

Partiendo de un magnífico texto de Borges, planteamos aquí una serie de actividades alrededor del concepto de escala. En estas actividades se reflexiona sobre la utilidad de los distintos tipos de escala y se calculan las medidas para construir modelos reales del universo, el átomo o una célula. Estas actividades se plantean como trabajos abiertos en los que los alumnos buscan toda la información necesaria y deciden cómo resolverlas. Y sobre todo, buscamos que al final sean capaces de contar detalladamente todo el proceso seguido y analizar los resultados para discutirlos con los compañeros.

Palabras Clave: Escalas, J. L. Borges, competencia lingüística, trabajo en equipo, secundaria.

Borges and scales

Taking Borges' magnificent text as a basis, an account of activities concerning the scale concept is set. In these activities we reflect on the usefulness benefit of the different types of scales and measures for the building of a real model of the universe, the atom or a cell are calculated. These activities are created as an open and flexible task in which students search all the necessary information and they decide how to resolve them. And above all, we seek that students will be able to relate in details all the process, together with a complete analysis of the results to discuss with their partners.

Key words: Scale, J. L. Borges, linguistic competence, teamwork, high school.

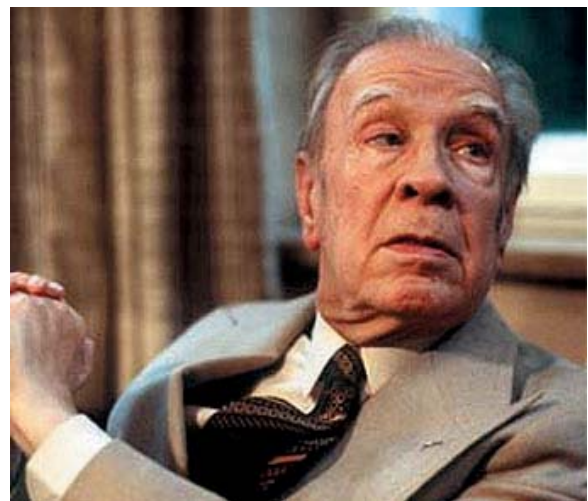
¿ Cuántas veces hemos repetido que los alumnos no saben hacer problemas? Mas, si preguntamos a los profesores de otras asignaturas encontraremos con que los alumnos no leen los enunciados de los problemas, no saben hacer resúmenes, memorizan sin comprender... En la raíz de todos estos problemas se encuentra la comprensión lectora y los problemas de redacción.

Vivimos en una sociedad audiovisual en la que rara vez es necesario leer textos completos. Por ejemplo, al leer textos legales o para navegar en Internet nos hemos acostumbrado a hojear las páginas y leer sólo lo que necesitamos.

El problema es que, lo que podría ser una herramienta potente y eficaz, se convierte en un lastre para quien está aprendiendo. Muchas veces, los alumnos se quedan sólo con esa lectura a "vuela pluma" (incluso nos sucede a nosotros mismos). Y con mayor razón, si los textos escolares nos acostumbran a preguntas en las que hay que contestar con una sola palabra, con un monosílabo o completando huecos.

Si queremos mejorar sustancialmente en la resolución de problemas y en la educación en general, debemos prestar más atención a la lectura comprensiva y pedir a los alumnos que

expliquen su resolución. No es suficiente con dar la respuesta correcta a un problema, sería muy enriquecedor que los alumnos explicasen los pasos que han seguido. Pero esto sólo puede suceder si les exigimos que lo hagan.



Jorge Luis Borges

Francisco Molina López
IES Las Sabinas, El Bonillo (Albacete)

Intentando trabajar en esta dirección, propongo la herramienta de los trabajos temáticos. En este caso, propongo un trabajo en el que se empieza leyendo un pequeño relato de Jorge Luis Borges y se van realizando una serie de actividades. Estas actividades van encaminadas tanto a la comprensión completa del texto como a la reflexión sobre el mismo y sobre conceptos matemáticos del currículum. Además los alumnos tienen que buscar la información necesaria para resolver las cuestiones. No basta con copiar los datos del enunciado, sino que debemos tener claro qué necesitamos y luego buscarlo en Internet o donde se considere oportuno.

