

Desde hace tiempo se menciona, casi tímidamente, la posibilidad de que Velázquez haya utilizado el número áureo. Este trabajo intenta considerar esa posibilidad desde nuevas perspectivas a través del estudio de varias tramas, formas geométricas y otros argumentos así como un análisis de las propiedades matemático-simbólicas que podían interesar al pintor para incorporarlas en sus cuadros. Se realiza una interpretación original de Inocencio x y de Las Meninas a partir del análisis de las coincidencias encontradas con las tramas que involucran a ese número.

Palabras Clave: Número áureo, formato pintura, simbología, retículas, geometría.

Velázquez and the golden ratio

Several texts have mentioned in the past years, although in a very subtle way, that the golden ratio might have been used by Velazquez in his works. The intention of this article is studying that possibility from new perspectives, such as the analysis of several compositions and geometric shapes, as well as the analysis of the mathematical-symbolic properties which the painter might have considered interesting enough to be used in his paintings. An new interpretation of the paintings Inocencio x and Las Meninas is presented here from the analysis of the coincidences found for the compositions involving the gold ratio.

Key words: Golden ratio, painting format, symbology, reticles, geometry.

Proporciones y número áureo en la pintura

La elección de unos u otros valores numéricos para el tamaño y forma de los cuadros ha sido normalmente una decisión determinante en su resultado final. Además de los criterios técnicos empleados para escoger un formato determinado y el uso de ciertas reglas geométricas, en esas decisiones también pueden influir los significados de esas formas y proporciones. Desde las primeras civilizaciones ha sido frecuente atribuirle a los números connotaciones místicas, como la de la *Escuela Pitagórica*, que con su interpretación religiosa de los números contribuyó al conocimiento de muchas de sus propiedades. A algunos se les han dado atributos relacionados con Dios y el orden cósmico y otros por el contrario eran aciagos¹. Luca Pacioli, conecta las propiedades universales del número áureo con las de Dios en *De divina proportione*, obra ilustrada por Leonardo da Vinci.

Pintores del siglo XIX y XX usaron conscientemente el número áureo como símbolo de una perfección ligada al movimiento, pero si ya se hizo también en siglos pretéritos es algo muy probable pero difícil de confirmar. No cabe esperar que todo autor que lo haya usado lo mencionara ya que es frecuente no hacer públicas algunas de las técnicas empleadas por otra vía

que no sea su propia obra². Las investigaciones que señalen esas u otras claves, e.g. Bouleau (1996), pueden ser objeto de debate durante mucho tiempo.

Alpatov (1935) afirmó que Velázquez usó de forma consciente el número áureo en *Las Meninas*. Desde entonces otros estudios, muy escasos en número, lo han afirmado³, siendo un tema de interés en Historia del Arte pero también para quien quiera conocer el uso que se le han dado a las Matemáticas en las obras artísticas. Queremos mostrar algunos indicios nuevos de su posible utilización por el pintor sevillano y de que pudo haberlo utilizado como recurso ligado a una interpretación alegórica de sus propiedades matemáticas. Este trabajo continúa el que hemos publicado recientemente con Carlos del Valle (2009) sobre este tema.

Propiedades del número áureo

Los lectores y lectoras saben que el número áureo tiene muchas características que lo hacen un número singular.

Luis Carlos Cachafeiro Chamosa
Universidade de Santiago de Compostela

Revisemos aquellas que más se relacionan con nuestro objetivo.

1. El número áureo, φ , se define como la proporción que divide a un segmento en dos partes tales que la mayor es a la menor como el total es a la mayor.
2. De la definición se deduce que se conserva para la suma y diferencia. Así:

$$\varphi = \frac{\varphi}{1} = \frac{\varphi+1}{\varphi} = \frac{(\varphi+1)+\varphi}{\varphi+1} = \dots = \frac{1}{\varphi-1} = \frac{\varphi-1}{1-(\varphi-1)} = \dots$$

por lo que $\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$ y denotando $\varphi' = 1/\varphi$, se verifica $\varphi - 1 = \varphi'$.

3. Es el cociente entre la diagonal y el lado del pentágono regular. Trazando las diagonales de éste, se obtiene el pentáculo⁴. La división y subdivisión de la diagonal son áureas. Si $AB=1$ (ver figura 1), $AF=\varphi'=GC$, $FG = \varphi'^2$, $AG=1$, $AC=\varphi$.
4. En el pentáculo hay dos tipos de triángulos: isósceles de 72° , 72° y 36° , llamado *triángulo sublime*, e isósceles obtusángulo de 36° , 36° y 108° que tiene los lados en proporción $1: \varphi^2$ y los ángulos en la $1:3$.
5. Un rectángulo áureo es aquel que tiene los lados en proporción áurea. A partir de uno se generan otros por adición o sustracción de cuadrados.

