suma+ 63
Febrero 2010, pp.125-132

La corona anual

Imagen 1. Calendario perpétuo

Empieza el año, recibo el nº 62 de SUMA, releo el epígrafe del calendario. Recuerdo le segunda etapa del grupo COM, en 1995, dedicada a elaborar materiales didácticos en torno al tópico que ocupa ahora mis penamientos: el calendario. Recuerdo una de mis contribuciones personales, un cuento:

El calendario de Tai

Tai estaba dispuesta a evitar que su hija fuese ignorada en la sociedad como lo había sido ella.

El día que nació, más bien la noche (que esa es la costumbre de los bebés), tomó buena nota de los detalles que la ayudarían a recordar ese momento: la luna estaba casualmente llena, absolutamente llena. Hacía mucho frío, era la época más fría del año. Tai sabía que la próxima vez que el cielo luciría luna llena las temperaturas serían más benignas. Su niña tendría ya dos lunaciones cuando sus pequeños ojitos verían las primeras flores del almendro. Todo eso sería anotado cuidadosamente por Tai en el libro familiar que comenzó el día de su boda. Por cierto, también había luna llena aquella su primera noche, en su nueva casa, con Poe. Y también hacía mucho frío.

Xaro Nomdedeu Moreno
Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "Al-Khwarizmi"
ariadna@revistasuma.es

Tres lunaciones más tarde comenzó a sentir extraño su cuerpo, cuando comenzaron las plantaciones de las hortalizas en el pequeño huerto de la aldea.

Tres lunaciones más tarde, Tai ya estaba convencida de que iba a ser madre, la época de calor parecía especialmente intensa. Tai no sabía si era así o ella lo sentía más fuerte que en otras ocasiones por la emoción que le producía sentir el latido de una nueva vida en sus entrañas.

Para la siega del trigo Tai ya estaba muy pesada. Poe cargó por esta vez con una parte del trabajo de Tai. Ambos estaban ilusionados. Pronto, con la vuelta del frío intenso, vendría su primera criatura al mundo: 9 lunaciones desde los primeros momentos (sus periodos coincidían exactamente con los de la luna, por eso pudo contarlos exactamente cuando desaparecieron), 12 desde el día de su boda. Tai lo registraba todo.

En la cueva donde guardaban la cosecha, había un pequeño orificio por el que se filtraba el sol. Cada luna llena, cuando el sol estaba más alto, Tai hacía una marca en el suelo, justo donde estaba la mancha luminosa del sol.

Poe vió aquellas marcas que registraban acontecimientos tan importantes en sus vidas y observó que él no hubiera tabulado el tiempo de la misma forma: en su aldea es costumbre agrupar las jornadas de 7 en 7, "coincidiendo" con la duración de cada fase de la luna.

Le comunicó a Tai la posibilidad de hacer esta agrupación y aquí surgió la primera desavenencia: Tai le hizo ver que 7+7+7+7 son 28 y ella estaba segura, muy segura de que la luna tardaba 29 días y un poco más, cada vez, para pasar de llena a llena (no en vano su periodo coincidía, desde hacía muchos años, con el de la luna).

Como no llegaban a un acuerdo estuvieron pensando en algún procedimiento nuevo y aceptable por ambos. Pasó mucho tiempo, cada cual anotaba los acontecimientos según su criterio, pero ninguno perdía de vista el objetivo: encontrar un criterio común. Mientras tanto la niña iba creciendo, y las responsabilidades de Tai y Poe a lo largo de la jornada también.

Tenían que alimentar a los animales al amanecer, preparar la comida para la familia, cuidar los campos, sacar, vigilar y recoger al rebaño, reparar los desperfectos de la casa y de los útiles domésticos, preparar ropa y alimentos para la época fría o negociar el intercambio de excedentes. Tantas eran las tareas que pronto la niña entró a formar parte del equipo: quedó encargada del rebaño de ovejas. Comenzó a cuidarlas durante la época de la recolección, Tai y Poe estaban abrumados por el exceso de trabajo, necesitaban todas sus fuerzas para terminar la recolección antes de que las lluvias lo echaran todo a perder.

