

# Desarrollo de la competencia matemática a través de una metodología basada en grupos de nivel

IGNACIO GONZÁLEZ LÓPEZ  
ANTONIA RAMÍREZ GARCÍA

Durante el curso 2008/2009 se ha llevado a cabo en cinco centros educativos de Córdoba un proyecto de investigación financiado por la Junta de Andalucía denominado «Desarrollo de la competencia matemática a través de una metodología basada en grupos de nivel», cuyo objetivo ha sido aumentar el nivel de competencia curricular del alumnado de cuarto de Educación Primaria en el área de Matemáticas. Se han diseñado e implementado distintos instrumentos: pretest-postets, unidades didácticas y pruebas de evaluación, para comprobar los resultados obtenidos por el alumnado participante tras aplicar una metodología basada en grupos de nivel curricular y que responda a la diversidad presente en las aulas.

*Palabras clave:* Competencia matemática, unidades didácticas, grupos de nivel curricular, evaluación.

## **Developing Mathematical Competency Through a Methodology Based on Level Groups**

During the academic year 2008/2009 has been carried out in five schools in Cordova a research project funded by the Junta de Andalucía called «Development of mathematical skill through a methodology based on group level», whose aim was increase the level of skill curriculum of students in primary education room in the area of Mathematics. They are designed and implemented various instruments: pretest-postets, lesson plans and assessment tests to check the performance of students participating after applying a methodology based on curricular groups and respond to the diversity present in the classroom.

*Key words:* Mathematical skill, curricular groups, teaching units, evaluation.

## **M**odelos de innovación docente. Aplicaciones en el aula

La revisión de las metodologías de enseñanza constituye una exigencia de las demandas de nuestro tiempo en la búsqueda de estrategias docentes alternativas que se fundamenten y apoyen en la creatividad, la calidad, la competencia y colaboración como principio del nuevo siglo (De la Torre, 2000: 7).

Formar hoy, dicen Tejada Fernández y De la Torre (2008), no es tanto instruir en contenidos culturales, cuanto preparar para el cambio los conocimientos (saber), destrezas, habilidades o procedimientos (saber hacer), sentimientos, actitudes (saber ser, sabe estar). Todo este referente competencial configura el conjunto de saberes integrados y combinados esencial para todo docente, para su desarrollo se propone el modelo IFI (Innovar-Formar-Investigar), que integra las estrategias necesarias para su logro y en el que quedan vinculados el conocimiento, la experiencia, la acción y el contexto como claves de las competencias profesionales. El resultante será para Tejada Fernández y De la Torre (2008: 77) «un profesional de la enseñanza innovador y creativo, que puede funcionar en cualquier contexto por su fle-

xibilidad, polivalencia y transferibilidad como consecuencia lógica de la importancia de los procesos más que los contenidos». Para conseguirlo es necesario conectar adecuadamente la innovación, la formación y la investigación como procesos de cualificación docente, de manera que tanto «innovar, formar e investigar no son tres conceptos independientes, sino tres momentos de un mismo proceso hacia el cambio y la calidad sostenida» (De la Torre, 1997: 4).

Este modelo IFI se encuentra en la base de la investigación que hemos realizado y la programación didáctica y las unidades didácticas diseñadas se configuran como los instrumentos utilizados para ponerlo en marcha (figura 1).

De todos estos pilares en los que se ha asentado la investigación, analizaremos detenidamente su base pedagógica; así, debido a la importancia que le otorgamos al contexto en el que se desarrolla el proceso de enseñanza y aprendizaje del alumnado, nos situamos en el marco de acción del paradigma ecológico. De este modo, la función del docente gira en torno a sus dos modos de actuación, bien de forma espontánea, como habitante del nicho ecológico, bien intencionalmente, interviniendo en la creación de un clima de aprendizaje. Dentro de los distintos paradigmas existentes se insertan diferentes teorías del aprendizaje que dan lugar a otras tantas teorías de la instrucción; de todas ellas hemos

extraído algunos aspectos que nos han resultado útiles para diseñar la investigación.

El modelo neoconductista parte de una «mediación tecnológica» por parte del docente, que consiste en el refuerzo, las demostraciones e instrucciones que llevan al alumno a través de conductas secuenciadas hasta la conducta final. Lo esencial del proceso instructivo es la elaboración de un programa que pueda ser aprendido con éxito por todos los alumnos. Su carácter tecnológico se aprecia en la minuciosidad con que se analizan y construyen los contenidos del programa hasta conseguir una estructuración jerárquica (ordenadas por niveles de dificultad) de las habilidades de aprendizaje. La nivelación de los problemas, actividades y ejercicios propuestos en la experiencia constituyen un ejemplo de lo expuesto anteriormente.

Los modelos cognitivos individualizados centran su atención en el sujeto, en sus estructuras y estrategias cognitivas y se caracterizan por considerar que el aprendizaje es un proceso activo; darle importancia al conocimiento anterior al aprendizaje; proponer actividades amplias, contextualizadas, apoyadas en las concepciones previas de los alumnos, reflexivas, constructivas y significativas; presentar los contenidos como problemas que hay que resolver. El modelo constructivista de aprendizaje (Piaget), el modelo de aprendizaje significativo (Ausubel) y el modelo de aprendizaje por descubrimiento (Bruner) constituyen sus ejemplos más representativos. En el caso que nos ocupa hemos tomado la expresión de Bruner de «andamiar el aprendizaje», es decir, de prestar apoyos al alumno mientras construye su conocimiento, al tiempo que hay que ir retirando progresivamente este apoyo para dejarlo actuar por sí mismo. De este

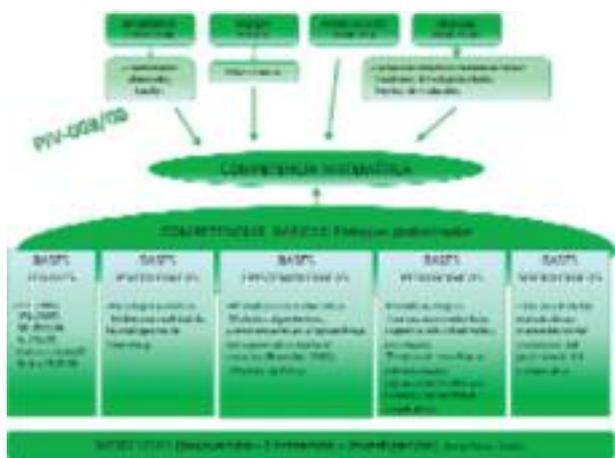


Figura 1. Fundamentación del PIV-003/08  
(Fuente: Elaboración propia)

modo, las tareas, actividades y ejercicios que hemos diseñado responden a las características de estos modelos, en especial, a la apuntada por Bruner, pues los apoyos que se les presenta al alumnado se van retirando o transformando conforme se eleva su nivel curricular.

