suma+ 70
Secciones
Julio 2012
pp. 105-114

Blaise Pascal: un matemático virtuoso

Santiago Gutiérrez Vázquez

Hace 350 años, el 19 de agosto de 1662, a la temprana edad de 39 años, moría en París Blaise Pascal, un espíritu genial y polifacético, que dedicó todos sus esfuerzos a materias tan dispares como Matemáticas, Filosofía, Física, Religión, y Tecnología, y en todas ellas dejó pruebas de su extraordinaria inteligencia y un talento singularmente original.

Eran tiempos convulsos en la Francia del siglo XVII, siglo dominado, en su primera mitad, durante los reinados de Luís XIII y Luís XIV, con sus ministros Richelieu, y Mazarino, por las guerras de Religión entre católicos y protestantes, y los abundantes conflictos civiles. Eran tiempos así mismo de grandes avances científicos, en particular matemáticos. La figura del fraile Marin Mersenne, filósofo, físico, matemático, y entendido en Música y Medicina, se convertía en el catalizador de un notable grupo de intelectuales, entre los que se encontraban Descartes, Fermat, Desargues, Torricelli, Roberval, Huygens, etc. Mersenne se carteaba con ellos y los acabaría reuniendo en sesiones de estudio e intercambio de ideas, sesiones que constituirían el germen de la futura Academia de Ciencias de Francia.

Blaise Pascal había nacido en Clermont (hoy Clermont-Ferrand), capital del departamento de Puy-de-Dôme y de Auvernia, el 19 de junio de 1623.

Artículo solicitado por *Suma* en febrero de 2012 y aceptado en abril de 2012

Segundo hijo de Étienne Pascal y Antoinette Begon tenía dos hermanas, Gilberte, mayor que él, y Jacqueline, más pequeña, a la que se sintió siempre muy unido. Desde su nacimiento, Blaise mostró una salud muy endeble, con gran preocupación de sus padres. Étienne, jurista, era a la sazón presidente del Tribunal de Impuestos, y un gran aficionado a las Matemáticas, a la Física y a las lenguas clásicas. Antoinette murió en 1626, de modo que Étienne decidió ocuparse personalmente de la educación de los tres niños, en especial de Blaise, que desde muy pequeño daba muestras de una notable inteligencia. No gustaba Étienne de la enseñanza memorística que entonces se practicaba en Francia, era partidario de la enseñanza por razonamiento, incluso con las niñas. Se adelantaba así en siglos a la época actual. La contrapartida de esa educación individual fue el obligado aislamiento con que privó a sus hijos de una adecuada socialización.

La afición de Étienne a las Matemáticas le llevó a encontrar varias propiedades de los triángulos, y a estudiar la curva conocida como *caracol (limaçon*, en francés), que daría a conocer a sus amigos matemáticos con las correspondientes demostraciones, causando no poco asombro entre ellos. De todo esto dan cuenta Mersenne, Fermat y Roberval, entre otros. Precisamente, fue Roberval el que propuso el nombre de *caracol de Pascal*, en honor de su descubridor. Dice así: dada una circunferencia de diámetro OA, se trata del lugar geométrico del punto P, situado sobre la recta OA, a una distancia fija de A, cuando el punto O permanece fijo, y el punto A recorre la circunferencia. El punto P puede ser interior o exterior a la circunferencia. Matemáticamente, esta curva es conocida como *concoide del círculo*, y el punto O es el polo de la concoide. Como se ve, el ambiente de la casa de Pascal no podía ser más favorecedor para el desarrollo de la inteligencia de un niño excepcionalmente dotado como Blaise. También su hermana Jacqueline dio muestras de un gran talento, que se manifestó a través de la poesía. Componía versos con una gran facilidad. Ambos hermanos establecieron una fuerte amistad, que jugaría un importante papel en su vida.

Blaise Pascal

Los primeros pasos en Matemáticas

En 1631, se traslada a París la familia Pascal, y en 1634, Étienne vende a su hermano el cargo de presidente del Tribunal de Impuestos, con la idea de dedicarse por entero a la educación de sus hijos. A Blaise le gustaba escuchar a su padre cuando le explicaba la razón de todas las cosas que trataban. Iba surgiendo en él una curiosidad y un deseo sin límites de razonarlo todo. Así se expresa su hermana Gilberte en la biografía del hermano que nos dejó escrita:

> …quería saber la razón de todas las cosas y cuando no se le daban buenas razones, él las investigaba por sí mismo.

