El ajedrez, un recurso en el aula de Matemáticas

Santiago Fernández Fernández

Introducción.

En el presente artículo expongo el resumen de una experiencia llevada a cabo en el I.F.P. de Erandio (Vizcaya), con alumnos de 1º y 2º curso de FP I y 1º Curso de FP II.

El propósito inicial del proyecto era enseñar a jugar al ajedrez a un conjunto de alumnos que de forma voluntaria se habían apuntado, a medida que las clases fueron tomando cuerpo el objetivo inicial fue derivando hacia una utilización del tablero de ajedrez y los movimientos de sus fichas con el propósito de presentar y resolver situaciones de índole matemática, en principio (durante el primer año) fui tomando de aquí y de allí: problemas, historias, ideas... relacionadas con el mundo del ajedrez, pero sin ningún orden lógico y sin haber hecho explícito los objetivos didácticos que deseaba cubrir, así en las clases de Problemas presentaba de vez en cuando una situación "ajedrecística" acorde con la parte de las matemáticas que estaba trabajando.

El segundo año (88-89), articulé mejor los contenidos y situaciones a presentar, definiendo del mismo modo: objetivos didácticos, conceptos que se introducen, Problemas presentados, nivel de dificultad, campos de la Matemática en los que incide el concepto,...

Los objetivos perseguidos por la experiencia los clasificamos bajo dos aspectos: Contenidos y Objetivos escolares

Contenidos: Se presentan situaciones dentro de los Campos de la Matemática: Geometía, Teoría de Números y Probabilidad.

Objetivos Escolares: Potenciar la Creatividad, Investigar, Eliminar el miedo hacia los Problemas, mayor motivación.

A lo largo del artículo únicamente presentaré aquellas situaciones enmarcadas en un ámbito estrictamente matemático no exponiendo otras que considero también interesantes: Temas históricos, actividades manipulativas,... son algunas de ellas.

¿Por qué emplear el ajedrez como recurso matemático? Al ser el ajedrez un juego, el posicionamiento ante él es distinto: mayor motivación, más participación, menor tensión por aprender,... En este sentido la experiencia podría situarse en una concepción contructivista y de interacción del proceso *Enseñanza/Aprendizaje.*

Por último cabe citar que la experiencia se centra en el Campo de la "Resolución de Problemas" si bien toca aspectos como la introducción y reforzamiento de conceptos.

Conocimientos previos y materiales a emplear en el aula.

Para iniciar, es necesario conocer en una primera instancia:

a) El tablero de ajedrez consta de 64 casillas, 32 de las cuales son blancas y 32 negras, dispuestas de modo alternativo.

b) Las piezas son 32;16 por cada bando, no moviéndose todas de la misma manera.

Los materiales necesarios: Papel cuadriculado, algunas fichas de ajedrez, una tijeras, una regla y unos lápices.

Presentación de la experiencia

Una vez conocido el tablero de ajedrez y sus características más relevantes: Es un cuadrado, 8 x 8 casillas, casillas blancas y negras,...

El profesor plantea un conjunto de situaciones que a lo largo de estas páginas iré exponiendo.

a) Concimiento del Tablero

Profesor: ¿Cuántas casillas tiene un tablero de ajedrez?

Alumno: 64

P. ¿Seguro que son 64?

A. Sí seguro.

P. Mira, vamos a cortar el tablero en 4 partes tal como muestra la figura 1. y luego vamos a unirlos de otra manera (fig. 2). Cuenta ahora las casillas de la nueva figura.