Pronto llegaron las lluvias, los vientos y las escarchas y el día comenzó a ser más corto que la noche. Acortó tanto que Poe y Tai sufrían mucho cuando caía el día, pues temían que la niña se hubiera entretenido excesivamente y le pillara la noche cerrada por el camino.

Tai conocía bién las montañas, los árboles y las casas y también sabía leer lo avanzado que estaba el día en las sombras que arrojaban esos objetos, pero su niña era pequeña y podía confundir unas cosas con otras, de modo que Tai se puso a cavilar para resolver el problema.

Decidió ir, al comienzo de cada fase, y marcar en el suelo una señal, justo en el extremo de la sombra de algún objeto inconfundible, de modo que cuando la sombra tocase esa marca con su extremo, la niña debía iniciar el regreso. Como el sol seguía bajando, cada 7 u 8 días Tai corregía la marca, y para observar mejor el comportamiento de las sombras de las cosas a lo largo del día, plantó un palo en la puerta de la casa. Durante un periodo completo de labores agrícolas fue marcando con piedrecillas la sombra arrojada por el palo, cada día y en diferentes momentos del día. Hizo muchos descubrimientos, pero sobre todo uno la emocionó: transcurridos 365 días, la sombra volvía a ocupar la misma posición que el día que comenzó su experimento ¡ y las marcas en la cueva también!

Le explicó su hallazgo a Poe: el sol le daba la razón a ella.

Tai tenía calculado cada periodo agrícola en 12 lunaciones de más de 29 días por lunación, es decir 348 días (lo que faltaba hasta completar una "solación", un periodo solar, debía ser por el "algo más" de 29 días de cada periodo lunar o lunación).

Desde luego, lo que no cuadraba en absoluto era que las lunaciones fuesen más cortas de 29 días, 28 según la aldea de Poe.

Imagen 2. Eclipse lunar

Poe aceptó la propuesta de Tai, a él también le resultaba atractivo que el periodo solar pudiera dividirse en un número entero de periodos lunares. Tai por su parte aceptó considerar grupos de siete días, semanas en la aldea de Poe, para medir temporadas más cortas que la lunación.

Para celebrar el acuerdo decidieron establecer un día de fiesta, de fiesta grande: sería cuando el día empieza a ser más largo que la noche. Estos días eran para Tai alegres y festivos, pues el clima es benigno, la luz del día vence a la oscuridad de la noche, su niña vuelve a casa rendida antes de que el sol se oculte tras las montañas. Así pues el día de fiesta grande sería último de la semana de luna llena en que el día empieza a ser más largo que la noche. Esta semana está llena de luna y llena de sol, por eso la eligieron para celebrar su acuerdo luni-solar.

Tai siguió durante muchas, muchas solaciones, haciendo observaciones, mediciones y acuerdos con Poe convencida de que en una solación ocurrían 12 lunaciones exactas.

En este empeño perfeccionó los instrumentos de observación, el método para tomar las anotaciones, indagó en otras aldeas otras costumbres y, aunque nunca pudo probar su idea, aprendió mucho del sol, de la luna y de otras gentes. Pero todo ello forma ya parte de otro cuento...

¿Cómo continuó la historia?

Voy a por el libro de Arcadi García i Sanz *Cronografía tópica del calendari julià*. Me recuerda que "año" viene de "annus", que significa anillo, círculo, rueda. Recuerdo los últimos títulos de esta sección: *La corona de...* Decido un título redundante: *la rueda de la rueda*. Recuerdo la inscripción más famosa en otro instrumento de medida del tiempo, el reloj solar: "tempus fugit". Recuerdo a Francis, que ya ha llegado al punto que ha generado toda la creación humana. Recuerdo *La insoportable levedad del ser*, el eterno retorno o parafraseando a Alberto Cortez:

> ¿de qué color es la temperatura? / ¿a cuántos grados funde la ternura, la piel? / ¿cómo se miden las eternas dudas? / ¿cómo se cantan las canciones mudas? /¿qué peso tiene la melancolía? / ¿a qué distancia queda la alegría de ser? / ¿por qué la luz que siempre más alumbra, es la que brilla, pero no deslumbra?... Ya ves/cuántas preguntas quedan en el aire/ cuántas respuestas que no sabe nadie....