Étienne no quería asomar a su hijo al mundo de la matemática. Temía que su cerebro enfermara, dada su débil constitución física. Incluso escondía los libros de Geometría para que ni siquiera los viera. Eso sí, el padre le interesaba por las Lenguas y los fenómenos de la naturaleza. En este sentido, se dice que en una ocasión, observando el ruido de un plato al caerse, comenzó a reflexionar sobre las causas del sonido. Era todavía muy niño cuando recogió los resultados de sus reflexiones en un *Tratado sobre los sonidos*.

Pero, su curiosidad por las matemáticas, como suele ocurrir con todo lo prohibido, no decaía, más bien aumentaba. Y, en algún momento se le debió escapar a su padre la palabra geometría, o debió verla en algún libro de su biblioteca, el caso es que un buen día, cuando Blaise tenía ya doce años, preguntó a su padre qué era la Geometría, y éste le contestó algo así como que era el arte de dibujar figuras bien hechas y ver las relaciones entre ellas. Esto debió estimular la imaginación del pequeño Blaise, y su reacción no se hizo esperar. Según nos cuenta su hermana Gilberte:

> ...tomaba carbón y hacía figuras sobre las baldosas, buscando la manera de dibujar una circunferencia perfectamente redonda, un triángulo cuyos lados y ángulos fuesen iguales, y otras cosas semejantes...ponía sus propios nombres a esas cosas: llamaba redondo a la circunferencia, barra a la recta. Después de los nombres hacía axiomas y demostraciones perfectas.

De este modo llegó a formular y demostrar que la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a dos rectos, cuestión incluida en la proposición 32 de los *Elementos* de Euclides. Sorprendido Étienne de la precocidad de su hijo, al ver de lo que había sido capaz sin información alguna, decidió cambiar de estrategia y le dio a leer los *Elementos* de Euclides, cosa que hizo Blaise sin mucho esfuerzo y a gran velocidad.

...trabaja sobre las ideas de Desargues ...e inspirado en sus ideas escribe un pequeño texto titulado Ensayo ...

Ensayo sobre las cónicas

En 1635, Mersenne funda su famosa Academia Parisiense, a cuyas reuniones acuden los más importantes matemáticos franceses del momento. Entre los asistentes asiduos está Étienne Pascal, conocido como matemático y amigo de Mersenne, que solicita sea admitido a las sesiones de la academia su hijo Blaise, a pesar de que aún no ha cumplido los trece años. Allí tiene Blaise ocasión de conocer de primera mano a los grandes de la matemática, la materia que ya tanto le fascina, y entre ellos a Desargues, con su geometría de las proyecciones y secciones, que llama poderosamente su atención.

Ese mismo año de 1635, Francia entra en la Guerra de los Treinta años, que de religiosa en un principio se torna ya en política, y para paliar los gastos correspondientes, en 1638 decide Richelieu subir los impuestos. En contra de esta subida se produce una manifestación en París por parte de los afectados en la que participa el señor Étienne Pascal. La consiguiente persecución policial obliga a Étienne a huir a Auvernia, cosa que hace dejando a sus hijos en París al cuidado de la gobernanta señora Delfaut.

La ausencia del padre crea no pocos problemas económicos en la casa, pero Blaise sigue a lo suyo. Estudia a los clásicos, en particular a Apolonio, que va a tener una gran importancia en su obra geométrica, y trabaja sobre las ideas de Desargues. A raíz de la lectura de este último sobre las cónicas, e inspirado en sus ideas, escribe un pequeño texto titulado *Ensayo sobre las cónicas* consistente en una página impresa, en la que anuncia un tratado completo sobre las cónicas y del cual el *Ensayo* es solo un resumen. En él se incluye ya una proposición que Blaise denomina *mysterium hexagrammicum* (hexagrama místico), conocido desde entonces como *teorema de Pascal*. Siguiendo el lenguaje de Desargues lo formula así:

> La línea quebrada hexagonal cerrada AB’CA’BC’A cuyos vértices alternados están respectivamente sobre r y r’ es tal que los pares de lados opuestos AB’ y A’B, B’C y BC’, CA’ y C’A, se cortan en tres puntos alineados.