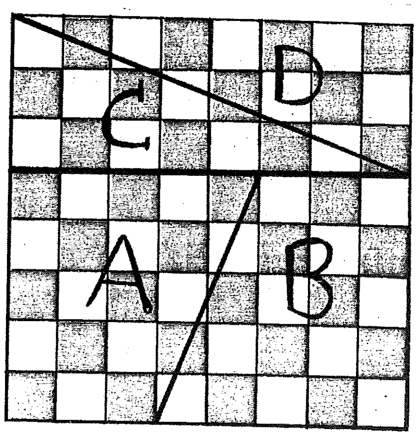

Figura 1

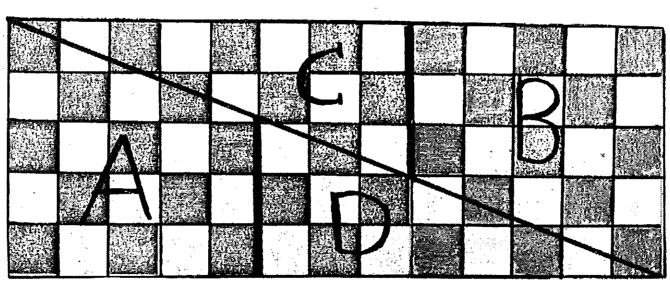

Figura 2

El alumno sorprendido se dá cuenta que en la figura 2 hay 65 casillas.

P. ¿No decías que había 64 casillas?

P. ¿Te parece correcto el proceso en su extensión?, ¿No crees que tiene que existir un fallo en algún lugar?. Encuentra el error o errores.

El objetivo perseguido con este apartado es: Despertar la atención del alumno.

Esta situación se puede presentar a alumnmos com muy pocos conocimientos matemáticos (desde los 12 años), las respuestas dadas obviamente serán distintas: Manipulativas, algebraicas, trigonométricas, etc.

b) Número de cuadrados en un tablero de Ajedrez

P. ¿Cuántos cuadrados hay en un tablero de ajedrez?

A. 64 cuadraditos.

P. Si observas bien al menos hay 65, (los 64 que tú está diciendo más el cuadrado correspondiente al todo el tablero).

P. Si a los cuadraditos más pequeños los llamamos de orden 1 (por tener el lado igual a la longitud de una casilla) y al más grande de orden 8, ¿podrías contarlos ahora?

A. Claro, entonces hay muchos: de orden 1, de orden 2, de orden 3,... y de orden 8.

Así los alumnos empiezan a dibujar figuras como:

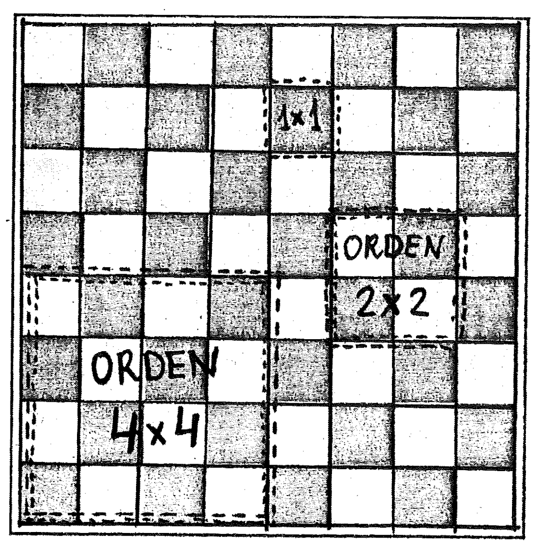

Figura 3

· Y comienza a rellenar la tabla

ORDEN	1x1	2x2	3x3	4x4	5x5	6x6	7x7	8x8
Número Cuadrados	64	49	36	25	16	9	4	1

El número total de Cuadrados es:
64 + 36 + 25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 204

Profesor: Muy bien, observa que los has obtenido como suma de Nº Cuadrados, en orden decreciente hasta llegar al 1. Si el tablero es de 10 x10 ¿cuántos cuadrados hay en total?. Si es de dimensiones N x N, podrías encontrar alguna fórmula?

Esta es una situación planteada en el más puro estilo de G. Polya, el objetivo es acercarse a la "Resolución de Problemas" al ser un problema sencillo requiere pocos conocimientos matemáticos, las estrategias utilizadas son asequibles, igual que el apartado anterior, para alumnos muy jóvenes, si bien la generalización que se pide al final es propia plantearla a alumnos que han cursado al menos dos cursos de Enseñanzas Medias.

c) Las Casillas y su Localización

Este resulta ser un problema interesante por admitir una multilicidad de soluciones.