Los modelos cognitivos socializados pretenden no sólo describir el mundo, sino cambiarlo, las actividades son constructivas y de aprendizajes compartidos, muy abiertos al entorno, al tiempo que pretenden la mejora del contexto. Un concepto básico que podemos destacar es el de «zona de desarrollo próximo», acuñado por Vigotsky y definido como la distancia entre el nivel de desarrollo real del niño, y el nivel más elevado de desarrollo potencial, determinado por la resolución de problemas bajo la guía del adulto o la colaboración con sus iguales más capacitados. Esta idea ha quedado plasmada en el diseño de las tareas propuestas para el alumnado, especialmente en la Unidad Didáctica 2.

Estas teorías a su vez se concretan en unos métodos determinados y propios; sin embargo, diferentes autores han justificado la necesidad de una diversidad metodológica (Jones, 1979; Pérez Gómez, 1988), tal y como cita Díaz Alcaraz (2002: 186). Como consecuencia de las razones apuntadas por estos autores, pero, sobre todo, por la necesidad de atender a un alumnado cada vez más diverso, hemos considerado la inclusión de los diferentes métodos en nuestra investigación así como la necesidad de tener presente diferentes principios metodológicos que guíen nuestro trabajo: individualización, constructivismo, autonomía, descubrimiento, significación y cooperación.

En cuanto a las técnicas de enseñanzas individualizadas podemos señalar las siguientes: el sistema de fichas, el proyecto

IPI (Enseñanza Prescrita Individualmente), el plan Dalton y el Sistema Winnetka y el desarrollo de una clase donde se utilizan técnicas individualizadas (Díaz Alcaraz, 2002: 213-217). En esta última categoría se establece la agrupación flexible por niveles, la cual hemos tenido como referencia para llevar a cabo la investigación; consiste en situar a cada alumno y alumna en el grupo que le corresponde estar por sus conocimientos en Matemáticas, aunque este grupo no tiene por qué ser el mismo para otras áreas. En cada grupo se establecen tres niveles, mínimo, medio y superior (Díaz Alcaraz, 2002: 218), nosotros los hemos denominado, básico, medio y avanzado. Los alumnos y alumnas pueden cambiar de nivel, si su adelanto lo permite, y ese es nuestro objetivo, que todos los alumnos y alumnas consigan superar su nivel de partida, bien ingresando en el siguiente nivel, bien incrementando sus niveles iniciales cuando no sea posible dicha transición. El cambio siempre es posible porque las unidades didácticas son las mismas, lo único que se modifica son la amplitud y profundidad del contenido, así como los apoyos recibidos en el proceso.

El agrupamiento homogéneo o por capacidad fue, según apunta Harap (Passow, 1970: 182), en el año 1936 «el método más usual en las escuelas americanas para adaptar los aprendizajes a las diferencias individuales». En Europa, países como Suecia, Alemania e Inglaterra entre 1920-1995 llevaron a sus centros educativos experiencias en esta estrategia didáctico-organizativa buscando la mejora del rendimiento escolar (Golbert, Passow y Justman, 1966; Slavin, 1988; Dawson, 1987; Gamoran, 1986; Lee y Lucking, 1990). Por su parte, Oliver Vera (2008: 163) recoge el interés que ha tenido y mantiene en nuestro país, valorando su capacidad didáctica, por un lado y su potencial como estrategia destinada a atender a la diversidad, por otro (De la Orden, 1975; Rué, 1991; Borrrell, 1993; Santos Guerra, 1993; Albericio, 1996; y Oliver, 1990, 1995, 2000 y 2003).

La preocupación por atender a la diversidad del alumnado, al tiempo que por incrementar el rendimiento académico del mismo, ha propiciado la

consideración en la normativa estatal y autonómica (Orden de 25 de julio de 2008) actual la posibilidad de generar agrupamientos flexibles en los centros escolares.

Sin embargo, no sólo hemos considerado esta técnica o estrategia de enseñanza de carácter individual, también hemos incluido las técnicas de enseñanza socializada, de tal forma que se potencie el aprendizaje cooperativo y así evitar el incremento de las diferencias individuales o los inconvenientes que las diferentes críticas han lanzado sobre este tipo de técnica. Entre las técnicas socializadoras podemos citar: el trabajo en pequeño grupo.

Asimismo, en un nivel epistemológico, consideramos que de forma paulatina se ha ido tomando conciencia del desfase existente entre las matemáticas que se enseñaban en la escuela y las que, según los expertos, resultan necesarias para recuperar el retraso que la sociedad occidental ha ido acumulando en los últimos años fruto de diversas cuestiones económicas, tecnológicas, políticas, etc. Goñi Zabala (2008: 39) apunta como solución al uso social de las matemáticas una perspectiva que combina tres miradas: las matemáticas del ciudadano, las matemáticas del profesional y las matemáticas de los matemáticos. Tres usos sociales, tres grupos humanos y tres niveles diferentes en los que las Matemáticas encontrarían su razón de ser. Una diversidad que también se constata en el aula en distintos niveles de uso del alumnado.