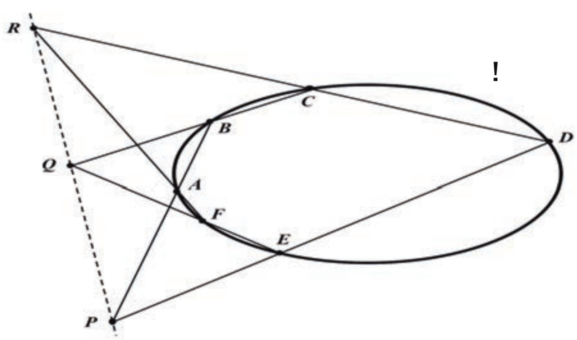
La recta que contiene a los tres puntos se conoce como *recta de Pascal*. La deuda contraída con Desargues al escribir esta obra queda bien reconocida por Pascal cuando refiriéndose a él escribe:

> Quisiera decir que lo poco que yo he descubierto por mi mismo sobre el tema se lo debo a sus escritos.

Por su parte, Desargues consideró tan importante la obrita de Pascal que le invitó a presentarla en la academia de Mersenne. Y así lo hizo en septiembre de 1639. Los trabajos de Pascal asombraron al mismísimo Descartes que no daba crédito a semejante hazaña en un joven de tan solo dieciséis años. Se publicó el año siguiente, pero de esa publicación solo se conservan dos ejemplares: uno en Paris y otro en Hannover.

Pascal sigue trabajando sobre las cónicas y redacta el prometido tratado completo que comunica a la Academia en 1654. Parte de la definición de las cónicas como las secciones de un cono completo por un plano que lo corta según distintas posiciones angulares respecto del eje. Contempla seis casos posibles: un punto, una línea recta, un par de rectas que se cortan, una elipse (*antóbola*, la llama), una parábola, y una hipérbola. Descubre una propiedad común a todas ellas. En realidad, se trata de la extensión a las cónicas de su teorema, citado anteriormente, y demostrado en el *Ensayo*. Lo enuncia así:

> …si un hexágono, o quebrada hexagonal cualquiera, está inscrito en una cónica, los tres pares de lados opuestos se cortan en tres puntos que están en línea recta.



La recta de Pascal

Se sigue denominando pues *teorema de Pascal*, aunque más general que en el *Ensayo*, y la recta resultante es, por tanto, la *recta de Pascal*. Deduce del teorema al menos 400 corolarios, entre ellos la determinación de la tangente a una cónica. Ha sido considerado de tal importancia el teorema que un autor, Attali, llevado quizá de un excesivo entusiasmo, escribió:

> De este teorema deriva toda la geometría proyectiva de los siglos XIX y XX sin la cual no hubiera existido ni arquitectura moderna ni dibujo industrial.

Lo cierto es que Pascal causó una gran impresión a los miembros de la Academia, por la profundidad de sus ideas geométricas y el rigor de sus demostraciones, aunque estas resultaban un tanto pesadas y engorrosas. Incluso Leibniz, a quien un sobrino de Pascal, Étienne Pèrier, había enviado el manuscrito habiendo ya fallecido su autor, lo comentó años más tarde en términos muy elogiosos y escribió a Étienne aconsejándole que lo publicase. Pero Étienne no lo hizo y el manuscrito se ha perdido. Menos mal que el manuscrito era conocido por Leibniz y a través de él tenemos ahora noticias de su existencia y contenido.

La Pascalina

En 1640 la familia Pascal se traslada a Rouen, ya que el año anterior Étienne Pascal recibió el perdón del cardenal Richelieu y lo destinó a Normandía como comisario delegado para recaudar impuestos con el fin de sufragar los gastos de la guerra de la que ya se ha hablado anteriormente. Allí, en Rouen, Blaise Pascal hace imprimir su *Ensayo sobre las cónicas*.

Mientras tanto, Étienne trabajaba intensamente en sus tareas administrativas, teniendo que realizar cálculos muy complicados debido a que no había en la región un sistema monetario unificado. Viendo Blaise la penosa tarea de su padre, se le ocurrió imaginar un aparato que hiciera operaciones mecánicamente y poder liberar así a su progenitora de tener que realizar las operaciones a mano.