En concreto, en esta actividad, se trabaja principalmente con los conceptos de escala, un poco de errores, unidades y notación científica. Aunque estos contenidos se impartan en 2º de ESO, propongo algunas cuestiones que quedan fuera del alcance de este nivel. De esta manera podemos adaptarlas a niveles desde 2º de ESO a 1º de Bachillerato. Además, trabajar con niveles bajos este material tiene el inconveniente de que el texto de Borges tiene un vocabulario demasiado complejo. Desde mi punto de vista, tal vez sea en 4º de ESO el nivel más apropiado.

El texto, aunque es breve, destaca por su originalidad y su calidad literaria. De hecho incluso podría ser analizado ampliamente en clase de literatura. Por ejemplo, destaca el hecho de que el autor utilice tanto las mayúsculas. Supongo que con ello intentará dar a todas esas palabras una singularidad y una importancia mayor. Así, el Mapa en mayúsculas se convierte en el único mapa, o el mapa más perfecto, el que los engloba a todos. Borges trata en muchos de sus textos conceptos matemáticos de forma magistral. Por esto, desde la clase de matemáticas, debemos aprovechar que un gran literato se digne a incluir en sus textos, dedicados al público general, conceptos tan profundos.

Las preguntas abiertas en las que tenemos que buscar los datos necesarios ofrecen la posibilidad de resolverlas con diferentes niveles de dificultad según los datos y herramientas que usemos. Además, tenemos la oportunidad de tratar otros aspectos no mencionados en las cuestiones; como pueden ser las coordenadas geográficas, la dificultad de una representación plana de la superficie terrestre, la composición de la materia y la morfología de una célula.

Por tanto, pasemos a leer el texto y las cuestiones propuestas, deteniéndonos en resolver las más complicadas, las que necesitan buscar datos o aquellas sobre las que queramos hacer un comentario. Recordar que el grupo de alumnos puede encontrar estas soluciones u otras distintas, debe tener libertad para enfocar el problema de una forma diferente, pero en todo caso debemos pedir que explique y discuta la resolución del mismo con sus compañeros.

Comentario de texto

...En aquel Imperio, el Arte de la Cartografía logró tal Perfección que el mapa de una sola Provincia ocupaba todo una Ciudad, y el mapa del Imperio, toda una Provincia. Con el tiempo, esos Mapas Desmesurados no satisficieron y los Colegios de Cartógrafos levantaron un Mapa del Imperio, que tenía el tamaño del Imperio y coincidía puntualmente con él. Menos Adictas al Estudio de la Cartografía, las Generaciones Sigüientes entendieron que ese dilatado Mapa era Inútil y no sin Impiedad lo entregaron a las Inclemencias del Sol y de los Inviernos. En los desiertos del Oeste perduran despedazadas Ruinas del Mapa, habitadas por Animales y por Mendigos; en todo el País no hay otra reliquia de las Disciplinas Geográficas.

Del rigor de la ciencia
J. Luis Borges

El texto que acabas de leer es un relato corto del autor Jorge Luis Borges. Antes de nada vamos a intentar comprender el texto completo.

1.- Anota primero todas las palabras de las que desconozcas el significado para ponerlas en común en clase. Quizás alguno de tus compañeros sepa o intuya el significado, comenta estas impresiones antes de buscar las palabras en el diccionario (También puedes consultar algún diccionario en Internet).

2.- Una vez que sabes el significado de las palabras del texto, comenta con tus compañeros el sentido de todo el relato.

...el mapa de una sola Provincia ocupaba todo una Ciudad, y el mapa del Imperio, toda una Provincia...

3.- Comenta la frase que encabeza este apartado (que piensas de ese mapa, de su utilidad, etc.).