La diferencia entre un currículo que se basa en la transmisión del conocimiento y otro que intenta el desarrollo de las competencias matemáticas está en la perspectiva del uso social de ese conocimiento y en que éste es global (Goñi Zabala, 2008: 81). De este modo, apostamos por un enfoque basado en competencias básicas, que contemple no sólo, en el caso que estamos analizando, la competencia matemática de forma aislada, sino además la integración con una serie de competencias transversales ya consideradas por el Informe Pisa para la evaluación de la alfabetización matemática en los sistemas educativos de la OCDE (2003). Éstas son:

- a) Pensar y razonar.
- b) Comunicación oral y escrita.
- c) Modelización.
- d) Sistemas de representación y técnicas propios, diversos y útiles cuyo dominio permite hacer presentes y trabajar con distintas propiedades de los conceptos matemáticos.
- e) Argumentación y espíritu crítico, competencia para someter a debate las ideas propias y las ajenas, encontrar y expresar su mejor fundamento, inferir o justificar las aseveraciones sobre el propio conocimiento.
- f) Resolución de problemas, competencia que abarca un amplio conjunto de técnicas, experiencias y habilidades para plantear cuestiones relevantes y encontrarles respuesta haciendo uso de las relaciones, los conceptos y las estructuras matemáticas.
- g) Destreza y dominio de los lenguajes numéricos, simbólicos y gráficos cuyo aspecto instrumental prioritario hace una aportación imprescindible a la competencia matemática general.
- h) Dominio de las tecnologías de la información y la comunicación.

Pero, ¿cómo llevar a la práctica estas competencias de acuerdo con el modelo funcional sobre aprendizaje de las matemáticas? Éste se produce al disponer de unas tareas contextualizadas, unas herramientas conceptuales y un sujeto cognitivo que actúa. Así, cuando el sujeto trata de abordar las tareas mediante las herramientas disponibles, moviliza y pone de manifiesto su competencia en la ejecución de los correspondientes procesos cognitivos (Rico y Lupiáñez, 2008: 178). En este trabajo por tareas hemos fundamentado el desarrollo de la competencia matemática en el grupo de alumnos y alumnas objeto de la investigación, pues como señalan Rico y Lupiáñez (2008: 153), «la consecución de competencias en

el aula debe buscar su desarrollo mediante el avance y la progresión en los niveles de cada una de ellas, avance que se lleva a cabo mediante secuencias de tareas de complejidad creciente».

## El proceso metodológico

Los objetivos que se han planteado para este proyecto de investigación son los siguientes:

- Aumentar el nivel de competencia curricular del alumnado de cuarto de Educación Primaria en el área de Matemáticas.
- Atender a la diversidad de capacidades, intereses y niveles curriculares del alumnado de un grupo-clase concreto.
- Desarrollar una metodología de trabajo en el aula a través del establecimiento de *grupos de nivel* diferenciados (básico, medio y avanzado).
- Preparar al alumnado de cuarto curso de Educación Primaria para aumentar la competencia matemática inicial en las pruebas de diagnóstico del curso 2009-2010.

Para dar respuesta a los mismos se propusieron dos hipótesis que guiaron el desarrollo de este trabajo:

- El alumnado al que se le aplica el programa formativo (grupo experimental) alcanza unos mejores rendimientos académicos en el área de Matemáticas que el alumnado perteneciente al grupo control.
- La metodología propuesta puede ser aplicada en cualquier centro de la Comunidad Autónoma de Andalucía, independientemente de sus peculiaridades y con similares resultados de éxito.

Dichas hipótesis fueron operativizadas en una serie de variables de estudio, definidas a partir de aquellos factores que condicionan los niveles de competencia curricular del área de matemáticas en estudiantes de educación primaria. Estos son muy variados y de muy diversa índole, por lo que empleamos dos criterios para su definición:

1. Por un lado, consideramos la *propia naturaleza de las variables*, de ahí que hayamos recogido información referente a las características del alumnado (variables independientes), sus actitudes hacia las matemáticas y su nivel de competencia curricular (variables dependientes).
2. Por otro, la función que desempeñan en el *contexto del estudio*: variables de entrada («de dónde procede el alumno»), variables de proceso («qué experiencias está recibiendo dentro del centro en el área de matemáticas») y variables de producto («consecuencias de sus experiencias formativas»), en referencia al modelo estructural elaborado por Stufflebeam y Shinkfield (1987).

El diseño de investigación que se ha desarrollado es de tipo *cuasiexperimental*, donde se provoca o manipula el fenómeno y determina los valores de las diferentes variables independientes que clasifican a la muestra objeto de estudio y que se ha caracterizado por: el control experimental de la medida, la asignación intencional de los sujetos a los grupos de tratamiento y la no manipulación de las variables independientes. Dentro de las posibilidades de investigación que ofrece este diseño hemos empleado el *modelo pretest-posttest con grupo de control*, en los que se ha efectuado dos medidas de las variables dependientes antes y después de la acción de algún valor de las variables independientes (pretest y posttest), proceso implementado en exclusiva en el conjunto experimental. El proceso se ha configurado en cinco grandes fases:

1. *Planificación de la investigación*. La investigación comenzó con un análisis del contexto que originaba la problemática que se ha estudiado. Seguidamente, se elaboraron las líneas prioritarias del trabajo y se presentó en los centros escolares participantes para su aprobación. Posteriormente, se definió exhaus-

tivamente el problema de investigación, así como los objetivos que han guiado su desarrollo; se operativizaron los objetivos perseguidos en variables de estudio, se escogió el diseño que ha guiado el trabajo, se describió la muestra objeto de estudio (selección de grupos experimental y de control) y seleccionamos y diseñamos los diferentes instrumentos de recogida de información (cuestionarios, pruebas de nivel, escalas de valoración, etc.).

*2. Diseño y desarrollo de las pruebas de control y Unidades Didácticas.* En un segundo momento, se diseñaron los procedimientos que han servido para recoger toda la información, estos son: prueba de nivel de competencia curricular matemática aplicada en dos momentos (pre y post-test) y que ha servido para diseñar tres grupos de nivel (básico, medio y avanzado) y valorar la ganancia en competencias; tres unidades didácticas dirigidas a los grupos de nivel y pruebas evaluativas asociadas a las unidades didácticas. La validez de contenido de la prueba de nivel (pretest-postest) ha sido evidenciada tras la aplicación del método Delphi. La constitución del grupo encargado del estudio, definido como grupo monitor, ha estado compuesto por un total de ocho profesionales de las áreas de Didáctica de las Matemáticas pertenecientes a las universidades de Córdoba y Salamanca. Para recoger la información referente a los indicadores del modelo y su definición operativa se enviaron las fichas técnicas elaboradas con una serie de preguntas abiertas donde el grupo tenía libertad de expresión: extensión de las pruebas, redacción y presentación, adecuación de las actividades propuestas para el nivel del alumnado destinatario (4º de Educación Primaria) y observaciones. Una vez recibida esta primera información se evidenció la relevancia que el grupo de expertos había otorgado a cada una de las actividades propuestas y se incorporaron las observaciones planteadas. Sobre este punto debe destacarse la necesidad de modificar la redacción de alguna de las cuestiones, así como la inclusión de nuevos elementos gráficos que potenciaran el sentido de las mismas. Seguidamente, fue enviado de nuevo al grupo de expertos para un segundo proceso de valoración y consenso. Analizadas las aportaciones ofrecidas por

el grupo de expertos en la segunda aplicación del instrumento Delphi, el modelo definitivo apenas ha sufrido modificaciones y quedó, por lo tanto, constituido por un total de 13 fichas técnicas tendentes a evaluar los conocimientos de matemáticas del alumnado.