Inspirado en el funcionamiento del reloj, comienza a diseñar un sistema de engranajes que desemboca en una máquina capaz de realizar sumas y restas, incluso, a partir de estas, multiplicaciones, divisiones, proporciones, y hasta raíces cuadradas. Parece que el primer modelo de máquina lo construyó él solo. Pero, un obrero de Rouen aprendió a hacerla, y bajo su dirección se realizaron otros modelos, siempre pocos, dado su costo. No todos los modelos realizaban las mismas operaciones. Además de algunos para el simple cálculo aritmético (Museo Nacional de Artes y Oficios, y Museo de Clermont-Ferrand), se conservan dos para aplicaciones contables (Museo de Clermont-Ferrand y Museo de Dresde) y otro para el cálculo de longitudes.

A la máquina de Pascal se la conoce familiarmente como *Pascalina*. Es, desde luego, un invento que asoma a Pascal al terreno de la ingeniería. No obstante, Pascal nunca más va a proseguir intentando otros inventos. Incluso, si de algún provecho matemático le sirvieron los trabajos de la *pacalina*, fue el de introducirse en el mundo de los números, por el cual no se había interesado y para el que se consideraba poco dotado. Así lo prueba la respuesta que le da a Fermat cuando este le envía por carta sus trabajos y descubrimientos sobre números:

> Buscad en otra parte los que os sigan en vuestros inventos numéricos, de los que me habeis hecho la gracia de enviarme los enunciados. Para mi, os confieso que eso me excede en mucho. No soy capaz nada más que de admirarlos.

Viendo Blaise la penosa tarea de su padre, se le ocurrió imaginar un aparato que hiciera operaciones mecánicamente y poder liberar así a su progenitor de tener que realizarlas a mano.

El problema del vacío

En 1647, se deteriora gravemente la frágil salud de Pascal, y se va a París con su hermana Jacqueline. Es entonces, en ese año, cuando recibe la visita de Descartes, durante los días 24 y 25 de septiembre. Ambos estaban acompañados de personas de confianza, como Roberval por parte de Pascal. A Descartes le interesaba sobre todo hablar del *problema del vacío*. Pues sabía que, retomando el experimento de Torricelli, el propio Pascal estaba realizando nuevos experimentos en busca de una explicación.

Lo que Torricelli había hecho es llenar un tubo de mercurio, taparlo con un dedo, volcarlo sobre un recipiente que a su vez contenía mercurio, y destapar el tubo. Observaba entonces Torricelli que el mercurio del tubo descendía hasta quedarse en una altura de solo 76 centímetros. ¿Por qué descendía el mercurio? ¿Por qué, si había alguna causa, en lugar de vaciarse todo el tubo, quedaba una columna de 76 centímetros? ¿Qué había entonces en la parte superior vacía? ¿Era aire o vacío? No se encontraba respuesta a estas cuestiones. Torricelli se lo comunicó a Mersenne, y éste al físico e ingeniero Pierre Petit, quien lo hizo llegar finalmente a Pascal.

Pascal, junto con su padre y con Petit, repite el experimento de Torricelli, con tubos de distinto tamaño, y obtiene siempre el mismo resultado. Hace varias repeticiones con distintos líquidos, y el resultado sigue siendo el mismo. Formula su hipótesis: el mercurio desciende y en la parte superior lo que se produce es el vacío. Rompe así con la vieja idea de que el vacío no puede existir. Pero, entonces ¿por qué desciende lo que desciende el mercurio? Por la presión del aire. Para probarlo, aprovechando que su cuñado Perier está en Clermont-Ferrand, cercano al Puy-de-Dôme, le encarga que repita el experimento al pie y en la cima del monte.

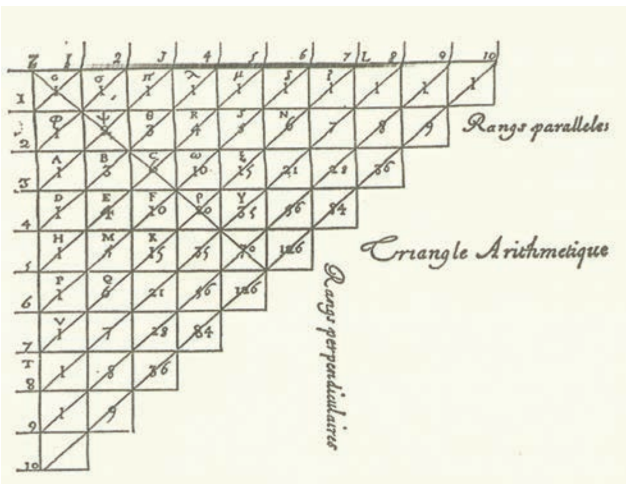
Realizan el experimento en 1648, y observan que la diferencia en la altura del mercurio entre el pie y la cima es de 8,4 centímetros. Definitivamente, escribe Pascal:

> La naturaleza no siente ninguna repugnancia por el vacío y todos los efectos que se le han atribuído proceden del peso y de la presión del aire.