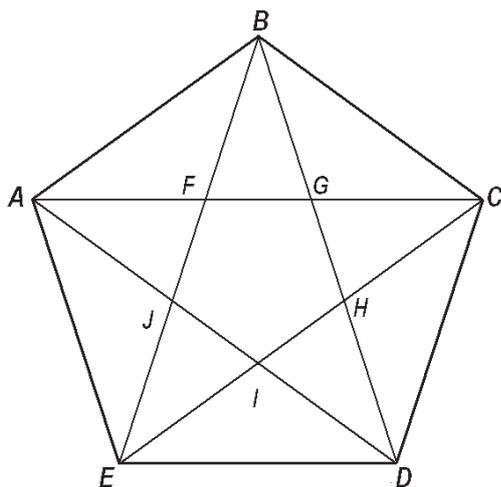


Figura 1. Pentáculo.

El número áureo tiene conexiones con diversas partes de las Matemáticas, como nos muestran diversos artículos publicados en *Suma*, pero también de otras partes de las ciencias y artes, como la biología o la arquitectura. Estos eran algunos de los temas que le interesaban a Velázquez, que vivió en un momento de desarrollo científico⁵ en el que se conformaron nuevas formas de pensar por parte de los artistas y científicos. El reciente trabajo de Martín Casallerrey (2009), que observa conexiones entre la concepción del espacio de Velázquez y Descartes nos lo ilustra de forma muy significativa. Estudian-

do la estructura de los cuadros de Velázquez hemos encontrado indicios de que utilizó ciertas formas relacionadas con el número áureo. Las características de este trabajo nos obligan a limitar la muestra a unos pocos ejemplos.

Divisiones áureas de la horizontal y de la vertical

La triple división de un segmento unitario en $1/\varphi^2$, $1/\varphi^3$, $1/\varphi^2$ y que llamaremos *doble división áurea*⁶, realizado para la altura y la anchura de un cuadro, produce una trama simétrica con nueve pequeños rectángulos, más atractiva que la basada en la división $1/3, 1/3, 1/3$ que resulta monótona y rígida. Si aquella trama reticular coincide con divisiones notables del cuadro puede pensarse en el azar o que se haya trazado previamente una trama creada a partir de la razón áurea o incluso, como sugiere Neveux (1995), de la división de $3/8$, $2/8$ y $3/8$ próxima a la áurea aunque ésta tiene poco interés interpretativo y ni siquiera sea más sencilla de construir (ver figura 9). Si se subdividen de igual forma los segmentos resultantes, *doble subdivisión áurea*, se obtiene una trama en la que las líneas conservan la proporción áurea (propiedad 2) teniendo mayor libertad para distribuir los objetos y que puede usarse en varios cuadros sin aparente repetición.

Mostramos dos ejemplos de cuadros donde se encuentra el solapamiento de la trama, especialmente la de la doble división áurea, con la estructura del cuadro a partir de algunos objetos que se encuentran en él, como personajes, caras, líneas, bordes, etc. Se usará la notación Ha (con $a=0; \varphi^2; \varphi'; 1$) para las divisiones áureas de la base y Hab (con $b=\varphi^2; \varphi'$) para las correspondientes divisiones de Ha . Las verticales que pasan por esos mismos puntos, conservarán ese mismo nombre. Para la división de la vertical y sus perpendiculares por esos puntos substitúyase H por V .

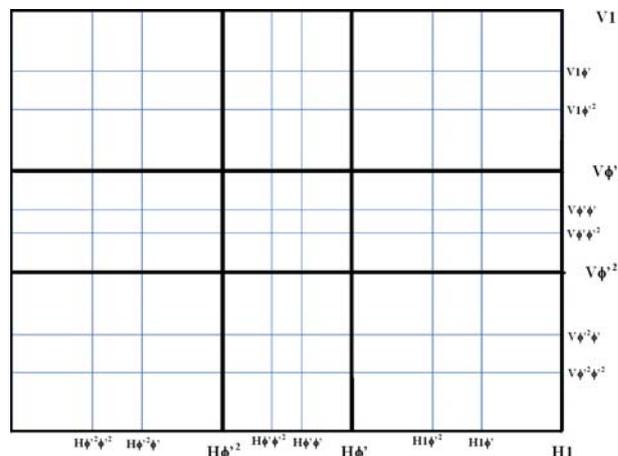


Figura 2. Trama basada en la doble subdivisión áurea.

El Papa Inocencio X

Realizado en su segundo viaje a Italia, con este cuadro consolidó su prestigio en los ambientes artísticos de Roma. Se observa que el soporte de los brazos se encuentra en $V\phi'^2$ y la sortija en $H\phi'^2$. La parte frontal de la cara se encuentra enmarcada por $H\phi'^2$ y $H\phi'\phi'^2$. Dos de los bordes dorados del sillón se limitan por líneas de esta trama.