*3. Aplicación de instrumentos de recogida de información:* una vez diseñados los instrumentos, distribuimos la muestra en dos grupos (experimental y de control) y aplicamos las diferentes pruebas. La distribución del alumnado participante en este estudio en los tres niveles de competencia curricular se ha realizado a partir de la aplicación de una prueba pre-test de conocimientos matemáticos a un total de 88 de los 90 estudiantes que han compuesto la muestra objeto de estudio. Los resultados obtenidos fueron distribuidos a lo largo de los tres niveles atendiendo a la siguiente estructuración:

- Grupo Bajo: Valor mínimo a Percentil 33.
- Grupo Medio: Percentil 34 a Percentil 66.
- Grupo Alto: Percentil 67 a Valor máximo.

La incorporación de estas categorías a los valores finales obtenidos en dicha prueba de evaluación inicial ha dado como resultado la confección de los tres grupos a partir de los resultados siguientes:

1. Grupo Básico: 13 a 19.
2. Grupo Medio: 20 a 25.
3. Grupo Avanzado: 26 a 35.

La distribución de los niveles de competencia curricular en cada uno de los CEIP participantes y el número de alumnos y alumnas perteneciente a cada uno de ellos se muestra en la tabla 1.

Una vez diseñados los diferentes grupos de nivel competencial, procedimos a dis-

CEIP	Grupos de nivel		
	Básico	Medio	Avanzado
Virgen de la Salud	6	6	6
López Diéguez	9	4	8
Séneca	0	3	1
Gran Capitán	10	10	3
San José de Calasanz	8	4	10

Tabla 1. Distribución de los Grupos de Nivel Curricular en los CEIP (N=88)

tribuir al alumnado de cada centro escolar en dos grupos de trabajo, un grupo experimental sobre el que se llevaron a cabo los propósitos del estudio y un grupo de control que siguió las actividades docentes habituales y que ha servido de comparación para advertir la ganancia en competencia curricular matemática. A cada grupo fueron asignados el 50% de los participantes, exceptuando el caso del CEIP Séneca donde el 100% de los participantes confeccionaron el grupo experimental (N = 4).

4. *Análisis de los resultados:* una vez fueron aplicados todos los instrumentos, procedimos a codificar, clasificar y analizar la información recogida con el empleo de diferentes técnicas estadísticas (estudios descriptivo e inferencial y análisis de contenido). Los datos de tipo cuantitativo se han analizados con la ayuda del programa de técnicas estadísticas SPSS y la información de carácter cualitativo se ha tratado con la técnica del análisis de contenido. Seguidamente, interpretamos los datos obtenidos, establecimos la discusión y conclusiones correspondientes en referencia a las finalidades propuestas.

5. *Difusión de los resultados obtenidos:* por último, para finalizar este trabajo, hemos elaborado y presentado la memoria de investigación resultante de este proyecto a los respectivos claustros y consejos escolares participantes, así como a la comunidad educativa y científica.

## La aplicación práctica. Las unidades didácticas

Tres han sido las unidades didácticas que se han implementado. En cada una de ellas se han tenido en cuenta las bases legales que rigen el currículum de educación primaria para delimitar los contenidos de las mismas. En la tabla 2 se aprecian los bloques de contenidos y núcleos temático de referencia a nivel estatal y autonómico; asimismo, en la tabla 3 se recoge su temporalización, así como los tipos de tareas y actividades que las componen. Las páginas web utilizadas para trabajar las actividades interactivas quedan expresadas en la tabla 4.

Unidad Didáctica	Normativa estatal Real Decreto 1513/06, de 7 de diciembre	Normativa autonómica Orden de 10 de agosto de 2007
1. ¿Quién es Polya?	La resolución de problemas como eje vertebrador de todos los bloques de contenidos.	Núcleo temático 1. Resolución de problemas (transversal).
2. ¡Quiero ser... architect@!	La medida: estimación y cálculo de magnitudes.	Núcleo temático 4. Desarrollo del sentido numérico. Medida de magnitudes
3. El mosaico de hueso nazari	Geometría	Núcleo temático 5. Las formas y figuras y sus propiedades.

Tabla 2. Bloques de contenidos y núcleos temáticos de referencia

Número y título	Temporalización	Tareas	Problemas	Ejercicios Actividades interactivas	cuaderno de trabajo
1. ¿Quién es Polya?	10 sesiones 2.ª quincena enero	No	5	No	No
2. ¡Quiero ser... architect@!	10 sesiones 2.ª quincena marzo	2	1	3	7
3. El mosaico de hueso nazari	10 sesiones 1.ª quincena mayo	1	1	5	6

Tabla 3. Características que presentan las unidades didácticas implementadas

Unidad Didáctica	Páginas web
1. ¿Quién es Polya?	Ninguna
2. ¡Quiero ser... architect@!	<a href="http://redes.agrega.indra.es/repositorio/13062008/es_20080613_3_9161840//mt02_0a04_es/index.html">http://redes.agrega.indra.es/repositorio/13062008/es_20080613_3_9161840//mt02_0a04_es/index.html</a> <a href="http://www.isftic.mepsyd.es/w3/recursos/primaria/matematicas/longitud/menu.html">http://www.isftic.mepsyd.es/w3/recursos/primaria/matematicas/longitud/menu.html</a>
3. El mosaico de hueso nazari	<a href="http://www.youtube.com/watch?v=oNnK28Eqmj8&amp;feature=Playlist178DB3E63150F322&amp;playnext=1&amp;playnext_from=PL&amp;index=9">http://www.youtube.com/watch?v=oNnK28Eqmj8&amp;feature=Playlist178DB3E63150F322&amp;playnext=1&amp;playnext_from=PL&amp;index=9</a> <a href="http://redes.agrega.indra.es/repositorio/13062008/es_20080613_3_9161840//mt02_0a04_es/index.html">http://redes.agrega.indra.es/repositorio/13062008/es_20080613_3_9161840//mt02_0a04_es/index.html</a> <a href="http://www.isftic.mepsyd.es/w3/recursos/primaria/matematicas/superficie/index.html">http://www.isftic.mepsyd.es/w3/recursos/primaria/matematicas/superficie/index.html</a>