Aunque el texto nos presenta una situación de todo punto irreal y absurda, podemos destacar el hecho de que, conseguir mapas cada vez más exactos ha sido un asunto crucial. Sirvan como ejemplo los mapas que se muestran en las siguientes fotografías:





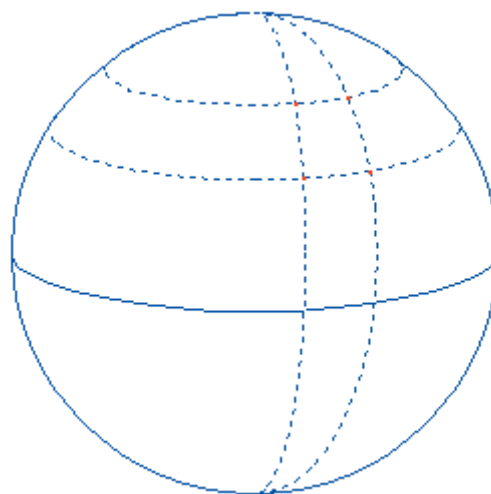
El primero es conocido como el Atlas del Gran Elector de Brandeburgo. Es una colección de 37 mapas pegados en cartones de 175 centímetros de alto y pesa más de 120 kilogramos. Es del siglo XVII y su tamaño es tan desmesurado que tuvieron que sujetarlo con enormes abrazaderas de hierro para que no se desmoronase por su propio peso. La segunda fotografía corresponde al llamado Atlas de Carlos II, mide 176 centímetros de altura y tuvieron que ponerle unas ruedas para poder transportarlo y mantenerlo abierto.

Actualmente no se realizan estos mapas, o mejor dicho, estos mapas no se llevan al papel. Pero sí que se han realizado estudios topográficos haciendo un barrido con láser desde un avión. De manera que cada 1,4 metros se registra al menos un dato de la altitud del terreno en esa zona. Además estos datos permiten incluso distinguir los árboles y calculan su altura.

Y aunque muchos de estos datos aún no son accesibles a toda la población, sí que están a nuestra disposición multitud de páginas de Internet en las que podemos ver fotografías aéreas del campo (SIGPAC y otros), de las ciudades (páginas del catastro), de las ciudades y pueblos (Google Earth) incluso podemos “movernos” por muchas calles del mundo (con Google Estreet View).

4.- Busca en Internet, en un libro de geografía o en un atlas cual es el tamaño de la península ibérica (por ejemplo a lo ancho). Si quisiéramos hacer un mapa como el que se menciona al principio del texto, de manera que ocupase toda la provincia de Albacete, ¿qué escala se usaría en este mapa?

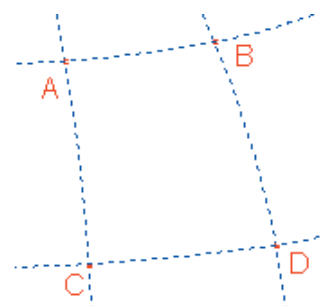
Si el alumno encuentra las dos medidas mencionadas esta pregunta sería un simple ejercicio de escalas, lo complicado es encontrar todos los datos.



El primer problema que se nos plantea es tomar una medida para “el ancho” de la península ibérica. Debido a la esfericidad de la tierra no podemos medir el ancho igual que se mide sobre un mapa. La solución que usaremos para encontrar esta longitud dependerá del nivel de los alumnos. Para empezar, tenemos que imaginarnos un “rectángulo” sobre el globo terráqueo que contenga la Península Ibérica. Ese será el trozo que queremos representar en un mapa. Observamos que ese “rectángulo” es más estrecho en el norte que en el sur.

- Una solución fácil al problema sería usar el visor del SIGPAC para medir sobre el mapa la longitud (a ojo pero siguiendo un paralelo) desde una longitud como la del cabo de Roca, en Portugal, hasta otra igual a la del cabo de Creus. Esto lo podemos hacer hacia el centro del mapa y nos da una aproximación bastante buena.
- Otra posibilidad sería ver con SIGPAC las latitudes y longitudes máximas y mínimas de manera que podemos dotar de coordenadas a los vértices del rectángulo que enmarca la Península. Luego se puede usar la página de Internet:

http://www.tutiempo.net/p/distancias/calcular_distancias.html que permite calcular distancias en línea recta entre dos puntos de los cuales conocemos sus coordenadas.