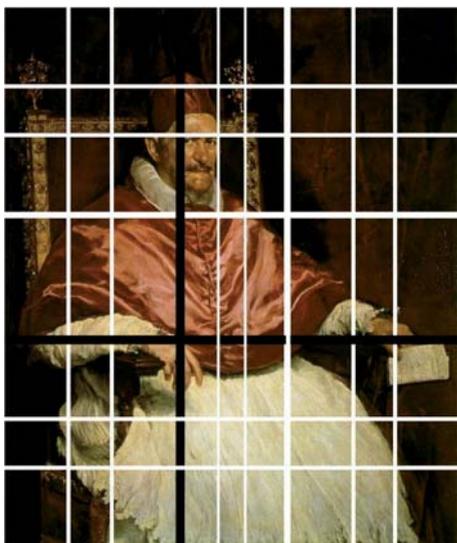


Figura 3. Subdivisiones áureas de El Papa Inocencio X (Galeria Doria-Pamphilij. Roma)

Baltasar Carlos

La posición del brazo derecho nos recuerda la del izquierdo de Inocencio X, ahora en $V\phi'$. Los pies perfectamente delimitados por divisiones y subdivisiones áureas. La cara también está encuadrada entre $H\phi'$ y $H\phi'\phi'^2$.

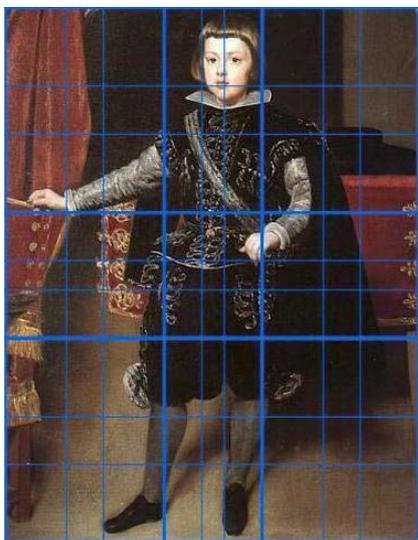


Figura 4. Trama ortogonal superpuesta al cuadro de Baltasar Carlos (Kunsthistorisches Museum. Viena).

Esta coincidencia de los pies con la doble división y subdivisión áureas se repite en muchos otros retratos como los de Pablo de Valladolid, de Felipe IV o del Conde Duque. La forma de colocar los pies es fundamental para el equilibrio de la persona representada. Con frecuencia vemos colocados los pies en posiciones determinadas, formando un ángulo entre ellos próximo a los 90° y limitados por subdivisiones áureas.

Reticula oblicua a partir de los ángulos de 36° y 72°

La trama ortogonal basada en la doble división áurea debería acompañarse de algún tipo de estructura oblicua para evitar que el cuadro resulte excesivamente rectangular, claramente en contra del gusto del Barroco. Para romper esa ortogonalidad puede usarse una retícula oblicua. La isométrica adolece del defecto señalado para la división en $1/3, 1/3, 1/3$.

Sobre cada vértice A, B, C, D del cuadro trazamos las líneas que forman ángulos de 36° y 72° con la horizontal, completándolos con sus complementarios de 18° y 54° . Estos segmentos en varios cuadros de Velázquez parecen convertirse en líneas estructurales. Hemos identificado los segmentos por el vértice seguido de su inclinación.

El Papa Inocencio X

Las líneas A36, A72, B36, C36, C72, D36 y D72 separan las manos, el gorro, el mentón y la cara. D36 separa los ojos, A36 y B36 se juntan en el borde de la muceta con el sobrepelliz. Ampliando a los ángulos de 18° y 54° , vemos que C18 y D72 se cortan en el vértice superior izquierdo de la butaca.

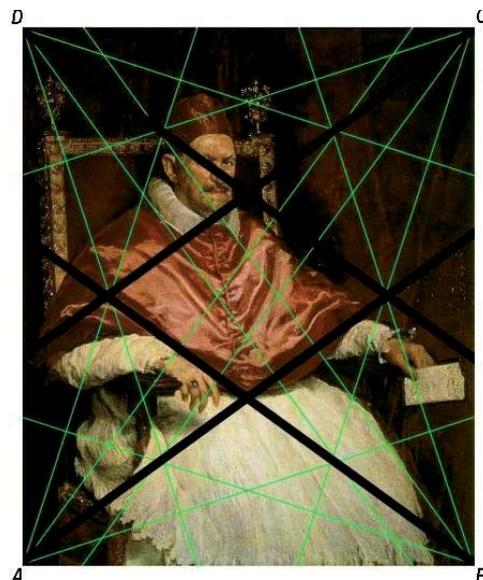


Figura 5. Reticula oblicua superpuesta con el cuadro de Inocencio X.

Para evitar en el lector que la trama completa dificulte la observación de las coincidencias entre las líneas y segmentos de los cuadros, sólo mostramos a continuación la trama de 36° y 72°.