Recuerdo su rueda, la rueda del año de Francis, su calendario perpetuo, con el que encandilaba a su público en las aulas. En la base de todos estos constructos, la aritmética del reloj. Recuerdo a otro compañero canario: Carlos Bruno Castañeda, profesor de matemáticas, experto en criptografía y poeta. Le pido que colabore en la propuesta de problemas de este número y en la exposición de su experiencia de aula para el siguiente. Éste ha sido el resultado.

Problemas propuestos

La pequeña Clara jugaba con su relojes y cantaba los versos del venerable Wang Wei. Clara tenía una docena de relojes viejos que no tenían ninguna maquinaria. Había dibujado en ellos números, letras, figuritas o colores. Movía sus manecillas y las canciones y los poemas se podían escribir de mil maneras distintas. A veces las cantaba, a veces las pintaba, a veces las escribía.

Tomo el reloj de las vocales y, con su rostro iluminado, decía: "Con la a: Santada sala an la racandata aspasara…" *y seguía, así, hasta el final de la canción. Movía su reloj y la oías:* "...teñe el leed e entene en lergue quente...". *Movía nuevamente su reloj y continuaba, poniendo ahora cara de ogro,* "...On lo hondoro dol bosco..." *Movió finalmente su reloj para terminar diciendo:* "...lu lunu cluru vuunu u ulumunurmu" *Hasta que le dolían los labios apretados y, como ella le gustaba decir:* "Tenía que parar para reírse sin parar."

Tomo una cinta del pelo la enrolló en un palito y escribió seria, letra a letra, la canción sobre la cinta. Satisfecha, desenrolló la cinta y la miró fijamente. Ponía:

SDARD SROUT NOOHR BEEBU AELAE AEEIP AEDOL CEOAO NLENR NURNS NCTET LYNAA NNDSA OLAAE MMTOL OASAL EORNL DEQDS ACVAI EALAN EUÑAN UGTA ULUIA LLIIN

Un tanto preocupada, la ató a la rama del almendro, para ver si el viento entendía el misterio.

Un tanto dubitativa recitó los números:

19 4 13 20 0 3 0 19 15 11 0 4 13 11 0 18 4 2 15 13 3 8 20 0 4 19 16 4 19 21 18 0 20 0 14 15 4 11 11 0 21 3 25 4 13 20 15 13 15 21 13 11 0 18 6 15 2 0 13 20 15 4 13 11 0 7 15 13 3 21 18 0 3 4 11 1 15 19 17 21 4 13 0 3 8 4 11 15 19 0 1 4 11 0 11 21 13 0

Pareció tranquilizarse. Tomo otro de sus relojes e hizo girar una de sus manecillas. Leyó el número 3, "El número del emperador que nunca fue emperador" *y escribió la canción así:*

V H P W D G D V R Ñ D H P Ñ D U H F R P G L W D H V S H V X U D W D Q R H Ñ Ñ D X G B H P W R P R X P Ñ D U J R F D P W R H P Ñ D K R P G X U D G H Ñ E R V T X H P D G L H Ñ R V D E H Ñ D Ñ X P D F Ñ D U D Y L H P H D L Ñ X O L P D U O H

Dobló el papelito y lo metió en el hueco del álamo.

Miró al sol y finalmente colocó tres de sus relojes en POE, para convertir los versos de la canción de Wang Wei en indescifrables:

S Q J O H P H S A O I C Z E H S G E B H X I E T H T
T H Y H O X P C S T Z O P J H Ñ S Q J D Q E J Q A O
V V D G P B X E S Q A O L E B H K G E S S O Q D W
G J I C O H X S O E H E Q S O P Z YC O G A O V P K
M T B I P W O K A M C O V B S

Los anotó en una cinta de papel. La dobló en forma de pentágono y la puso sobre una hoja grande y dejó que el agua de la atrajea se lo llevara lejos.