Profesor: ¿Cómo podrías identificar las casillas del tablero de ajedrez mediante algún código?

Las respuestas son varias, sin embargo las que aparecen con mayor frecuencia son las que aparecen en las figuras 4 y 5.

Siendo válidas las dos, solemos centrarnos en la primera de ellas para trabajar exclusivamente con números (si bien la segunda es la más utilizada dentro del campo ejedrecístico).

Es una actividad propia para reforzar el concepto de coordenadas, o bien para introducirlo.

d) Diagonales, Horizontales y Verticales en el tablero

Las preguntas que aparecen en este apartado pueden discurrir bajo dos estadios, uno concreto y el otro más general.

Profesor: Dada la casilla (3,2) sabrías ¿cuán-

(8,1)	(8,2)	(8,3)	(8,4)	(8,5)	(8,6)	(8,7)	(8,8)
(7,1)	(7,2)	(7,3)	(7,4)	(7,5)	(7,6)	(7,7)	(7,8)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)	(6,7)	(6,8)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)	(5,7)	(5,8)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)	(4,7)	(4,8)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)	(3,7)	(3,8)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)	(2,7)	(2,8)
(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)	(1,7)	(1,8)

Figura 4

a8	b8	c8	d8	e8	f8	g8	h8
a7	b7	c7	d7	e7	f7	g7	h7
a6	b6	c6	d6	e6	f6	g6	h6
a5	b5	c5	d5	e5	f5	g5	h5
a4	b4	c4	d4	e4	f4	g4	h4
a3	b3	c3	d3	e3	f3	g3	h3
a2	b2	c2	d2	e2	f2	g2	h2
a1	b1	c1	d1	e1	f1	g1	h1

Figura 5

tas diagonales pasan por ésta casilla y cuáles son?

La pregunta en términos más generales tomaría la forma:

P. Dada la casilla (x,y) ¿cuántas diagonales pasan por ésta casilla y cuáles son?

Ante la primera cuestión, es muy frecuente obtener respuestas correctas, así tenemos:

Alumno: Las diagonales que pasan por la casilla (3,2) son dos:

Diagonal 1= (2,1); (3,2); (4,3); (5,4), (6,5,); (7,6); (8,7)

Diagonal 2= (4,1); (3,2); (2,3); (1,4)

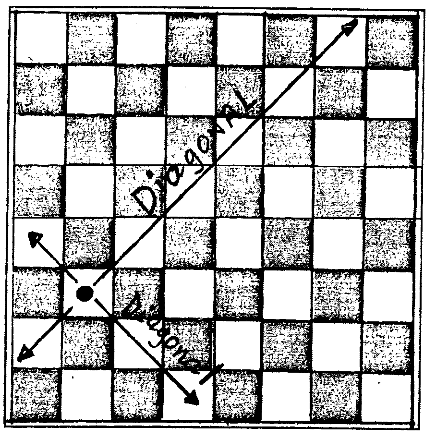

Figura 6

Es conveniente hacer notar el alumno que:

—No todas las diagonales tienen el mismo número de casillas.

—Las casillas que componen la diagonal tienen una cierta relación con el valor de la casilla dada.

—Hay determinadas casillas por las que pasa una sóla diagonal. ¿Cuáles son esas casillas?

—Hay varias casillas que se comportan "casi igual": mismo número de diagonales, mismo número de casillas por diagonal, etc.

Mediante estas pequeñas "ayudas", el alumno se sentirá más dispuesto para abordar con éxito la pregunta más general: ¿cuántas diagonales pasan por la casilla (x,y) y cuáles son?

Quizás es el momento de dar una pequeña definición para organizar mejor la búsqueda.

Definición: Llamamos longitud de una diagonal al número de casillas que la componen.