Felipe IV

Las líneas A72 y D72 hacen de límite de la mano, A72 y B72 de la cara del rey. C72 lo hará del borde izquierdo del zapato. El objeto situado encima de la mesa se limita por A54 y D36.

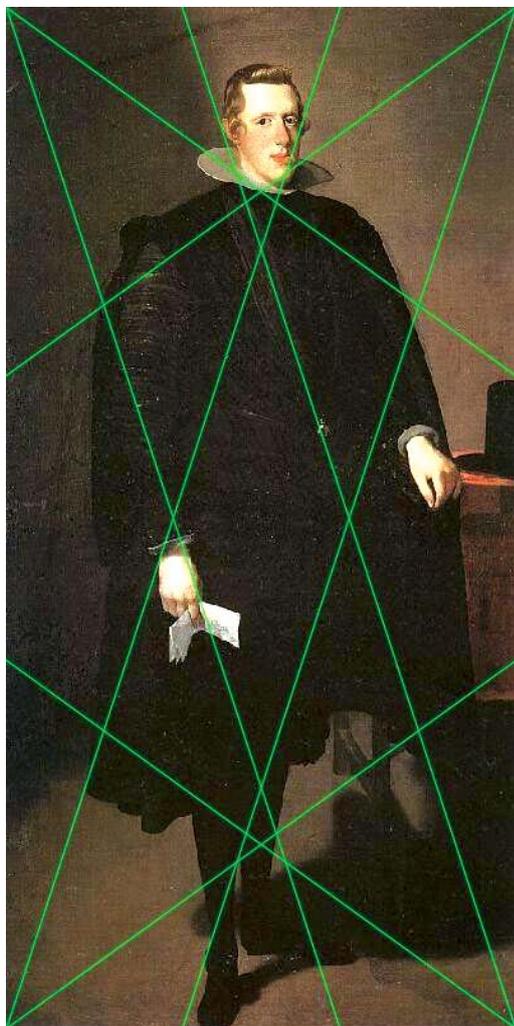


Figura 6. La retícula oblicua superpuesta al retrato de Felipe IV (Museo Nacional del Prado. Madrid)

El bufón Calabacillas

B72 hace de eje de simetría de la cara y C72 para el brazo y mano izquierdos. D36 separa la cabeza, del resto del cuerpo, mientras que C36 y D72 dividen o separan la mano y pie derechos.

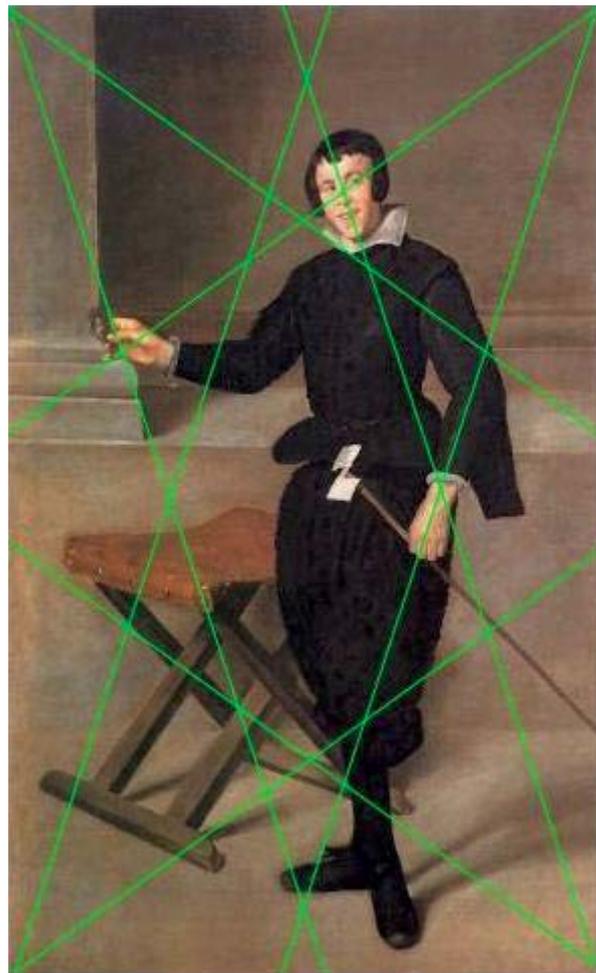


Figura 7. La retícula oblicua superpuesta al retrato del bufón Calabacillas (The Cleveland Art Museum).

Intersección de retículas. Formatos

Si Velázquez empleara una retícula ortogonal y otra oblicua basadas en el número áureo, tendría que tomar decisiones previas sobre las medidas del cuadro para que el encaje de una y la otra trama fuera armónico. ¿Existirá alguna propiedad que involucre a las dos tramas y que aparezca en un número razonable de cuadros de Velázquez? Seijas (1997) encontró en los cuadros de Velázquez del Museo del Prado algunos formatos⁷ áureos (φ , $\sqrt{\varphi}$) y otros como $2/\sqrt{3}$.