*Cerró los ojos y silvó la canción: "*El albergue entre bambués*".*

Sentada sola en la recóndita espesura
taño el laúd y entono un largo canto.
En la hondura del bosque, nadie lo sabe,
la luna clara viene a iluminarme."

Da pena romper el encanto, pero, el compromiso obliga.

Solución a los problemas del número anterior

Continuación de los propuestos en esta sección, en el número 61 de *SUMA*.

Distancias y radios

En el Colegio Público "Luís Revest" de Castellón de la Plana, se realizaron varias experiencias bajo la supervisión de las profesoras de los grupos de 3º, 5º y 6º de primaria, Angels, Amelia, Lola Fuster y Seri Gil, para celebrar el cuarto centenario de los descubrimientos astronómicos realizados por Galileo Galilei, padre de la Ciencia Moderna. Se comenzó con una visita de los alumnos de 3º al Planetario de Castellón, donde les fue posible comprender conceptos como "equinoccio" y "solsticio" y sus implicaciones en la división del año y la distinta duración del día y la noche según las estaciones. Con el alumnado de los cursos superiores, el día 26 de marzo, realizamos la adaptación de la experiencia, propuesta por la Asociación que gestionó los eventos para el Año Internacional de la Astronomía (2009), sobre la medida del radio de la Tierra,

No debemos perder de vista que la experiencia fue realizada con mucha proximidad al equinoccio de primavera, el 26 de marzo de 2009, fuera del proyecto del AIA pero siguiendo sus directrices y suponiendo una experiencia simultánea en un lugar X, situado en el mismo meridiano que el lugar de la experiencia real (0º de Longitud y 40º de Latitud Norte) y a 2º de Latitud más al Norte. La distancia en Km se midió sobre el mismo mapa que sirvió para la elección de X.

Dado que sólo habían transcurrido 5 días después del equinoccio, la hipérbola de sombras del palo del recogedor, salió casi rectilínea. Previamente, se les mostró, con la ayuda de una naranja enorme casi esférica, cómo, a partir del distinto ángulo de incidencia de los rayos de sol sobre la naranja, era posible deducir la esfericidad de la Tierra y comprender el experimento de Eratóstenes, "el sabio beta, que no era el primero en nada pero era el segundo en todo"

Se les recordó la necesidad de comprender y utilizar el Teorema de Thales y se dibujó un esquema del experimento de Eratóstenes.