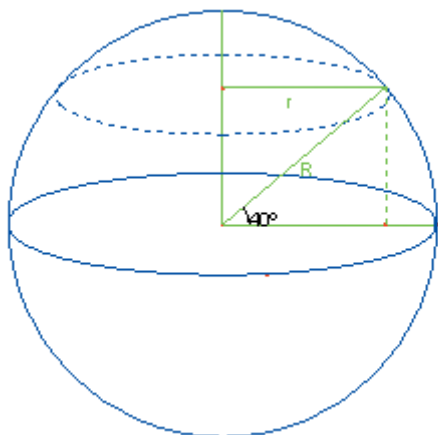
	Latitud	Longitud	Distancia
Punto de Partida (A)	43,7913	-9,4825	1041,28 Km.
Punto Final (B)	43,7913	3,32194	

Punto de Partida (C)	36,02	-9,4825	1151,85 Km
Punto Final (D)	36,02	3,32194	

Para tomar un valor del ancho de la Península Ibérica podemos usar la media de esas dos distancias o calcular el ancho que tiene el rectángulo en una latitud intermedia, por ejemplo de 40°. De cualquier manera obtenemos valores muy cercanos a 1100 km.

La duda con este sistema es saber si el programa usa para calcular esas distancias la línea que une, por ejemplo A y B, siguiendo un paralelo o siguiendo una geodésica.

- Si los alumnos saben trigonometría se puede calcular la longitud del paralelo que pasa por una determinada latitud, por ejemplo 40°, usando la longitud media del radio terrestre. De manera que



$$r = R \cdot \cos(40)$$

Y el paralelo mencionado mide: $L = 2\pi r = 2\pi R \cdot \cos(40)$

De manera que entre dos puntos que distan de longitud geográfica g° hay una distancia (siguiendo el paralelo) de

$$d = \frac{g^\circ \cdot L}{360^\circ} = \frac{g^\circ \cdot 2\pi R \cos(40)}{360^\circ}$$

Usando los valores:

$$g^\circ = 9,4825 + 3,32194 = 12,80444 \text{ y } R = 6.371 \text{ Km.}$$

Obtenemos $d = 1090,7 \text{ Km.}$

Para calcular el ancho de la provincia de Albacete no influye tanto la curvatura de la tierra, y podemos usar directamente el SIGPAC para ver que es de aproximadamente 170 km. Con lo que la razón de proporción sería aproximadamente 6,47, es decir, tendríamos que usar una escala como mínimo de 1:7. En este caso, también es interesante advertir que no usamos el redondeo, sino que hacemos siempre una aproximación por exceso.

En el ejemplo anterior hemos calculado la escala 1:7, de esa forma, la península tendría un tamaño parecido al de la provincia, pero seguro que no cabría totalmente en su interior. Ese sería un problema mucho más difícil puesto que, al tener distinta forma, seguro que “el mapa” se saldría de la provincia en algunos lugares.

Al final, encontramos que la forma más realista de buscar la escala es de forma empírica. Usando dos copias del mapa de España probaremos a reducirlo hasta que quepa dentro de la provincia. Como estamos usando herramientas informáticas podemos consultar las propiedades de las dos imágenes para ver el ancho de las mismas y calcular la escala, en este caso hemos usado exactamente la escala 1:10.



5.- En ese mapa, ¿qué tamaño tendría tu pueblo? ¿Y tu casa?

6.- Está claro que esta escala no sirve para representar un “mapa geográfico” pero, ¿serviría para algún otro propósito?

... y los Colegios de Cartógrafos levantaron una Mapa del Imperio, que tenía el tamaño del Imperio y coincidía puntualmente con él...

7.- Comenta la frase que encabeza este apartado.