Trazando las dos tramas en el cuadro del Papa se observa que A72 prácticamente se corta con Hv^{72} en V1 (señalado con un punto blanco en la figura 8). ¿Estarán las medidas de este cuadro diseñadas previamente para que concurran en un punto $H\varphi^{72}$, A72 y V1 y lo hagan en otro punto A36, H1 y $V\varphi$?

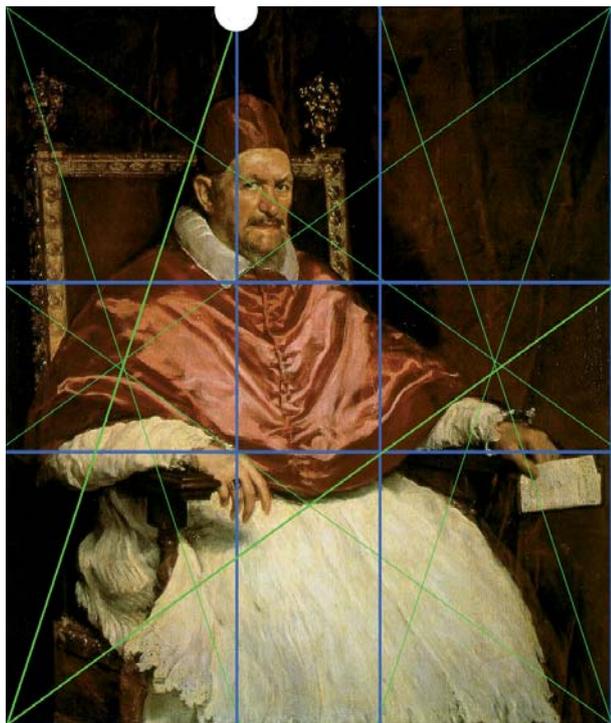


Figura 8. Superposición de tramas ortogonal y oblicua sobre el retrato del papa Inocencio X.

De las propiedades 2, 3 y 4 se deduce que las tres líneas concurren si el formato es $\sqrt{3 - \varphi} = 1,1756\dots$ aunque para su construcción geométrica es más cómodo usar su equivalente $\sqrt{1 + \varphi^2}$. El formato del retrato es $7/6 = 1,166\dots$. La diferencia supone que los cortes de esas líneas distan entre sí 1,07 cm en ese cuadro y el ángulo difiere de 72° tan sólo $0,13^\circ$. Encontramos bastantes cuadros con un formato semejante que no idéntico. Si quisiera que las líneas se juntaran exactamente en un punto debería dar a todos idéntico formato sin variación entre ellos lo que resulta poco razonable. Hacerlos coincidir con valores como $7/6$ o $2/\sqrt{3}$ permite una ocultación de la propia repetición.

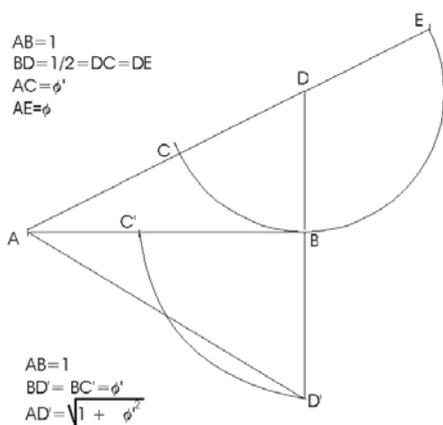


Figura 9. Obtención de φ , φ^2 y de $\sqrt{1 + \varphi^2}$ a partir de triángulos rectángulos.

Este formato $\sqrt{3 - \varphi}$ resulta visualmente atrayente con dos puntos destacados en los que se cortan las líneas de la retícula oblicua de 36° y 72° . Veamos en que cuadros pudo haber usado este modelo considerando un formato entre 1,15 y 1,20 que corresponde a inclinaciones entre $71,5^\circ$ y $72,5^\circ$ (de la línea que une el punto A y el corte del borde superior, V1, con $H\varphi^2$).

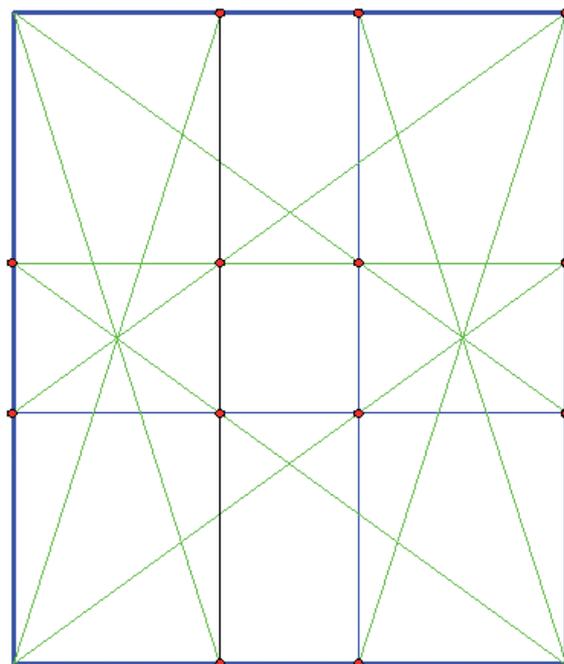


Figura 10. Superposición de tramas ortogonal y oblicua en el formato $\sqrt{1 + \varphi^2}$.