Tabla 4. Páginas web utilizadas

## La primera unidad didáctica: ¿Quién es Polya?

La Unidad Didáctica 1 *¿Quién es Polya?* presenta como núcleo central de actuación la resolución de problemas matemáticos, pretendiendo ser un primer paso para que el alumnado pudiera enfrentarse con éxito a cualquier situación problemática.

La importancia de esta unidad didáctica radica en la relevancia adquirida por la resolución de problemas matemáticos tanto para las administraciones educativas (muestra de ello la encontramos en la normativa estatal y autonómica) como para la sociedad, pues la vida cotidiana exige al alumnado enfrentarse con multitud de situaciones problemáticas que ha de resolver y ante las cuales, en ocasiones, no cuenta con estrategias efectivas de resolución. Muestra de ello es la aplicación mecánica que hace el alumnado de un procedimiento complejo en un problema que tiene una solución mucho más rápida y sencilla. Esto se debe a que se ha realizado una comprensión superficial del problema y su resolución de forma repetitiva y no significativa, es decir, sólo ha aprendido un conjunto de procedimientos o fórmulas de aplicación mecánica. Por tanto, «los métodos de enseñanza significativos resultan más idóneos para la resolución de problemas que los métodos repetitivos» (García Madruga, 2002: 32).

Lo más idóneo para resolver problemas es que cada uno se plantee en situaciones no idénticas a algunas de las ya resueltas; no obstante, a veces es necesario establecer unos métodos de trabajo para poder enseñar estrategias de aprendizaje; por ello decidimos seguir el método de George Polya (1992) para la resolución de problemas matemáticos que consta de los siguientes pasos: 1. Comprender el problema; 2. Crear un plan; 3. Ejecutar el plan; y 4. Examinar la situación. La temática de los problemas planteados ha sido la medida del tiempo y el calendario, la edad, los procesos de compra-venta y la climatología. Todos los problemas se han graduado en dificultad, prestando un mayor o menor apoyo en función del nivel curricular del alumnado perteneciente al grupo expe-

rimental —nivel básico, medio-avanzado—. Un ejemplo de problema se aprecia en la figura 2.

### Problema 1

En el colegio durante el segundo trimestre del curso vas a visitar El Museo del Prado en Madrid, para ello se ha decidido ir en tren. Tu maestra os ha dicho que consultéis en Internet los horarios de trenes para poder elegir el más adecuado. Los horarios son los que aparecen en la hoja siguiente.

Origen	Destino	Tipo	Horario	Duración
Madrid	Córdoba	Autocarro	08:00	30 min
Córdoba	Madrid	Autocarro	12:30	30 min
Madrid	Córdoba	Tren	11:00	12 min
Córdoba	Madrid	Tren	12:30	12 min

Se ha quedado el sábado en la puerta del colegio a las 8:00 de la mañana para coger el autocar que os llevará hasta la estación de trenes. El autocar tarda 30 minutos en llegar a la estación

de Córdoba. Allí cogeréis un tren que os llevará a Madrid, pero no podéis llegar allí más tarde de las 11:00 de la mañana. Cuando lleguéis a la estación Madrid-Puerta de Atocha tomaréis un Metro que os llevará hasta el Museo de El Prado. Para llegar hasta la parada de metro tendréis que andar durante 10 minutos. El Metro tarda 42 minutos en recorrer la distancia entre la estación Madrid-Puerta de Atocha y la parada del Museo. Una vez allí tendréis que andar durante 12 minutos hasta llegar al Museo de El Prado. La entrada al Museo la tenéis a las 12:30. El Museo cierra a las 20:00 horas. Después de hacer las operaciones necesarias, responde a las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál es el número del tren que tendréis que tomar en Córdoba?
2. ¿A qué hora llegaréis al Museo de El Prado?
3. ¿Cuánto tiempo tendréis que esperar para entrar en el Museo de El Prado?

Figura 2. Ejemplo de problema de la Unidad Didáctica 1

## La segunda unidad didáctica: ¡Quiero ser arquitecto!

En la Unidad Didáctica 2 *¡Quiero ser... arquitecto!* el núcleo central de actuación quedó constituido por la ejecución de dos tareas por parte del alumnado, en el caso del grupo experimental una primera de forma grupal —diseño del plano del aula— y una segunda de manera individual —diseño del propio dormitorio (vid. figura 3)—, en el caso del grupo control de forma individual en ambos casos. Pretendía, pues, ser un acercamiento al «trabajo por tareas», plenamente admitido y recomendado para el



aspectos de nuestra vida diaria, algunos de los contextos del entorno que nos rodea nos ofrecen multitud de relaciones con la geometría, estos son, según Cañizares y Serrano (2001) los siguientes: el entorno natural, entorno artístico y arquitectónico, entorno lúdico, otros contextos como modelos científicos, tecnología, informática y literatura. Asimismo, el entorno nos ofrece la posibilidad de constatar diferentes relaciones geométricas: igualdad, proporcionalidad, simetría, escalas, equivalencias, semejanzas, distancias, alineaciones, ángulos, tamaño, conexidad.

Existe una tendencia llamada *el razonamiento en el aprendizaje de la geometría desde el contexto* (Bartolini Bussi, 2001), según la cual el conocimiento geométrico puede y debe ser construido de una manera significativa en contextos que puedan servir como «campos de experiencia». Al mismo tiempo, añade que en la etapa de educación primaria hay que escapar de las interpretaciones deductivistas e ir hacia una geometría de carácter experimental, intuitivo. Asimismo, la facilidad de experimentación es lo que hace a la Geometría el mejor ejemplo de disciplina científica en la enseñanza, por ello hemos partido de la manipulación de un polígono regular, el cuadrado, para trabajar contenidos geométricos.