8.- Vamos a calcular de nuevo la escala de un mapa como el de la frase del encabezamiento. Pero ¿qué medidas tomaremos como referencia para ello? Discute con tus compañeros sobre esto y calcula la escala.

9.- No hace falta que hagamos muchas cuentas para saber cuanto mediría nuestra casa en ese mapa, pero nos volvemos a preguntar si esa escala servirá para algo. Busca algún ejemplo no cartográfico en el que se use esta escala.

10.- Imagina un mapa de tu casa que fuese de grande como tu casa, ¿Qué opinión te merece dicho plano?

Vamos a cometer Errores.

11.- Imaginemos que tenemos la posibilidad de medir una longitud sobre el primero de los mapas que hemos comentado aquí (el de España sobre Albacete). Pero, ¿cual sería el instrumento de medida que usarías? Como es lógico, depende de cuanto queramos medir.

- a) Supongamos que queremos medir la longitud de la fachada del ayuntamiento de tu pueblo sobre el mapa. Como, incluso sobre el mapa, esa fachada sigue siendo muy grande, usaremos un metro. ¿Qué error de medida se comete al medir con el metro?
- b) Según la escala del mapa que hemos calculado antes, ese error sobre el mapa se puede trasladar a un error en la realidad, ¿a cuánto asciende este error?

12.- Según la Wikipedia:

Los errores geométricos de un mapa suelen mantenerse por debajo de lo que el ojo humano puede percibir. Es habitual cifrar el límite de la percepción visual humana en 0,2 Mm.

Es decir, que el ojo humano lo podemos considerar como un “instrumento de medida” (ahora tiene sentido la expresión de “medir a ojo”) en el cual, el error cometido es de 0,2 mm. ¿Este error cometido sobre ese plano, a cuánto asciende en la realidad?

13.- Según el texto, el mapa del que estamos hablando tiene la perfección indicada en el ejercicio anterior. Es decir, que cualquier variación de un accidente geográfico superior a la medida de error calculada tendría que estar representada en el mapa. Pon ejemplos de objetos de la vida cotidiana que superen el tamaño antes indicado (Es decir que serían visibles en ese mapa).

Escalas:

Si hablamos de las escalas a nivel general (no solo en cartografía), tenemos tres tipos de escalas:

- **Escala natural.** Es el tipo de mapa con el que termina el texto. Esta escala, si bien no es útil para cartografía, ya hemos visto que sí se utiliza en otros campos.

- **Escala de reducción.** Se usa para representar objetos con un tamaño inferior al real. Es el tipo al que estamos acostumbrados en los mapas, maquetas, etc.
- **Escala de ampliación.** Se usa para representar objetos demasiado pequeños para ser apreciados a simple vista. (Un ejemplo sería la escala 100:1 cada 100 unidades en el modelo es sólo 1 en la realidad)

Aunque, en teoría, sea posible aplicar cualquier valor de escala, en la práctica se recomienda el uso de ciertos valores normalizados con objeto de facilitar la lectura de dimensiones mediante el uso de reglas o escalímetros.

Estos valores recomendados para las escalas de reducción son:

1:2, 1:5, 1:10, 1:20, 1:50, 1:100, 1:200, 1:500, 1:1.000, 1:2.000, 1:5.000, 1:20.000

14.- Busca junto a un par de compañeros, ejemplos de aplicaciones prácticas reales en las que crees que se puede aplicar cada una de estas escalas. Para ello indica el tamaño que tendría el objeto representado en la realidad y en el plano para comprobar que todo cuadra y que el plano es útil y manejable.

Trabajo en equipo

Cada uno de los cuatro grupos trabajará una de las siguientes cuestiones:

15.- Busca en Internet, algún libro de ciencias o en una enciclopedia cual es el tamaño de una célula (por ejemplo eucariota animal) y de sus partes y orgánulos más importantes (núcleo, nucleolo, ribosomas, mitocondrias, lisosomas). ¿Qué escala usarías (en este caso, de ampliación) para hacer un modelo a escala en el que se puedan apreciar sus partes? ¿Qué tamaño tendrían en este modelo cada una de las partes?