Cuadro	Formato exacto ⁸	Cociente	Cuadro	Formato exacto	Cociente
Vieja friendo huevos	$\sqrt[3]{2}$	1,19	La comida	7/6	1,17
Villa Médici		1,16	Villa Médici fachada gruta		1,16
La tentación de Santo Tomás	6/5	1,20	Juan Mateos	6/5	1,20
Baltasar Carlos a caballo		1,20	La rendición de Breda		1,20
Retrato de hombre		1,17	Autorretrato		1,20
Un caballero de la orden de Santiago		1,20	Juan de Pareja		1,16
Inocencio X	7/6	1,17	Infanta Margarita		1,19

Tabla 1. Cuadros de formatos entre 1,15 y 1,20

Varios de esos cuadros se encuentran entre los más elaborados de Velázquez y en la mayoría se ven líneas que se superponen con las tramas ortogonal y oblicua. En su última época pintó casi exclusivamente con este formato, lo que parece ha pasado desapercibido entre los estudios sobre su pintura.

Rectángulos áureos

Suponiendo que Velázquez utilizó el número áureo en varias formas, cabía esperar que el rectángulo áureo fuera uno de sus formatos preferidos y que aparecieran otros rectángulos de este tipo en el interior de bastantes cuadros. Seijas Seoane atribuye un cuadro de Velázquez del Museo del Prado al formato áureo, si bien se trata de una copia. Encontramos algunos rectángulos áureos destacados en el interior de algunos cuadros aunque su número es relativamente escaso. Esto no resulta contradictorio con nuestra suposición ya que podría haber escogido usar diversas técnicas basadas en ese número sin hacerlo excesivamente explícito. Entre los que hemos encontrado algunos casos resultan sugestivos por dar origen a interesantes interpretaciones.

En el cuadro del Papa Inocencio X el papel que sostiene tiene esa misma forma al igual que la cara junto con el birrete papal.



Figura 11. Rectángulos áureos sobre partes determinantes del cuadro Inocencio X.

Significado simbólico del número áureo y posibles usos en su pintura

Aunque se hayan tardado siglos en saberlo, Velázquez fue un pintor barroco que incorporaba numerosos elementos conceptuales que tomaba de la mitología, de la historia y la religión fundamentalmente. Mencionamos atrás a Luca Pacioli quien utilizó sus estudios del número áureo para relacionarlo con conceptos como la perfección, el poder, el equilibrio armónico, el conocimiento, Dios y la eternidad. En la biblioteca de Velázquez había libros que mencionan el número áureo⁹ y estaba interesado en la temática científica y en la interpretación de los objetos representados, por lo que puede suponerse que conociera esas interpretaciones. Como señala Aterido (2007) respecto de esa bibliografía:

Muy numerosa es la parte científica que revela una atención especial por temas diversos, pero con importante aplicación en su trabajo.

Un símbolo que combina el equilibrio y el cambio, el poder expresado por su universalidad, lo que se conserva indefinidamente, es atrayente para un pintor preocupado por la representación conceptual de sus cuadros¹⁰.

Vamos a realizar una interpretación propia de lo que pudo expresar Velázquez en su cuadro *El Papa Inocencio X*.

El número áureo, símbolo asociado al equilibrio, a la conservación sin ser monótona, al propio Dios, ¿no es una forma apropiada de representar el orden establecido, el papado y la Iglesia? La Iglesia tiene que mirar al futuro, representado generalmente en la pintura por la zona externa al cuadro en su parte derecha. El brazo izquierdo del papa está dirigido a esa parte sostenido, sólidamente, por el brazo de la butaca en la posición $V\varphi^2$. El pintor estaría recordando la solidez y atemporalidad de la Iglesia.

En su mano derecha lleva un símbolo del papado: el anillo que, como señal de subordinación, deben besar los creyentes a los que recibe. Es un símbolo del poder terrenal, demostrado tanto por la riqueza de la Iglesia como por su influencia. La mano que lleva el anillo se encuentra hacia abajo, lo que puede expresar el propio decaimiento del papa pero también lo poco que representa un individuo por poderes terrenales que haya tenido. Observando la posición del anillo vemos que se encuentra en $H\varphi^2$ que es una posición asociada al poder y singularidad dadas por el número áureo. Ese poder representado por el anillo, es terrenal pero sigue siendo poder y es de carácter único.