## Los resultados obtenidos

Tras la aplicación del programa de entrenamiento en competencia matemática a través de las diferentes unidades didácticas diseñadas *ad hoc* para esta investigación y aplicada una prueba post-test similar a la implementada al comienzo de este proceso de trabajo, los principales resultados obtenidos (tabla 5), han mostrado un avance significativo en el nivel de competencia curricular en ambos grupos, sin embargo, ha sido el alumnado del grupo experimental quien ha presentado un avance superior al alumnado del grupo de control como consecuencia de su participación en las actividades planteadas diferentes a las sesiones ordinarias de aula.

Dicha afirmación se ve validada al distribuir la frecuencia de aparición de cada uno de los niveles de competencia curricular en los grupos experimental y de control. Podemos advertir, por los datos presentados en la tabla 6, que ha habido una disminución del alumnado inicialmente perteneciente al nivel básico en el grupo experimental, así como en el nivel medio, siendo significativamente superior la adscripción de estudiantes, tras su participación en el plan de trabajado diseñado, al grupo de nivel de competencia curricular avanzado. Estos primeros datos muestran un avance significativo en el avance de un nivel competencial inferior a un nivel superior tras la participación en actividades diseñadas para cada grupo de nivel.

Tratando de establecer alguna diferencia-ción atendiendo al CEIP de procedencia, es el alumnado de la provincia de Córdoba quien ha visto aumentado en mayor medida los niveles de competencia curricular en matemáticas, advirtiéndose un mayor paso de estudiantes de niveles inferiores a niveles superiores. Estos datos se justifican al comprobar que el punto

	Grupo	Media	Desviación típica	N
Resultados Pre-test	Experimental	22,24	5,091	45
	Control	22,91	4,494	35
Resultados Post-test	Experimental	26,60	6,814	45
	Control	25,63	5,673	35

Tabla 5. Resultados del pretest y el posttest en los grupos de trabajo (tendencia central y dispersión)

Grupos de nivel	Prueba de evaluación	Grupo experimental	Grupo de control
Básico	Pre-test	16 (35,6%)	10 (28,6%)
	Post-test	9 (20,0%)	8 (22,9%)
Medio	Pre-test	16 (35,6%)	11 (31,4%)
	Post-test	10 (22,2%)	7 (20,0%)
Avanzado	Pre-test	13 (28,9%)	14 (40,0%)
	Post-test	26 (57,8%)	20 (57,1%)

Tabla 6. Resultados del pretest y el posttest en los grupos de trabajo (frecuencias)

de partida de este grupo de alumnos y alumnas se relacionaba más con grupos inferiores y medios que con el superior. Sin embargo, en todos los centros se han demostrado avances aplicando la metodología de trabajo diseñada en esta investigación (tabla 7).

## Las conclusiones

Podemos afirmar que esta metodología de trabajo, el diseño de actividades atendiendo a las características del alumnado distribuyéndolos en grupos de nivel de competencia curricular, ha permitido aumentar el nivel competencial de los y las estudiantes de cuarto de Educación Primaria en el área de Matemáticas.

Los objetivos que nos planteamos al principio de esta investigación, creemos que han sido alcanzados gracias a los instrumentos que se han diseñado e implementado, en este sentido podemos señalar:

Respecto al primer objetivo, *aumentar el nivel de competencia curricular del alumnado de cuarto de Educación Primaria en el área de Matemáticas*, los resultados anteriores avalan dicha consecución y se demuestra en los avances experimentados por los alumnos y alumnas del grupo experimental.

En cuanto al segundo y al tercer objetivo, *atender a la diversidad de capacidades, intereses y niveles curriculares del alumnado de un grupo-clase concreto y desarrollar una metodología de trabajo en el aula a través del establecimiento de grupos de nivel diferenciados (básico, medio y avanzado)*, creemos que ambos se han logrado al diseñar los cuadernos de trabajo del alumnado adaptados a los distintos niveles curriculares existentes en nuestras aulas (básico, medio y avanzado) y demostrar su efectividad en los resultados del postest.

Finalmente, el último objetivo *preparar al alumnado de cuarto curso de Educación Primaria para aumentar la competencia matemática inicial en las pruebas de diagnóstico del curso 2009-2010* no ha podido ser comprobado totalmente, pues aunque tenemos evidencias de la mejora de la competencia matemática del alumnado a través de los resultados obtenidos en el postest, hasta que la Consejería de educación de la Junta de Andalucía no haga públicos los resultados obtenidos por los alumnos y alumnas en las pruebas de diagnóstico del presente curso académico y se analicen los resultados obtenidos por nuestro grupo de alumnos y alumnas no se podrá afirmar de forma rotunda.

En referencia a las hipótesis iniciales de este proyecto de investigación podemos realizar las siguientes conclusiones:

1. El alumnado al que se le aplica el programa formativo (grupo experimental) alcanza unos mejores rendimientos académicos en el área de Matemáticas que el alumnado perteneciente al grupo control. La hipótesis se cumple tal y como se aprecia en la ganancia obtenida por el

Grupo de nivel	Prueba evaluación	CEIP				
		Virgen de la Salud (Castro del Río)	López Diéguez (Córdoba)	Séneca (Villalón)	Gran Capitán (Montilla)	San José de Calasanz (Peñarroya-Pueblonuevo)
Básico	Pre-test	3 (23,1%)	6 (33,3%)	0 (0,0%)	10 (43,5%)	8 (36,4%)
	Post-test	6 (46,2%)	7 (38,9%)	0 (0,0%)	2 (8,7%)	2 (9,1%)
Medio	Pre-test	5 (38,5%)	4 (22,2%)	3 (75%)	10 (43,5%)	4 (18,2%)
	Post-test	2 (15,4%)	1 (5,6%)	2 (50,0)	3 (13,0%)	9 (40,9%)
Avanzado	Pre-test	5 (38,5%)	8 (44,4%)	1 (25,0%)	3 (13,0%)	10 (45,5%)
	Post-test	13 (38,5%)	10 (55,6%)	2 (50,0%)	18 (78,3%)	11 (50,0%)

Tabla 7. Resultados obtenidos en función del grupo de nivel y el CEIP de pertenencia

alumnado del grupo experimental puesta de manifiesto en las tablas 5 y 6.