El tamaño y la forma de una célula, incluso centrándonos en las eucariotas animales, es muy variado. Según las fuentes de Internet consultadas, puede medir entre 10 y 100 micras, siendo los siguientes algunos ejemplos:

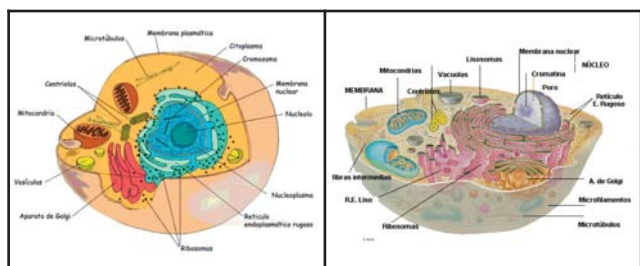
Células óseas:	12 – 25 micras.
Glóbulos rojos:	7’5 – 8 micras.
Bacteria:	2 – 3 micras.
Neuronas:	100 – 200 micras.

Puesto que encontramos una gran variedad de medidas, lo primero que observamos es que es imposible representar una “célula tipo”, simplemente hacemos un modelo de los muchos posibles, pues también tenemos mucha variedad en la morfología. Los tamaños de los orgánulos que pretendemos representar son:

	Tamaño	Tamaño según escala	
		133.333:1	31.000:1
Célula eucariota media	$10 \cdot 10^{-6}$ m	1,33 m	31 cm
Núcleo	$6 \cdot 10^{-6}$ m	80 cm	18,6 cm
Mitocondrias	$2 \cdot 10^{-6}$ m	26,6 cm	6,2 cm
Ribosomas	$32 \cdot 10^{-9}$ m	4,3 mm	1 mm
Membrana celular	$7,5 \cdot 10^{-9}$ m	1 mm	

En los tamaños encontramos varias unidades de medida a las que no estamos acostumbrados, como nanómetros o micras. Usaremos la red para encontrar las equivalencias con el metro, aunque por comodidad a la hora de comparar, no usamos la notación científica.

Para decidir la escala usada, primero tenemos que comprobar cual es el tamaño más pequeño que vamos a representar, para que sea visible con la escala que utilizaremos. Si queremos usar escalas más exactas, podemos representar los ribosomas con un tamaño de 3,2 Mm.; con lo cual la escala será 100.000:1 y la célula mediría 1m. Este modelo nos permite comprobar que los dibujos de los libros de ciencias deben ser considerados como esquemas, puesto que hacerlo a escala real sería imposible en un libro de texto.

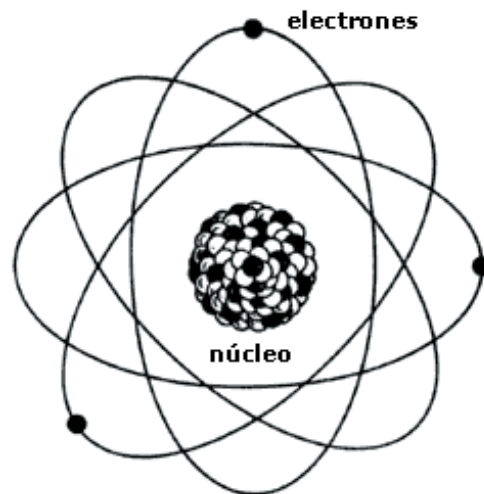


16.- Busca en Internet, algún libro de ciencias o en una enciclopedia los tamaños de un protón, un neutrón, un electrón y el del propio átomo. ¿Qué escala usarías (en este caso, de ampliación) para hacer un modelo a escala en el que se puedan apreciar el átomo completo y sus partes? ¿Qué tamaño tendrían en este modelo cada una de las partes?

De nuevo tenemos que usar las potencias de 10 para expresar los tamaños.