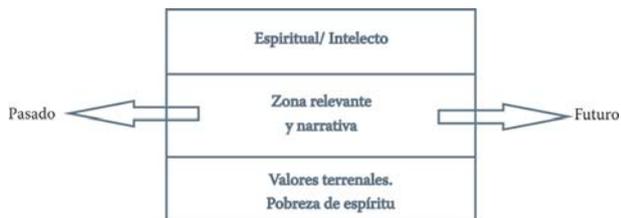


Figura 12. Interpretación clásica del tiempo y de los valores personales en un cuadro.

Tradicionalmente se ha interpretado que en una división vertical en tres rectángulos, el tercio superior representa a lo más sublime, como la inteligencia, mientras que los valores de la parte inferior son terrenales (pudiendo llegar a lo despreciable). Esto concuerda con la posición del anillo situado en el tercio inferior áureo y sobre todo mirando hacia abajo.

En el centro de la doble división áurea de la horizontal se encuentra la cara del papa, enmarcada en un rectángulo áureo. Aquí la perfección no es, evidentemente, física, sino del intelecto asociado a la institución (cabeza+birrete).

La solicitud que lleva el papa Inocencio en su mano izquierda también se encuentra en la parte inferior áurea. Esta solicitud es también un rectángulo áureo donde Velázquez firma el cuadro¹¹. Si el papel tiene medidas perfectas, puede querer representar la justicia de esa solicitud que realiza el pintor aunque lo haya colocado en una posición humilde que parece se le puede caer al papa. ¿Ha jugado aquí Velázquez con lo grande y lo pequeño y su propio ensalzamiento a base de hacerse pasar por humilde?

El número áureo en *Las Meninas*

Es una obra impresionante y compleja. Señala Portús (2005):

En cuanto a *Las Meninas*, no es casualidad que una obra tan enrevesada desde el punto de vista de su contenido y su estructura incluya varias referencias histórico-artísticas y entre sus múltiples significados haya algunos relacionados con la teoría artística.

En esta obra, aplicando los criterios antes mencionados, encontramos formas áureas algunas coincidentes y otras diferentes de las que mencionan entre otros Seijas (1997), Del Campo (1989) y Rafael Pérez (2008). En la figura puede observarse que la abertura por la que entra la luz al fondo del cuadro es un rectángulo áureo. Se encuentra parcialmente oculto por José Nieto, personaje cuyo papel en el cuadro es notablemente diferente del de los demás y que ha intrigado a los investigadores, preguntándose por ejemplo si entra o sale del cuadro. Parece una persona que está fisgoneando donde no lo han llamado. Pese a encontrarse a contraluz lo muestra con suficiente detalle, como si quisiera que fuera reconocido a pesar de la distancia.

La luz, que se encuentra asociada tradicionalmente a la razón y a lo verdadero, aquí es muy intensa y doblemente perfecta por pasar por un rectángulo áureo. Un comentario clásico respecto de este cuadro señala la sensación de autenticidad que crea en el espectador, como si fuera concebido para ser visto no como un cuadro usual sino como un cuadro que hace sentir la sensación de realidad auténtica. ¿Usó Velázquez el símbolo de la luz, la verdad, que pasa por un rectángulo áureo como forma de decir que era su obra perfecta y real?

Esa luz en ese momento está obstaculizada por José Nieto, que reduce notablemente la iluminación de la sala (oculta el 55% del rectángulo), lo que pudo obligar a Velázquez a realizar una parada en su trabajo¹². La “razón” se encuentra parcialmente bloqueada por un visitante inoportuno que podría estar representando, a través de José Nieto, al colectivo de nobles y cortesanos a los que Velázquez consideraba prescindibles e inútiles que los tenía en baja consideración y que intentaron obstaculizar su relación con el rey¹³. El hecho de que José Nieto fuera el aposentador de la reina, equivalente al cargo de Velázquez, le daba posibilidades de incluirlo en el cuadro sin alterar el sofisticado equilibrio de poderes del Alcázar y que en parte se reproducen en el cuadro.

Sobre el significado de esta obra se han expuesto muchas concepciones. Se considera que en ella no ha dejado nada al azar y que trata temas como la lealtad, la nobleza de la pintura y el propio autor, el futuro de la monarquía, aunque a José Nieto no se le da un papel especial en el cuadro. La conjetura expuesta sería coherente con la creencia, extendida entre muchos estudiosos de Velázquez, de que entre Nieto y Velázquez no había buenas relaciones, justificando así, que apareciera en su obra maestra, hecho que ha intrigado tradicionalmente a los investigadores. Sea esta correcta u otra, se observa que el papel de Nieto es fundamental para una interpretación de *Las Meninas*. Y los estudios de esta obra en el siglo XX demuestran que Velázquez nos ha dejado pistas que dificultan su interpretación, empleando para ello la óptica, la perspectiva, la geometría junto con un conocimiento profundo de la forma de pensar de su tiempo, quedando aún hoy como un singular objeto de estudio y admiración.