De todo esto hablaron Pascal y Descartes, aunque los experimentos del Puy-de-Dôme no se habían hecho todavía. Descartes se despidió dándole algunos consejos para el cuidado de su salud.

El triángulo aritmético

A partir de 1648 Pascal decide incorporarse a la vida mundana. Su padre está muy enfermo, su hermana Jacqueline se encuentra ensimismada en sus reflexiones religiosas y la casa respira un ambiente de soledad que se le hace insoportable. Prefiere salir, encontrarse con sus amigos en la academia de Mersenne y acudir a los salones de sociedad. Allí juega, baila, y habla de caza. Entabla contactos, entre otros, con Madame de Sévigné y Madame de la Fayette, que admiran sus dotes oratorias. Reaparece en su vida el duque de Róanes, viejo amigo de la familia, que se encargaría, a la muerte de Pascal, de reunir y publicar bastantes de sus escritos. Este ambiente le permite conocer a Milton, apasionado jugador, y a un tal Antoine Gombaud, caballero de Méré, hombre muy versado en lenguas, afamado seductor, aficionado a los juegos de dados y cartas, y que acabaría desempeñando un importante papel en los trabajos de Pascal sobre la probabilidad.



Triángulo aritmético original de Pascal

En contraposición a una vida disoluta, durante este breve periodo de disipación, las desgracias se abaten sobre la familia Pascal. En 1651 muere su padre y dos meses después Jacqueline, a la que Blaise se sentía tan unido, decide ingresar en el convento jansenista de Port-Royal.

Sin embargo, Pascal sigue con sus investigaciones matemáticas. Ahora se interesa por los números, pero a través de su representación geométrica. Estudia los números poligonales (triangulares, cuadrangulares, pentagonales,…), y construye su triángulo aritmético. Aunque era conocido desde antiguo (chinos y árabes lo habían tratado, y, posteriormente, Tartaglia, Cardano, Stifel,…), nadie había ido tan lejos como Pascal en el descubrimiento de las propiedades del triángulo aritmético.

Pascal dispone los números en forma de triángulo rectángulo. A las líneas horizontales las llama *rangos paralelos*; a las verticales, *rangos perpendiculares*; y a las paralelas a la hipotenusa del triángulo, las denomina *bases*. Las intersecciones de los rangos paralelos y perpendiculares las llama *celdas* o *casillas*. Numera los rangos, tanto paralelos como perpendiculares, mediante lo que llama *les exposants* (coordenadas, diríamos hoy). De este modo, queda perfectamente determinada la posición de cada casilla.

En el interior de las casillas coloca los números. Comienza colocando el número 1 en todas las casillas de los primeros rangos paralelo y perpendicular. Al número 1 de la casilla de coordenadas (1, 1) lo llama *generador* del triángulo, ya que a partir de él salen todos los números. Dos casillas de una misma base son *recíprocas* si equidistan de sus respectivos extremos más próximos.

Pascal contabiliza hasta dieciocho propiedades. Por ejemplo:

Todo número de un rango paralelo cualquiera es igual a la suma de todos los números contenidos en el rango anterior, desde su comienzo hasta el que se halla situado sobre el número considerado.

Así, el 10 del cuarto rango es igual a la suma 1 + 3 + 6 del tercer rango.

Tiene particular interés la siguiente propiedad:

Si se toman dos casillas consecutivas de una misma base, la superior es a la inferior como el total de casillas que hay desde la superior hasta el extremo más alto de la base, incluida ella misma, es al número de casillas desde la inferior hasta el extremo más bajo de la base, incluida ella misma.

Así, si se toman las casillas 20, como superior, y 15, como inferior, de la base 7, el número de casillas del 20 hasta su extremo es 4; y el número de casillas del 15 hasta su extremo es 3. La propiedad dice entonces que 20: 15 = 4:3.