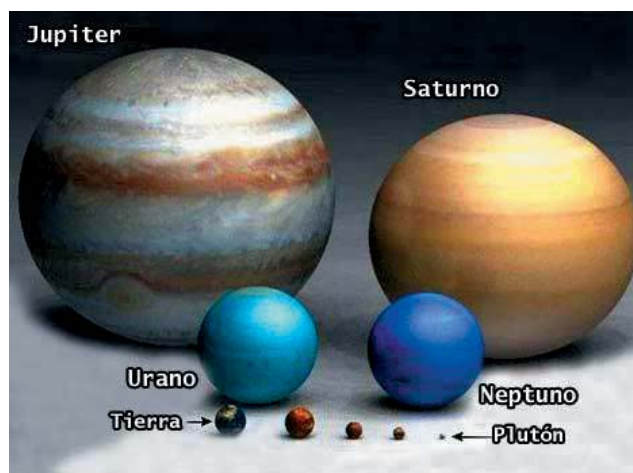
	Tamaño	Tamaño según escala		
		$3,6 \cdot 10^{14}$:1	$1,9 \cdot 10^8$:1	$3,8 \cdot 10^7$:1
Átomo de Hidrógeno	$5,29 \cdot 10^{-11}$ m	19 Km	530 m	106 m
Protón	10-15 m	36 cm	1 cm	2 mm
Electrón	$5,55 \cdot 10^{-19}$ m	0,2 mm		

La sorpresa se este modelo es el gran vacío que existe en un átomo, incluso siendo el más pequeño de todos. Para imaginarlo, basta que comentemos que un campo de futbol mide 120 m (sin gradas). En ese modelo los electrones estarían moviéndose a gran velocidad, muy alejados del núcleo y representados por partículas invisibles al ojo humano. Evidentemente, este modelo también está muy alejado del típico átomo de los libros de texto.



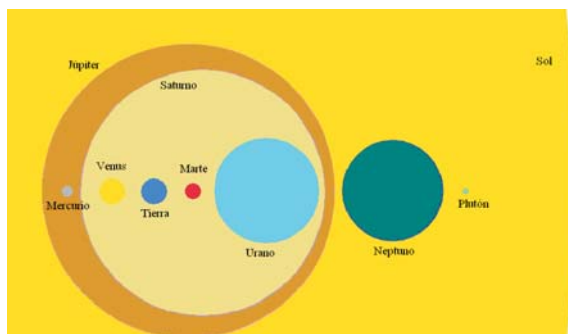
17.- Para hacernos una idea que nos permita comparar los planetas del sistema solar, vamos a realizar una representación de los mismos a escala. Pero cuidado porque hay mucha diferencia en los tamaños. De manera que habrá que elegir bien la escala (no sea que algunos no se vean, o que otros sean tan grandes que aun no los percibamos totalmente).

	Diámetro	Tamaño según escala	
		2,39·10 ⁹ :1	10 ⁹ :1
Sol	1.392.000 Km	58,24 cm	1,39 m
Mercurio	4.879 Km	2 mm	4,9 mm
Venus	12.104 Km	5 mm	1,2 cm
Tierra	12.742 Km	5 mm	1,3 cm
Marte	6.794 Km	3 mm	6,7 mm
Júpiter	142.984 Km	5,98 cm	14,3 cm
Saturno	120.536 Km	5,04 cm	12 cm
Urano	51.118 Km	2,14 cm	5,1 cm
Neptuno	49.572 Km	2,07 cm	4,9 cm
Plutón	2.390 Km	1 mm	2,4 mm



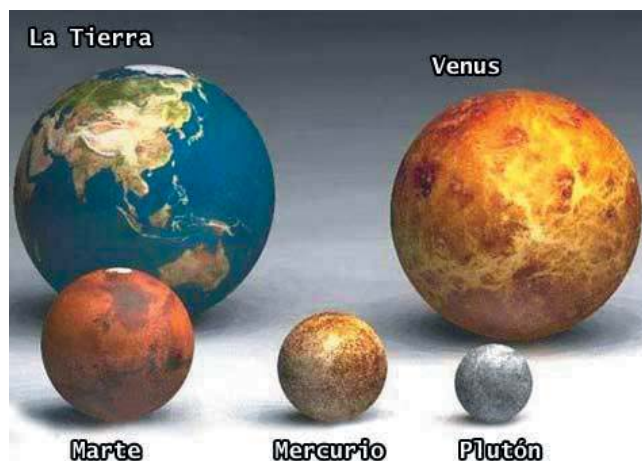
18.- El sistema solar es demasiado grande para nuestra comprensión, vamos a hacer una maqueta a escala de las órbitas de todos los planetas. Pero cuidado porque hay mucha diferencia en los tamaños.