Al hallar en sus cuadros formas áureas en destacadas posiciones y objetos y que inducen en algunos casos a dotar de significado a esos objetos, se refuerzan notablemente los argumentos de que Velázquez usó conscientemente el número áureo. Y resulta coherente con su conocido interés por aportar en sus obras recursos simbólicos que le permitieran expresar sus ideas en temas como la pintura, el poder y la realidad mostradas en los cuadros. ■



Figura 13. Fragmento de Las Meninas (Museo Nacional del Prado), al que se insertó un rectángulo áureo que resulta coincidente con la abertura del fondo.

Mi agradecimiento a Carlos del Valle que me propuso el estudio y me aportó información y bibliografía.

NOTAS

- ¹ Y pobre del que naciera en un número de éstos.
- ² En parte como forma de reivindicar la generalidad y posibilidades expresivas de la pintura, tema de debate en tiempo de Velázquez. Otras razones pueden ser de discreción o secretismo. Los bocetos pueden ser una fuente de información, aunque de Velázquez no se ha encontrado prácticamente ninguno.
- ³ El trabajo publicado más amplio en ese sentido es el de Del Campo (1978). En la tesis de Seijas (1997) se muestra que el formato de algunos cuadros de Velázquez coincide con formas áureas.
- ⁴ Fue tomado como símbolo del conocimiento y empleado en sociedades secretas y místicas. Trazando diagonales en el nuevo pentágono y repitiendo el proceso, se crea una secuencia de estrellas y pentágonos.
- ⁵ "Su contacto con científicos es terreno en el que profundizar, aunque ya en su etapa sevillana hay indicios de su conocimiento de las teorías de Galileo". Portús (2007).
- ⁶ Obtenido por división áurea del segmento y la subdivisión áurea del mayor segmento resultante.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alpatov, M. (1935). Las Meninas de Velázquez. *Revista de Occidente*, Tomo XLVIII nº CXLII, pp.35-68.
- Aterido, Á.(2007). La cultura de Velázquez : lectura, saber y red social. En *Fábulas de Velázquez*. Zaragoza: Museo Nacional de El Prado.
- Bouleau, C. (1996). *Tramas. La geometría secreta de los pintores*, Madrid: Akal.
- Cachafeiro, L.C. y del Valle, C.(2009). El número áureo en la obra de Velázquez. *Boletín del Museo e Instituto Camón Aznar*, nº104, pp. 7-45.
- Del Campo, A (1989): *La magia de las Meninas, Una Iconología Velazqueña*, (4ª edición). Madrid: Ediciones y Publicaciones, S.A.
- Esteban, J.F. (1998): *Tratado de iconografía*. Madrid: Istmo.
- Martín Casallerrey, F.(2009). Velazquez y el retrato del espacio. *SUMA* nº 60, pp. 73-78.

- ⁷ El formato es el cociente entre el lado mayor y el menor.
- ⁸ Consideramos exacto un formato que difiera menos de 0,0025, criterio también usado en el trabajo de Seijas.
- ⁹ Entre los libros de su biblioteca se encuentran muchos textos de geometría, de arquitectura y de ciencias naturales. Así, tenía seis libros de los Elementos de Euclides, donde se define la proporción áurea como extremo y media razón.
- ¹⁰ El carácter singular de ese número y sus propiedades matemáticas dan origen a esa universalidad ya que lo identifican de forma única.
- ¹¹ El nombre de Velázquez aparece en ese papel. Se considera que podía tratarse de una petición del pintor al papa o la propia credencial para ser recibido.
- ¹² Del Campo sostiene que a través de una serie de espejos le llegaba la luz que atravesaba la puerta hasta el cuadro que pintaba en ese momento.
- ¹³ Por ejemplo intentando evitar que fuera nombrado caballero de la Orden de Santiago.

- Neveux, M. (1995). Radiographie d'un mythe. En *Le nombre d'or*. París: Éditions du Seuil.
- Pacioli, L. (1987). *La divina proporción*. Madrid: Akal, .
- Pérez, R. (2008). Matemáticas para compartir la belleza, *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, Nº 16, pp7-27.
- Portús J. (2007). Velázquez, pintor de historia. Competencia, superación y conciencia creativa. En *Fábulas de Velázquez* Madrid: Museo Nacional de El Prado.
- Portús J. (2005). Las Hilanderas como fábula artística, *Archivo Español del Arte*, nº 41, pp 70-83, Madrid.
- Seijas, J. M.(1997). *Los Formatos de la Pintura Española del siglo XVII conservada en el Museo del Prado*. Tesis doctoral. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.

Este artículo fue recibido en SUMA en enero de 2009 y aceptado en marzo de 2010