Mónaco homenajea a Pascal

El interés de esta propiedad reside en el hecho de que, en su demostración, Pascal utiliza por primera vez el razonamiento por recurrencia, o, lo que es lo mismo, *la inducción completa*.

El interés de esta propiedad reside en el hecho de que, en su demostración, Pascal utiliza por primera vez el razonamiento por recurrencia, o, lo que es lo mismo, *la inducción completa.*

Pascal hace muy diversas aplicaciones de este triángulo, para la combinatoria, los coeficientes del binomio, la suma de potencias numéricas, el producto de números consecutivos, y el cálculo de probabilidades.

El cálculo de probabilidades

En 1654, el Caballero de Méré le plantea a Pascal diversos problemas relativos al juego de dados. Pascal se los plantea a su vez a Fermat en varias cartas. En la primera de estas cartas aparece el problema que se refiere al justo reparto de una apuesta entre dos jugadores cuando se interrumpe el juego antes de la terminación convenida. Por desgracia, esta carta se perdió, si bien sabemos de su contenido a través de la contestación que le da Fermat:

…Pero Vd me propone en el último ejemplo de su carta (utilizo sus propios términos) que si intento encontrar el seis en ocho partidas y si ya he jugado tres veces sin encontrarlo, si mi jugador (el jugador contrario) me propone que no juegue mi cuarta y quiere desinteresarme de ello porque podría obtenerlo (el seis), me pertenece el 125/1296 de la suma total de nuestras apuestas.

A continuación, Fermat da su propia solución, que difiere de la de Pascal, y en la que aquél aprecia correctamente un error. Se inicia así una abundante correspondencia entre ambos genios que dará origen al cálculo de probabilidades. Pascal llegará a formular con todo rigor un *método universal* para resolver los problemas de los repartos mediante su triángulo aritmético, que incluirá en su *Traité du Triangle aritmétique*, publicado póstumamente en 1665.

La noción de probabilidad no figura todavía en la solución de los problemas de repartos, en los que más bien se tratan problemas de decisión bajo incertidumbre. Sorprendentemente, la noción de probabilidad figura por primera vez en las *Cartas provinciales*, de carácter moral y religioso, escritas entre 1656 y 1657 para combatir la moral de los jesuitas que habían atacado a los jansenistas.

La cuestión del infinito

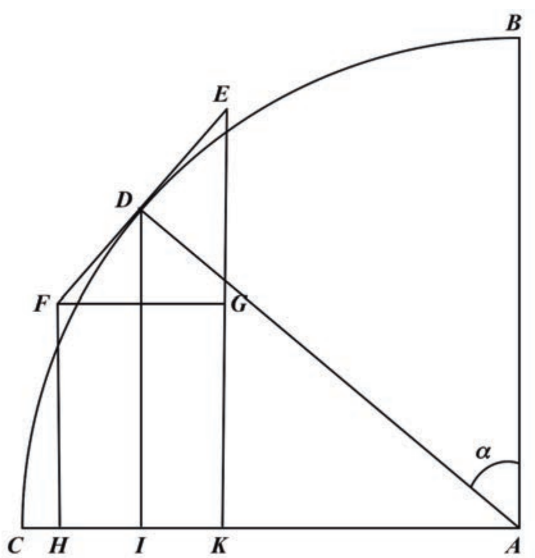
> ...la lectura del *Tratado de los senos del cuadrante de circunferencia* y, sobre todo, la utilización del *triángulo característico* fue lo que inspiró a Leibniz para descubrir el cálculo diferencial, según confesión propia.

La largas noches de insomnio del año 1658, debido a su persistente enfermedad, las dedicó Pascal a retomar los trabajos matemáticos, interrumpidos por sus escritos religiosos.

Trataba de calcular el área y el centro de gravedad de un arco de cicloide, así como el volumen del sólido engendrado por dicho arco al rotar en torno a su base y el área de su superficie. Se sirvió para ello del método de *exhaución* de Arquímedes, por un lado, y del método de los *indivisibles* de Cavalieri, por otro.

Arquímedes, para calcular el área encerrada por una curva procedía inscribiendo y circunscribiendo figuras poligonales, como triángulos, cuadrados, rectángulos, etc., de modo que por aproximaciones sucesivas se llegase al cálculo deseado. El método de *exhaución* gozaba de gran prestigio en la época. Lo aplica Pascal, por ejemplo, en la comparación de arcos de una parábola y una espiral.