2. La metodología propuesta puede ser aplicada en cualquier centro de la Comunidad Autónoma, independientemente de sus peculiaridades y con similares resultados de éxito. La tabla 7 demuestra gráficamente esta afirmación; en este sentido, las diferencias entre centros en cuanto a características como ser un centro bilingüe (López Diéguez y San José de Calasanz), TIC (Virgen de la Salud), rural (Séneca) u ordinario (Gran Capitán) no inciden, a priori, en el rendimiento académico, pues de acuerdo con los resultados, la mejora del grupo experimental es un hecho en todos los centros.

Queremos señalar que, aunque los resultados han sido plenamente satisfactorios, consideramos que la investigación debería ampliarse a un curso académico completo, de este modo se podría apreciar de forma más contundente el éxito de la metodología empleada, ya que ha supuesto integrar una nueva metodología para movilizar las competencias básicas, junto con una metodología basada en el agrupamiento homogéneo y flexible del alumnado y aún nos encontramos en una fase de transición y adaptación a la incorporación de las competencias básicas a la vida cotidiana en el aula.

No obstante, tanto una metodología que implique el trabajo globalizado de las ocho competencias básicas, como otra que integre el flexibilización de los grupos de alumnos y alumnas, exige contar con una serie de recursos espaciales que permitan dichos desdobles, al tiempo que una organización diferente del centro educativo posibilite la flexibilidad del tiempo dedicado a las distintas áreas, o mejor dicho, competencias básicas, pues como señala Goñi Zabala (2008: 74) «las matemáticas deben dejar de ser un área de conocimiento para pasar a ser una de las competencias clave que ha de ser desarrollada por todos a lo largo de todos los estudios», esto supone no compartimentar el currículo en áreas, algo difícil de conseguir dada la tradición existente en nuestro país. Asimismo, es el incremento de un mayor número de docentes y otros profesionales —educadores sociales, orientadores,...— en los

centros educativos de nuestra Comunidad Autónoma la necesidad más urgente para poder poner en marcha con éxito estas nuevas o renovadas metodologías.

## Referencias bibliográficas

- ALBERICIO, J. (1994): *Los agrupamientos flexibles y la escuela para el progreso continuo*, PPU, Barcelona.
- ARNAL, J., D. DEL RINCÓN y A. LATORRE (1992): *La investigación educativa. Fundamentos y metodología*, Labor, Barcelona.
- BARTOLINI BUSSI, M. G. (2001): «The Geometry of Drawing Instruments: Arguments for a didactical Use of Real and Virtual Copies», *CUBO*, vol. 3 (2), 27-54.
- BORRELL, N. (1984): «Agrupamiento flexible de alumnos de EGB», *Educar*, n.º 6, 145-158.
- CAÑIZARES, M. J., y L. SERRANO (2001): «Introducción a la Geometría», en E. Castro (ed.), *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria*, Síntesis, Madrid, 369-378.
- Decreto 230/2007, de 31 de julio, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes a la educación primaria (Boletín Oficial de la Junta de Andalucía número 156, de 8 de agosto de 2007).
- DE LA ORDEN, A. (1975): *El agrupamiento de los alumnos. Estudio crítico*, ICE-CSIC, Madrid.
- DE LA TORRE, S., y O. BARRIOS (1997): *Estrategias de simulación. ORA un modelo innovador para aprender del medio*, Octaedro, Barcelona.
- (2000): *Estrategias didácticas innovadoras. Recursos para la formación y el cambio*, Octaedro, Barcelona.
- DÍAZ ALCARAZ, F. (2002): *Didáctica y currículo: un enfoque constructivista*, Ediciones de la Universidad de Castilla La Mancha, Cuenca.

- FRÍAS, A., y otros (2001): «Introducción a las magnitudes y la medida. Longitud, masa, amplitud, tiempo», En E. CASTRO (ed.), *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria*, Síntesis, Madrid, 477-502.
- GAMORAN, A. (1986): «Instructional and Institutional Effect of Ability Grouping», *Sociology of Education*, n.º 59, 185-198.
- GARCÍA MADRUGA, J. A. (2002): «Resolución de problemas», en P. ABRANTES y otros, *La resolución de problemas en matemáticas*, (27-34), Graó, Barcelona.
- GOLBERT, T. M., H. PASSOW y J. JUSTMAN, (1966): *The effects of ability grouping*, Columbia University, Teachers College, New York.
- GOÑI ZABALA, J. M. (2008): *3<sup>2</sup>-2 ideas clave. El desarrollo de la competencia matemática*, Graó, Barcelona.
- LEE, M., y R. LUCKING (1990): «Ability grouping: realities and alternatives. Childhood education», *Journal of the association for childhood education international*, n.º 66 (254-258).
- OLIVER VERA, C. (2008): «Estrategias para la diversidad: agrupamientos flexibles de alumnos», en S. DE LA TORRE (dir.), *Estrategias didácticas en el aula. Buscando la calidad y la innovación*, UNED, Madrid.
- (2003): *Estrategias didácticas y organizativas ante la diversidad*, Octaedro, Barcelona.
- (1995): «Agrupar a los alumnos: ¿ilusión o realidad?», *Aula de Innovación Educativa*, n.º 35 (53-59).
- (1993): El agrupamiento flexible, *Cuadernos de Pedagogía*, n.º 212 (19-21).
- Orden de 25 de julio de 2008 por la que se regula la atención a la diversidad del alumnado que cursa la educación básica* (Boletín Oficial de la Junta de Andalucía número 161, de 22 de agosto de 2008).
- Orden de 10 de agosto de 2007 por la que se desarrolla el currículo de educación primaria en Andalucía* (Boletín Oficial de la Junta de Andalucía número 171, de 20 de agosto de 2007).
- PASSOW, H. (1970): «El laberinto de la investigación sobre el agrupamiento por capacidad», en A. YATES, A., *Agrupamiento en educación*, Paidós, Buenos Aires.
- POLYA, G. (1992): *Cómo plantear y resolver problemas*, Trillas, México.
- RAMÍREZ GARCÍA, A. (2008): *La orientación al profesorado de educación primaria en la elaboración de la programación didáctica. Un ejemplo de programación didáctica basada en competencias básicas*, CEP, Madrid.
- (2009): *La programación didáctica basada en competencias básicas. Orientaciones al profesorado de educación secundaria para su elaboración*, CEP, Madrid.
- Real Decreto 1513/06, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de educación primaria* (Boletín Oficial del Estado número 293, de 8 de diciembre de 2006).
- RICO ROMERO, L., y LUPIÁÑEZ, J. L. (2008): *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*, Alianza, Madrid.
- RUÉ, J. (1991): *Diversitat i agrupament d'alumnes*, Institut de Ciències de l'Educació, Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelona.
- SANTOS GUERRA, M. A. (ed.) (1993): *Agrupaciones flexibles de alumnos. Un claustro investiga*, Diada, Sevilla.
- SLAVIN, R. E. (ed.) (1988). *School and classroom organization*. Hillsdale, Lawrence Erlbaum Associates Publishers, New Jersey.
- STUFFLEBEAN, D. L., y A. J. SHINKFIELD (1987): *Evaluación sistémica. Guía teórica y práctica*, Paidós/Ministerio de Educación y Ciencia, Barcelona.
- TEJADA FERNÁNDEZ, J., y S. DE LA TORRE (2008): «Consideraciones para un modelo de formación integrador: el modelo IFI (Innovar- Formar- Investigar)», en S. DE LA TORRE (dir.): *Estrategias didácticas en el aula. Buscando la calidad y la innovación*, UNED, Madrid.