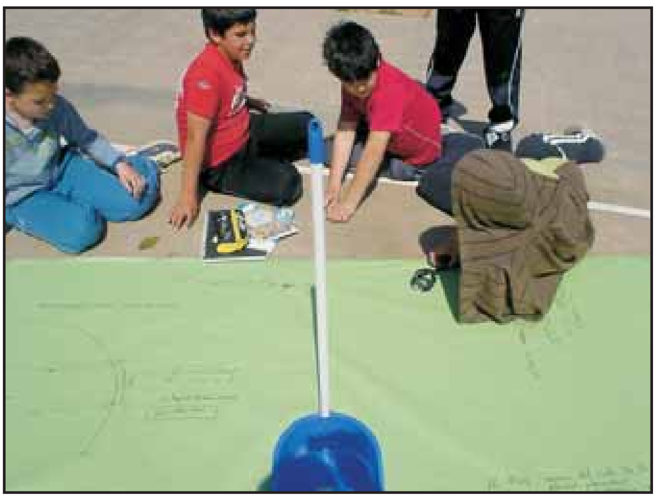


Imagen 3. Eratóstenes en el Luís Revest

Imagen 4. Eratóstenes en el Luís Revest

Imagen 5. Thales en COM I, obra de Tomás Sendra Mut

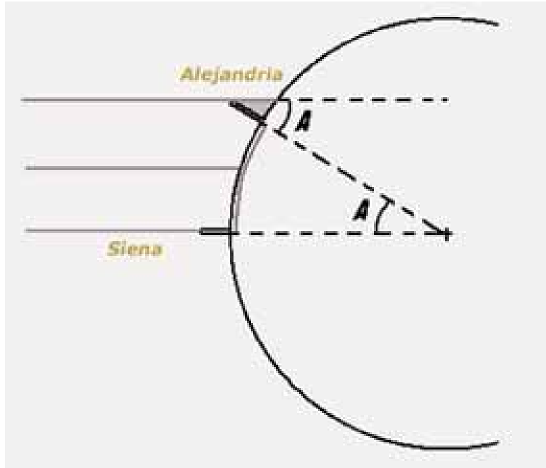


Imagen 6. Radio de la Tierra: Eratóstenes

En Denia, en un acto organizado por Florencio Burrel y Pep Cabrera, con motivo de la apertura del curso para los alumnos y alumnas seleccionados para recibir estímulo matemático, se abrió el debate de cómo medir las distancias y tamaños de la Tierra, la Luna y el Sol.

Estas experiencias se repitieron en el CEP de Córdoba en un taller de Mujeres, Matemáticas y Astronomía, convocado por la asesora Carmen Jalón. Se mostró cómo podía haber ocurrido todo el proceso de mediciones si se hubiera conocido previamente el radio de la Tierra, si se hubiera dispuesto de una fotografía de un eclipse lunar y si las matemáticas avanzaran linealmente.

Pero sabemos que las cosas no ocurrieron en este orden en la historia interna de las matemáticas. Sabemos que Hiparco, el descubridor de la precesión de los equinoccios, gran observador de eclipses, construyó la dioptra especial, un aparato que permitía mejorar la precisión de la observación. Con ella **midió los diámetros aparentes del Sol y la Luna**. Y construyó astrolabios con los que perfeccionó las cartas celestes. Precursoras de los modernos planisferios.

Astrolabio significa buscador de astros, del griego “astron” astro y “lanbanien” buscar. Al astrolabio le sucedió, sin sustituirlo, la esfera armilar, modelo móvil del universo geocéntrico, representación tridimensional de la esfera celeste. La invención del astrolabio plano se atribuye a distintos autores: Diógenes Laercio, Berosio el Caldeo, Arquímedes, Teodosio de Bitinia, Hiparco, Tolomeo. Los astrónomos árabes, muy interesados en la observación de efemérides astronómicas, sacaron buen provecho del astrolabio. Para el mundo islámico era importante predecir con exactitud el momento en el que comienza el Ramadán, esto es, el instante en que la luna y el sol tienen la misma longitud celeste, a la vez que la luna amanece.

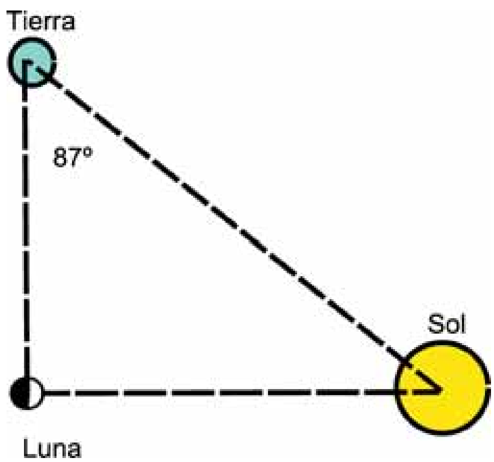


Imagen 7. Distancia y radio Sol

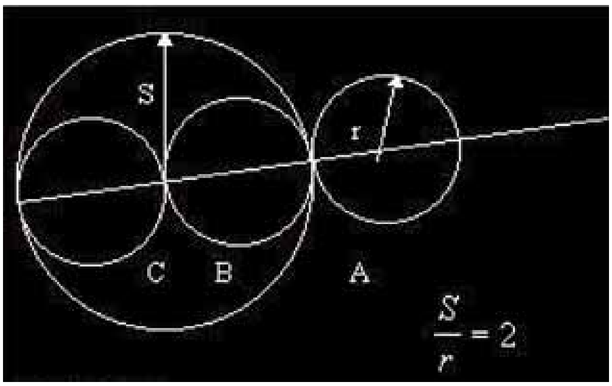
Imagen 8. Astrolabio

Pero, en realidad, las primeras noticias sobre la centralidad del sol y las primeras mediciones de radios y distancias de la Tierra, el Sol y la Luna, se las debemos, entre otros, a Aristarco de Samos.