De acuerdo a esta definición el problema planteado puede tener un cuerpo más sólido si damos respuesta a las siguientes preguntas:

Dada la casilla (x,y)

1) ¿Cuántas diagonales pasan por esta casilla?
2) ¿Cuáles son estas diagonales?
3) ¿Cuál es la longitud de las diagonales?
4) ¿Para qué valor de (x,y) la longitud es máxima?
5) ¿Cuánto han de valer x e y para que las diagonales que pasan por la casilla (x,y) tengan longitudes cuya suma se máxima? ¿Y cuál es el máximo? (Por ejemplo, por la casilla (3,2), pasan dos diagonales una de longitud 7 y otra de longitud 4, por tanto la suma será igual a 11).
6) Realiza un estudio similar al aparato anterior pero analizando el mínimo.
7) Si el tablero de ajedrez es de 10 x10, contesta a las preguntas formuladas en los apartados 4) y 5). ¿Y si fuese de N x N?

Este problema puede ser abordado en parte dándose cuenta de la simetría existente en el tablero de ajedrez, así en lugar de trabajar con todo el tablero lo hacemos con otro más pequeño, de 4 x 4, justamente la cuarta parte del tablero original, ver figura 7

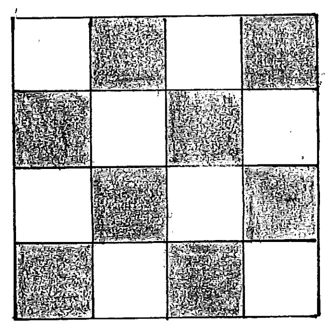

Figura 7

Estudiando este pequeño tablero podemos pasar a estudiar el tablero original (8 x8), pero es necesario conocer qué casillas se comportan de igual modo (tienen el mismo número de diagonales y de la misma longitud), a pesar del color, estas casillas diríamos que están relacionadas entre sí. Por ejemplo las casillas (1,1); (1,8); (8,1) y (8,8) tienen sólo una diagonal y de la misma longitud, por tanto estas cuatro casillas estarían relacionadas según nuestra definición.

En el dibujo adjunto se muestran las casillas relacionadas entre sí.

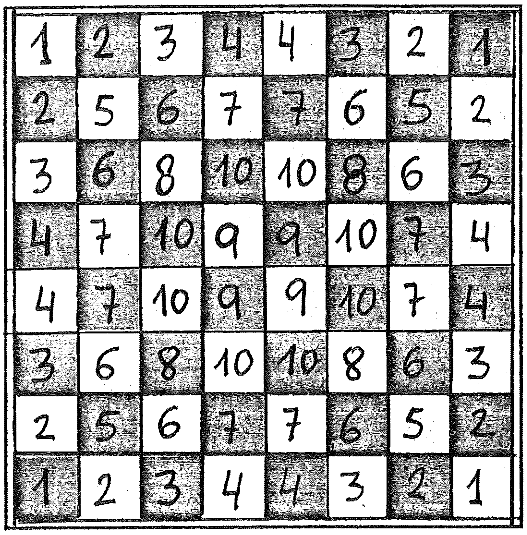

Figura 8

Ponemos el mismo número a las casillas relacionadas, puede observarse la simetría existente.

Este apartado resultó muy interesante, ya que proporciona gran cantidad de situaciones problemáticas a distintos niveles, igual que el apartado b) podría situarse inmerso en la línea del modelo de Polya o bien para reforzar el concepto de coordenadas en el plano, la búsqueda de ralaciones, fórmulas, etc. que propician la aparición de modelos inductivos. Es una situación que puede ser presentada a alumnos que están cursando los últimos años de E.G.B., si bien los aspectos más abstractos son propios de alumnos que estan situados entre los 15-16 años.

e) Ajedrez y Dominó

El objetivo de esta actividad es resolver un problema en el que aparecen mezcladas varias variables: color de las casillas, número de casillas, disposición de las mismas, etc.

Profesor: De un tablero de ajerez se han quitado dos casillas, justamente las que están en esquinas opuestas. ¿Podrías recubrir el nuevo tablero con fichas de dominó?.
Se supone que cada ficha de dominó ocupa dos casillas consecutivas.

