecht University.

En el blog del *Puntmat* hay unas cuantas entradas sobre este tema bajo la etiqueta *Mesura* (las entradas se traducen de manera automática seleccionando el

idioma en la columna derecha). A continuación, destacamos algunas.

La necesidad de medir:

<http://puntmat.blogspot.com.es/2014/05/puzle-de-la-graella-del-100-2.html>

La relación entre perímetro y área:

<http://puntmat.blogspot.com.es/2014/04/perimetre-i-area.html>

<http://puntmat.blogspot.com.es/2014/05/perimetre-i-area-2.html>

La relación entre los volúmenes de algunos cuerpos de revolución:

<http://puntmat.blogspot.com.es/2013/05/relacionant-volums.html>

La relación entre la altura y la envergadura:

<http://puntmat.blogspot.com.es/2012/03/quina-es-laltura-daquest-jugador.html>

DAVID BARBA URIACH

Universitat Autònoma de Barcelona

CECILIA CALVO PESCE

Escola Sadako (Barcelona)

<tienenlapalabra@revistasuma.es>

1 Obsérvense las diferencias que existen entre preguntar cuánto mide el mueble y plantear la situación de manera más abierta (¿cabrá el mueble entre las dos ventanas?, ¿cómo podemos saberlo sin necesidad de moverlo?), lo que implica elegir y consensuar con el alumnado la estrategia a seguir.

2 Sirva como ejemplo la actividad que Núria Serra planteó a sus alumnos de la *Escola Ponent* y que aparece descrita en:
<<http://cuinamatematica.blogspot.com.es/2014/05/longitud-2-unitats-arbitraries.html>>.

3 Esto tendrá vital importancia al discutir conversiones. El alumnado podrá entender, por ejemplo, que si medimos en metros una distancia el número obtenido será mucho mayor que si la medimos en kilómetros sin necesidad de memorizar que la coma se mueve a derecha o a izquierda.

4 En <<http://puntmat.blogspot.com.es/2013/05/referencies-personals-per-les-unitats.html>> se comentan algunas actividades para que los alumnos puedan generar referencias personales para el metro cuadrado y el metro cúbico.