Hiparco también calculó estas distancias, pero su trabajo consistió en perfeccionarlas. Lo consiguió en casi todos los casos, salvo en la medida del radio de la Tierra, para la que no logró mejorar el resultado de Eratóstenes. Los compiladores de la época, Ptolomeo, Heron e Hipatia, entre otros, transmitieron a la posteridad el resultado de Hiparco, dada la gran autoridad de éste. Gracias a este error, Colón llegó a las Antillas en 1492.

Los cálculos de Aristarco son tan sencillos y claros que dan una idea de la potencia descubridora de las matemáticas, a partir de observaciones precisas y cálculos simples. Puesto que el material de esta sección se mueve entre últimos cursos de primaria, secundaria y bachillerato, y el trabajo de Aristarco se ajusta bien a estos niveles, utilizaremos sus cálculos para contar cómo ocurrió.

Tamaño de la sombra de la Tierra en un eclipse lunar



Donde r es el radio de la Luna, A es el punto en el que la Luna inicia su contacto con la sombra de la Tierra, B es la posición relativa de la Luna y la Tierra cuando se produce la ocultación completa de la Luna por la sombra de la Tierra, C es la posición de la Luna cuando comienza a salir de la sombra de la Tierra, se acaba el eclipse total. Es evidente, según el gráfico, que $S=2r$

Aristarco lo averiguó midiendo tiempos: el tiempo que tardaba la Luna en ocultarse por la sombra de la Tierra era aproximadamente la mitad que el tiempo que duraba el eclipse total de Luna.

Distancia de la Tierra a la luna

Aristarco observó que el tiempo que tardaba la Luna en ocultarse en la sombra de la Tierra era aproximadamente de 1 hora es decir que la Luna avanzaba en el cielo en 1 hora su propio diámetro.

Como se sabía que la Luna tardaba 29,5 días en dar la vuelta a la Tierra, resultaba que hacían falta 24 × 29,5 = 708 horas, o sea diámetros lunares, para formar el círculo completo.

Así que la distancia lunar era de 708/π = 225,4 veces el radio lunar.

Visto de otra manera el tamaño angular del diámetro de la Luna sería:

$$2r = \frac{360 \cdot 60}{29{,}5 \cdot 24} \simeq 30{,}5' \simeq 0{,}5^\circ$$

O sea, el tamaño angular de la Luna es algo más de medio grado (Imagen 9).

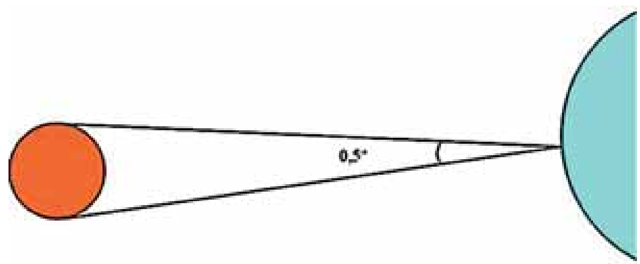


Imagen 9. Diámetro aparente de la Luna

Distancia de la Tierra al sol

Para determinar la distancia de la Tierra al sol, Aristarco observó la luna en fase de cuarto (imagen 7):

Aristarco observó que, el Sol, la Luna, y la Tierra forman un triángulo rectángulo en el momento del cuarto creciente o el cuarto menguante.

Estimó la distancia angular entre la Luna y el Sol en 87° y concluyó que **el Sol estaba 19 veces más lejos que la Luna.**

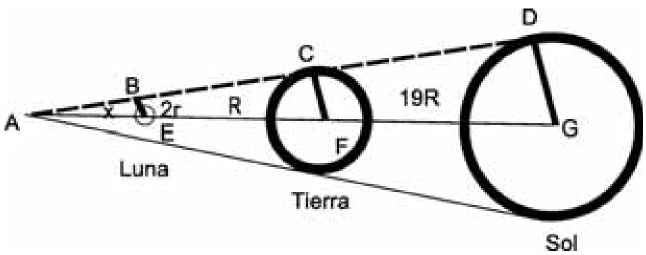
Realmente el Sol está 390 veces más lejos, su razonamiento era correcto, pero las observaciones imprecisas.