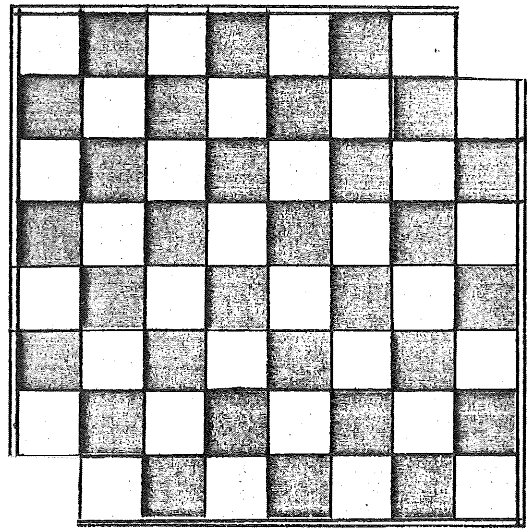

Figura 9

Si las dos casillas que se han suprimido son la (x_1, y_1) (x_2, y_2) ¿cuando no se podrá recubrir con fichas de dominó?

Nuevamente es una actividad planteada en la linea de la "Resolución de Problemas", el profesor puede dar las siguientes sugerencias: ¿Cuantas fichas de dominó hacen falta para tapar todo el tablero, una vez suprimidas dos casillas? ¿Cuál es el color de las dos casillas ocupadas por una ficha?...

Este problema cabe ser presentado a alumnos a partir de 12 años, si bien el planteamiento más general es más propio hacerlo a alumnos de 14/15 años.

f) Ajedrez y Probabilidad

Se presentan problemas relativos a la probabilidad, las situaciones presentadas están pensadas para realizar simulaciones previas.

Los problemas son de corte clásico y muy conocidos, por lo que no hace falta excesivos comentarios (naturalmente a los alumnos conviene explicarselos muy bien)

Profesor: Tiro un dardo sobre el tablero de ajedrez ¿Qué probabilidad tenemos de alcanzar una casilla negra? ¿Y una blanca?

Problemas de este tipo son:

P1. El mismo dardo se tira ahora dos veces sobre el tablero. ¿Qué probabilidad hay de introducirlo en dos casillas del mismo color? ¿Y de introducirlos en una misma diagonal? ¿Y en una misma horizontal?

P2. Tiro una moneda sobre un tablero de ajedrez, ¿qué probabilidad hay de que caiga sobre cuadros de distinto color a la vez? Se toma como diámetro de la moneda la cuarta parte de la longitud de una de las 64 casillas,

P3. Como es sabido, para jugar al ajedrez además del tablero es necesario contar con 16 fichas por bando, blancas y negras. Introducidas las 32 fichas en una bolsa metemos la mano y sacamos dos fichas. ¿Qué probabilidad hay de encontrarse con las dos de distinto color? ¿Y las dos del mismo color?

Es conveniente que los alumnos conjeturen resultados de acuerdo a sus experimentaciones, el profesor puede ayudarles desde distintas ópticas: simulaciones aleatorias, muestreos realizados en clase, etc.

Es una actividad propia de alumnos entre 15/16 años.

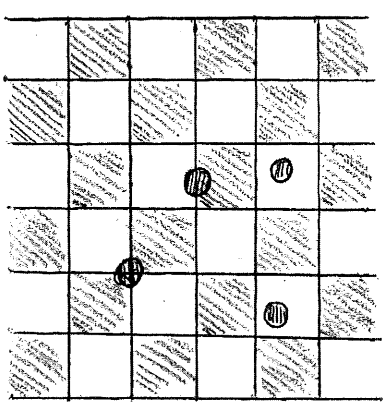

Figura 10

g) Movimientos de las piezas de ajedrez

El objetivo de esta sección no es enseñar a jugar al ajedrez, sino más bien emplear los movimientos de las piezas (algunas de ellas) para consolidar los sistemas de ejes coordenados, su represëntividad y su representación, podría considerarse como una actividad de Pre-álgebra.

Para llevar a buen puerto la actividad es necesario conocer:

LA TORRE: se mueve en horizontal o vertical.
EL ALFIL: se mueve siguiendo las diagonales.
EL CABALLO: se mueve "en forma de L".