Cavalieri partía de la idea de que toda figura geométrica está generada por otras figuras, que llama *indivisibles*, de una dimensión menos. Se trata de comparar figuras de dimensión heterogénea. Un segmento está pues constituido por infinitos puntos, carentes de magnitud, y una superficie cerrada está constituida por infinitos segmentos, mientras que un sólido está constituido por una infinidad de superficies cerradas planas. De este modo, realiza sus cálculos por comparación, pero de ningún modo utiliza las aproximaciones sucesivas del método de *exhaución*. El gran principio de su método se puede enunciar diciendo que dos superficies cerradas o dos cuerpos que tienen la misma altura, y tales que las rectas o planos paralelos entre si produzcan secciones equivalentes, ambas superficies o cuerpos son equivalentes.



El triángulo característico de Pascal

Pero, la idea de Cavalieri molestaba en cierto modo por la heterogeneidad de las figuras comparadas. Para salvar ese escollo, Roberval propone sustituir, los indivisibles por figuras de la misma dimensión que la original. Por ejemplo, considera un recinto formado por pequeños rectángulos paralelos, en lugar de segmentos, cuya suma se aproxima al área de la figura tanto más cuanto menores sean las bases de los rectángulos. Es decir, que se produce una suerte de mezcla de los dos métodos, podría decirse, de Cavalieri y de Arquímedes. Se prefigura aquí la descomposición de una figura tal y como hacemos hoy al introducir la integral.

Pascal utiliza finalmente la idea de Roberval, y calcula de ese modo áreas, volúmenes y centros de gravedad.

Resulta especialmente interesante la idea del *triángulo característico* que introduce en su *Tratado de los senos del cuadrante de circunferencia*.

Considera el cuadrante de una circunferencia de radio AB dividido en arcos iguales. En cada uno de los puntos de división traza la tangente a la circunferencia. Sobre la tangente en un punto, por ejemplo D,

Pascal convoca un concurso entre los matemáticos de su tiempo sobre los problemas en torno a la cicloide que él había logrado resolver. Lo hace en junio de 1658 de forma anónima.

construye lo que denomina *triángulo característico*, por ejemplo, en la figura, EGF. Sirviéndose de este triángulo, obtiene relaciones tan importantes como:

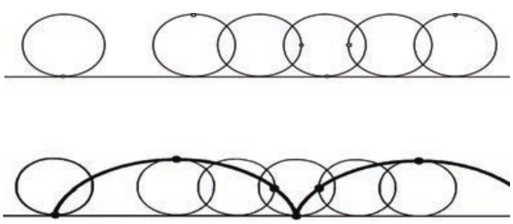
$$\sum_{0}^{\pi/2} sen\alpha \cdot \Delta\alpha = cos\,\alpha$$

$$\sum_{0}^{\pi/2} sen^2\alpha \cdot \Delta\alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot sen\alpha \cdot cos\,\alpha$$

Con los trabajos sobre el triángulo característico, anduvo Pascal muy cerca de toparse con el cálculo diferencial. Precisamente, la lectura del *Tratado de los senos del cuadrante de circunferencia* , y, sobre todo, la utilización del *triángulo característico*, fue lo que inspiró a Leibniz para descubrir el cálculo diferencial, según confesión del propio Leibniz.

El problema de la cicloide

Según cuenta Marguerite Périer, hija de Gilberte y sobrina por tanto de Pascal, un día de 1658 su tío tenía un fuerte dolor de dientes y muelas, y para aliviarse no se le ocurrió mejor cosa que ponerse a estudiar un problema sobre la *ruleta*, matemáticamente conocida como la *cicloide*. Esta curva, generada por un punto de una circunferencia cuando rueda sin deslizarse sobre una recta o base, y cuyo nombre



La cicloide

parece deberse a Galileo, era conocida por grandes matemáticos como Torricelli, Wallis, Roberval, Fermat y Descartes. El problema que ocupaba a Pascal había sido planteado por Mersenne, quien confundía la curva con una elipse.

Pascal describía la ruleta, con graciosa ingenuidad, como sigue:

> …esta curva no es otra cosa que el camino que dibuja en el aire el botón de una rueda cuando ésta gira en su movimiento ordinario.