Radio del sol

Como la Luna y el Sol tienen casi iguales sus diámetros angulares, dedujo que sus tamaños debían guardar la misma proporción que sus distancias a la Tierra. Luego el Sol debía ser 19 veces más grande que la Luna. Ya hemos dicho que en realidad es 390 veces mayor. Pero también este razonamiento era correcto.

Radio de la luna

Aristarco, imaginó las posiciones de la Tierra, la Luna y el Sol tal como se ven en la imagen siguente, la cuestión era calcular el radio de la Luna (r) y la distancia a la Luna a la Tierra (R) en función del radio de la Tierra (r_t).



AEB, AFC y AGD son triángulos semejantes, luego se cumple:

$$\frac{x}{2r}=\frac{x+R}{r_t}=\frac{x+20\cdot R}{19\cdot r} \qquad (1)$$

En toda proporción, la suma de antecedentes es a la suma de consecuentes como un antecedente es a su consecuente. Lo mismo se puede postular respecto a la diferencia:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}=\frac{a-c}{b-d} \qquad (2)$$

Aplicando las propiedades (2) a (1), se obtiene que:

$$\frac{R}{r_t-2r}=\frac{20\cdot R}{17\cdot r} \qquad (3)$$

Despejando r_t en (3), se deduce que el radio de la Tierra es:

$$r_t=\frac{57}{20}r \qquad (4)$$

Para Aristarco, (4) significa que **el radio de la Tierra es casi tres veces el radio lunar**. El valor correcto con los datos actuales es: 3,66.

Con posterioridad, Eratóstenes determinó el radio de la Tierra y ya fué posible dar un resultado numérico a todas estas cuestiones, pues, conocido el radio de la Tierra, podía obtenerse el de la luna, obtenido éste se podia calcular el del Sol, la distancia lunar y con ésta la distancia del Sol.

¿Cómo es posible medir las montañas de la Luna?

Problema propuesto en *SUMA* 61 por Rosa M. Ros. Universidad Politécnica de Cataluña

Nuestro principal objetivo consiste en calcular la altura de algunas montañas de la superficie lunar a partir de alguna fotografía. Evidentemente nuestro principal interés no está en la precisión de los resultados obtenidos, realmente sólo estamos interesados en demostrar a los estudiantes que ellos pueden realizar observaciones disponiendo de poco instrumental. Para simplificar el proceso deductivo vamos a usar una fotografía tomada en el instante del cuarto para simplificar los contenidos matemáticos y simplificar también el uso de coordenadas astronómicas. La foto debe incluir el diámetro total de nuestro satélite, con el objetivo de determinar el rango de las distancias sobre la superficie lunar.

La superficie, cerca del terminador, se ve sugerente y atractiva. En particular la imagen aparece contrastada y clara, lo que nos permite para tomar mejor las medidas y se puede obtener más precisión.

Determinación de la altura y cálculo efectivo

Mediante la sombra de la montaña producida sobre la superficie lunar podemos calcular su altitud. Evidentemente cuanto más alta es la montaña la sombra aparece más larga y viceversa, pero evidentemente la longitud depende de la posición del Sol, la Luna y la Tierra. Para simplificar al máximo el razonamiento matemático y los contenidos astronómicos sólo consideraremos el instante en que la Luna se encuentra en cuarto creciente o cuarto menguante. En este caso los rayos solares son perpendiculares al terminador. Entonces en la imagen 10, los ángulos D y D’ son de 90º.

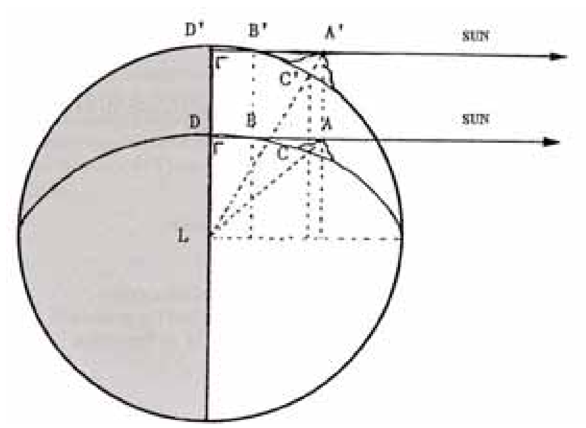


Imagen 10. Esquema de la Luna en cuarto

Los rayos solares forman 90º con el terminador.