IGNACIO GONZÁLEZ LÓPEZ  
Universidad de Córdoba  
<ed1golo1@uco.es>

ANTONIA RAMÍREZ GARCÍA  
Universidad de Córdoba

# Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas

## Comisión Ejecutiva

Presidente: Serapio García Cuesta  
Secretario General: Agustín Carrilo de Albornoz Torres  
Vicepresidente: Manuel Torralbo Rodríguez  
Tesorera: Claudia Lázaro del Pozo

## Secretarías

Técnica adjunta: Biel Frontera Borrueco  
Revista SUMA: Miquel Albertí Palmer y Iolanda Guevara Casanova  
Relaciones internacionales: Sixto Romero Sánchez  
Servicio de publicaciones: Ricardo Luengo González  
Actividades y formación del profesorado: Juana M<sup>a</sup> Navas Pleguezuelos  
Actividades con alumnos: Jordi Comellas i Blanchart

## Sociedades Federadas

### Federació d'Entitats per l'Ensenyament de les Matemàtiques a Catalunya (FEEMCAT)

Presidenta: Iolanda Guevara Casanova  
Facultat de Matemàtiques i Estadística (UPC)  
C/Pau Gargallo, 5. 08028 Barcelona

### Sociedad Aragonesa Pedro Sánchez Ciruelo de Profesores de Matemáticas

Presidente: Daniel Sierra Ruiz  
Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones  
Edificio de Matemáticas, 1<sup>a</sup> planta. Universidad de Zaragoza  
C/Pedro Cerbuna s/n. 50009 Zaragoza

### Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas

*Isaac Newton*  
Presidenta: Ana Alicia Pérez  
Apdo. de Correos 329. 38200 La Laguna (Tenerife)

### Sociedad Castellano-Manchega de Profesores de Matemáticas

Presidente: Serapio García Cuesta  
Avda. España, 14, 5<sup>a</sup> planta. 02002 Albacete

### Matematika Iraskasleen Nafar Elkarte Tornamira

Presidente: J. Javier Jiménez Ibáñez  
IES *Albama*, Avda. Villar, 44. 31591 Corella (Navarra)

### Sociedad de Ensinantes de Ciencia de Galicia (ENCIGA)

Coordinador: Manuel Rodríguez Mayo  
Apdo. de Correos 103. Santiago de Compostela

### Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas

*Emma Castelnuovo*  
Presidente: Juan A. Martínez Calvete  
IES Villablanca. C/ Villablanca, 79. 28032 Madrid

### Sociedad Melillense de Educación Matemática

Presidente: Luis Serrano Romero  
Facultad de Educación y Humanidades.  
Ctra. Alfonso XIII, s/n. 52005 Melilla

### Sociedad Riojana de Profesores de Matemáticas

*A prima*  
Presidenta: Elena Ramirez Ezquerro  
CPR. Luis de Ulloa, 37. 26004 Logroño

### Sociedad Andaluza de Educación Matemática *Thales*

Presidente: Manuel Torralbo Rodríguez  
Facultad Matemáticas. Apdo. de Correos 1160. 41080 Sevilla

### Sociedad Asturiana de Educación Matemática *Agustín de Pedrayes*

Presidente: Juan Antonio Trevejo Alonso  
Apdo. de Correos 830. 33400 Avilés (Asturias)

### Sociedad Castellana y Leonesa de Educación Matemática *Miguel de Guzmán*

Presidente: Antonio Bermejo Fuertes  
IB Comuneros de Castilla. C/Batalla Villalar, s/n. 09006 Burgos

### Sociedad de Educación Matemática de la Región de Murcia

Presidente: Bienvenido Espinar Cepas  
CPR Murcia II. Calle Reina Sofía n.º1. 30007 Murcia

### Sociedad Extremeña de Educación Matemática *Ventura Reyes Prósper*

Presidente: Ricardo Luengo González  
Apdo. de Correos 590. 06080 Badajoz

### Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria

Presidenta: María José Señas Pariente  
Avda. del Deporte s/n. 39012 Santander

### Sociedad *Puig Adam* de Profesores de Matemáticas

Presidente: José Javier Etayo Gordejuela  
Facultad de Educación. (Sec. Deptal. Álgebra). Despacho 3005.  
C/ Rector Rollo Villanova, s/n. 28040 Madrid

### Sociedade Galega do Profesorado de Educación Matemática (AGAPEMA)

Presidente: Manuel Díaz Regueiro  
C/ García Abad, 3, 1º B. 27004 Lugo

### Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana *Al-Khwarizmi*

Presidente: Onofre Monzó del Olmo  
Departamento de Didáctica de la Matemática.  
Apdo. 22045. 46071 València

### Societat Balear de Matemàtiques *Xeix*

Presidente: Josep Lluís Pol i Llompart  
C/Martí Rubí 37/alts. 07141 Sa Cabaneta (Marratxí). Illes Balears