Una vez terminados sus estudios sobre la cicloide, Pascal convoca un concurso, entre los matemáticos de su tiempo, sobre los problemas en torno a la cicloide que él había logrado resolver. Lo hace en junio de 1658 de forma anónima. En su primera circular propone los siguientes problemas: área de la superficie determinada por un lazo de la cicloide y su centro de gravedad; volumen de los sólidos engendrados por el giro de esa superficie alrededor de su base y de su eje o diámetro de la cicloide; centro de gravedad de cada uno de esos volúmenes; centro de gravedad de los semivolúmenes obtenidos cortando los anteriores por planos que pasan por el eje.

Daba un plazo de tres meses, un premio de 40 pistolas, moneda de la época, y un segundo premio de 20 pistolas. El tribunal estaría presidido por Carcavi, asistido por Roberval y por el notario de París, Gallois. Entre los concursantes figuraba el inglés Wallis, inventor del símbolo del infinito.

El día 1 de octubre, de terminación del plazo, Pascal, bajo el pseudónimo de Amos Dettonville, entrega las soluciones al tribunal. El 24 de noviembre, el tribunal , a la vista de que nadie había entregado las soluciones correctas, hace llegar el dinero del premio al anónimo, esto es, a Pascal.

Pascal da a conocer las soluciones correctas en una serie de cartas, *Lettres de A. Dettonville*. En estas cartas, además del *Tratado general de la ruleta: Problemas relativos a la ruleta propuestos públicamente y resueltos por A. Dettonville*, añade muchas otras cuestiones de geometría, como *Tratado del seno del cuarto cuadrante*, *Pequeño tratado de los sólidos circulares,* y *Tratado de los arcos de la circunferencia*. Hay también algunas otras cartas interesantes, como la que dirige a Huygens en la que estudia la *Dimensión de las líneas curvas de todas las ruletas*.

Consideraciones finales

Pascal no se consideraba un matemático, tenía un espíritu abierto a toda clase de conocimiento y un pensamiento divergente. Gustaba de explorar terrenos desconocidos. Sin embargo, se mostraba muy cauteloso a la hora de dar por buenos unos resultados o de formular nuevas teorías.

Había un terreno que se le resistía, y era el de los números, huía de investigar sobre números. Así se lo había manifestado a Fermat. Quizá esa fuese la causa por la cual no quiso adentrarse en el dominio de la geometría algebraica o analítica, al contrario que Descartes y prácticamente todos los matemáticos de su época. Trabajaba siempre sobre el terreno firme de la geometría sintética. Su punto de partida eran las imágenes. En esto discrepaba radicalmente de Descartes, que trataba de sustituir las figuras por ecuaciones, no llegó nunca a entenderse con él, incluso le atacó duramente en ocasiones.

Para D' Alambert, los trabajos de Pascal constituyen el puente entre la geometría de Arquímedes y el cálculo infinitesimal e integral de Newton y Leibniz.

Descartes perseguía un método aplicable a todos los saberes; Pascal, en cambio, sostenía que a cada saber hay que aplicarle su propio método. Procedía inductivamente, acometía los problemas de forma concreta, no abstracta. Se interesaba por captar y conjugar los extremos contrapuestos, como el orden y el azar, lo finito y lo infinito.

Sobre la grandeza de Pascal, dice Boyer:

> Si Pascal no se hubiera muerto, como Torricelli, poco después de cumplir 39 años, o bien si su mentalidad hubiera sido más exclusivamente matemática, o si se hubiera visto más atraído por los métodos algoritmicos que por la geometría pura y las especulaciones sobre la filosofía de la matemática, apenas cabe duda de que se hubiera anticipado a Newton y a Leibniz en sus más grandes descubrimientos. Pascal es, sin duda, el más grande «podría-haber-sido» de toda la historia de la matemática.

Pascal, más que un matemático, que sí lo era y con muchas aportaciones originales a la matemática, era un genio.

Referencias bibliográficas

Boyer, C. B. (1986): *Historia de la matemática*, Alianza Universidad Textos, Madrid.

Collette, J.-P. (1985): *Historia de las matemáticas*, Siglo XXI de España Editores, Madrid.

García Merayo, F. (2007): *Pascal. Un genio precoz*, Nivola, Madrid.

Villar Ezcurra, A. (2012): *Introducción a Pascal. Obras completas*, Gredos, Madrid.

Santiago Gutiérrez Vázquez
Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas Emma Castelnuovo
<hace@revistasuma.es>