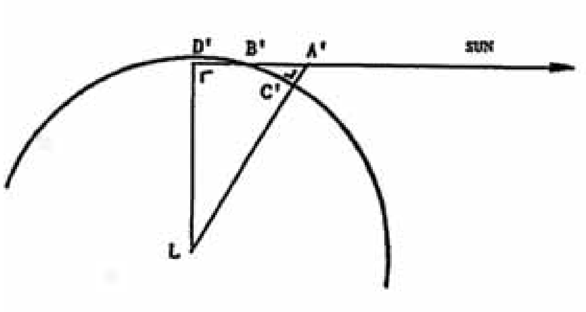


Imagen 11. Los triángulos semejantes A'D'L, A'C'B'

Para calcular la altura de la montaña A, usamos la longitud de su sombra AB, la distancia AD al terminador y el radio de la Luna (Imagen 10). Para calcular la altura de la mencionada montaña A, no presentamos el razonamiento geométrico correspondiente sobre el circulo máximo por A, sino que en su lugar consideraremos el circulo máximo por A' con el objetivo de facilitar la visión geométrica de las relaciones que se usaran. Consideramos pues, el circulo máximo por los puntos ABD proyectado sobre el borde, es decir sobre el círculo máximo A'B'C' (Imagen 11). Los triángulos A'D'L y A'C'B' son semejantes, porque sus lados son perpendiculares entre sí. Las reducidas dimensiones del triángulo B'C'A' permiten aproximar el arco B'C' al segmento B'C' (Imagen 11). A partir de los triangulos se obtiene la relación:

$$\frac{A'D'}{A'C'} = \frac{A'L}{A'B'}$$

Donde denotamos:

- A'D' = AD = d = distancia de la montaña A al terminador, sobre la foto (en cm).
- A'L = h+r = distancia desde el centro de la Luna a la cima de la montaña A = el radio de la Luna r mas la altura h de la montaña (en cm).
- A'C' = h = altura de la montaña A sobre la foto (en cm).
- A'B' = AB = l = longitud de la sombra de la montaña A, sobre la foto (en cm).

Entonces se puede escribir,

$$\frac{d}{h} = \frac{h+r}{l}$$

de donde se obtiene la ecuación

$$h^2 + rh - ld = 0$$

que tiene por solución,

$$h = \frac{-r + (r^2 + 4ld)^{1/2}}{2}$$

Finalmente, introducimos una sencilla proporción entre el tamaño real del objeto lunar y el tamaño sobre la fotografía.

$$H = \frac{R}{r} h$$

donde
H = altura real de la montaña (en m).
R = radio real de la Luna (R=1.738.000 m).
r = radio de la Luna en la foto (en cm).
h = altura de la montaña en la foto correspondiente (en cm).

(Esta última relación también puede ser utilizada para medir longitudes sobre la superficie lunar, porque es una simple proporción.)

En particular, usando este método con diferentes fotografías y eligiendo cráteres próximos al terminador se consiguen resultados con errores del orden de un 10%.

EL HILO DE ARIADNA

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Osuna, L. (1998). *Astronomía E.S.O.* Alicante: Aguaclara.

Ros, R.M. (1998). Estudio de la Superficie Lunar. *Universo, 39*, pp. 62-67.

Ros, R.M. (2003). Measuring the Moon's Mountains, Proceedings of *7th EAAE International Summer School*, pp. 137-156.

Ros, R.M.,Viñuales, E., Saurina, C. (1993). *Astronomia: Fotografia y Telescopio*. Zaragoza: Mira Editores.

En internet:

http://www.astronomia2009.es/
http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Astronomia/01/alejandrinos.html