Aquí tenemos una representación de hecha con el programa Cabri con esos datos y otra descargada de Internet muy vistosa pero en la que no sabemos si las proporciones son correctas.



	Diámetro	Tamaño según escala	
		2,39·10 ⁹ :1	109 :1
Sol	1.392.000 Km	58,24 cm	1,39 m
Mercurio	4.879 Km	2 mm	4,9 mm
Venus	12.104 Km	5 mm	1,2 cm
Tierra	12.742 Km	5 mm	1,3 cm
Marte	6.794 Km	3 mm	6,7 mm
Júpiter	142.984 Km	5,98 cm	14,3 cm
Saturno	120.536 Km	5,04 cm	12 cm
Urano	51.118 Km	2,14 cm	5,1 cm
Neptuno	49.572 Km	2,07 cm	4,9 cm
Plutón	2.390 Km	1 mm	2,4 mm

Trabajo final de toda la clase



Usando la escala que ha calculado el grupo que contestó la pregunta 17, la clase tiene que representar de las distancias de los planetas en el sistema solar (como en el ejercicio 18). No debemos sorprendernos por las dimensiones que cobrará dicha representación ya que aun no llegamos a cubrir toda la provincia ni todo el país como en el texto. Pero sí es sorprendente el tamaño del universo, ¿no crees? ■

			Tamaño según escala	
		Tamaño	2,39·10 ⁹ :1	10 ⁹ :1
Sol	Diámetro	1.392.000 Km	58,2 cm.	1,39 m
Mercurio	Diámetro	4.879 Km	2 mm	4,9 mm
	R. Orbital Med.	57,9·10 ⁶ Km	24,2 m	57,89 m
Venus	Diámetro	12.104 Km	5 mm	1,2 cm
	R. Orbital Med.	108,2·10 ⁶ Km	45,27 m	108,21 m
Tierra	Diámetro	12.742 Km	5 mm	1,3 cm
	R. Orbital Med.	149,6·10 ⁶ Km	62,60 m	149,60 m
Marte	Diámetro	6.794 Km	3 mm	6,8 mm
	R. Orbital Med.	227,9·10 ⁶ Km	95,35 m	227,94 m
Júpiter	Diámetro	142.984 Km	6 cm	14,3 cm
	R. Orbital Med.	778,4·10 ⁶ Km	325,68 m	778,41 m
Sturno	Diámetro	120.536 Km	5,0 cm	12,1 cm
	R. Orbital Med.	1.426,7·10 ⁶ Km	597 m	1427 m
Urano	Diámetro	51.118 Km	2,1 cm	5,1 cm
	R. Orbital Med.	2.871,0·10 ⁶ Km	1.201 m	2871 m
Neptuno	Diámetro	49.572 Km	2,1 cm	4,9 cm
	R. Orbital Med.	4.498,2·10 ⁶ Km	1.882 m	4498 m
Plutón	Diámetro	2.390 Km	1 mm	2,4 mm
	R. Orbital Med.	5.913,5·10 ⁶ Km	2.474 m	5914 m

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Borges, J. L. (2003). *El hacedor*. Madrid: Alianza Editorial.

Internet:

<http://es.wikipedia.org/wiki/Wikipedia:Portada>
http://www.tutiempo.net/p/distancias/calcular_distancias.html
<http://sigpac.mapa.es/feqa/visor/>

Este artículo fue recibido en *Suma* en abril de 2010 y aceptado en enero de 2011.