En las figuras anexas se muestran los movimientos, las casillas marcadas con una cruz son los posibles desplazamientos de la pieza indicada.

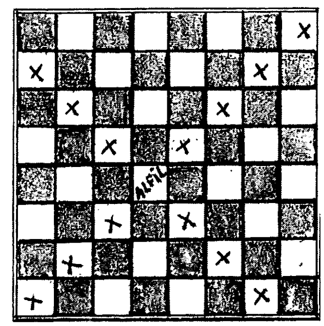

Figura 11

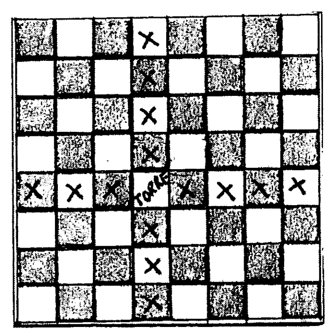

Figura 12

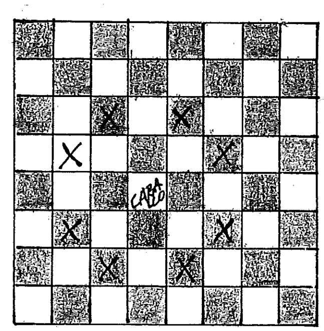

Figura 13

Una vez conocidas las piezas y sus movimientos, suele presentar problemas del tipo:

P1. Con el tablero ocupado únicamente por una Torre en la casilla (x, y). ¿A qué casillas se puede desplazar?

Las soluciones esperadas son del tipo:

				(x+3,y)			
				(x+2,y)			
				(x+1,y)			
(x,y-4)	(x,y-3)	(x,y-2)	(x,y-1)	TORRE (x,y)	(x,y+1)	(x,y+2)	(x,y+3)
				(x-1,y)			
				(x-2,y)			
				(x-3,y)			
				(x-4,y)			

Figura 14

P2. Si el tablero de ajedrez está ocupado únicamente por un caballo situado en la casilla (x, y). ¿Qué casillas puede ocupar? Ver figura 15

P.3. ¿Con cuántos alfiles podemos cubrir todo el tablero de ajedrez?

	(x+2,y-1)		(x+2,y+1)	
(x+1,y-2)				(x+1,y+2)
		CABALLO (x,y)		
(x-1,y-2)				(x-1,y+2)
	(x-2,y-1)		(x-2,y+1)	

Figura 15

Estudia el mínimo número de ellos.

P.4. ¿Cual es el mínimo número de caballos necesarios para cubrir todo el tablero de ajedrez?

P.5. Con dos alfiles y dos caballos ¿Cuál es el máximo número de casillas que se pueden ocupar?

¿Y con una Torre y dos alfiles?

Todas las actividades presentadas se pueden trabajar a partir de los 13/14 años.

Para acabar suelo considerar un tablero con un número ilimitado de casillas.

Así pido a los alumnos que rellenen la tabla adjunta:

CASILLA	COLOR DE LA CASILLA		Si tenemos la pieza que se indica en en la casilla señalada. ¿En cuántos movimientos se puede desplazar a las otras casillas? Estudiar el mínimo		
(x, y)	BLANCA		CABALLO		
(x-1, y)					
(x, y-1)				ALFIL	
(x-2, y+1)					
(x, y-3)					TORRE
(x, y-2)		NEGRA			
(x-5, y+10)					

Valoración de la Experiencia:

La experiencia puede considerarse como muy positiva, como decía al principio podría enmarcarse en una concepción Constructivista y dentro del campo de la "Resolución de Problemas", las actividades resultaron francamente motivadoras, los alumnos se propusiero situaciones entre ellos abriendo aún más el campo de experimentación.

Referencias bibliográficas

—MÁXIMO BRORREL. 1976. **Ajedrez Brillante.** Ed. Bruguera.
—BONDORFF-FABEL-RIIHIMAA. 1974. **Ajedrez y Matemáticas.** Ed. Martínez Roca.
—DEGROOT, A D. **Trought and choice in chess.** Mouton. New York. 1978.