

*Diosa alada,
Tus brazos horizontales
Límite separador
Arriba el supramundo
El inframundo debajo
Ego, yo y superyó
Tierra, horizonte y cielo.
El cielo, creciente la Luna sobre el lucero,
Llora lágrimas de primavera
Para el triángulo fértil de la madre tierra*



Tanit, diosa púnica e ibera, es considerada la heredera de las Venus neolíticas y diosas de oriente. Está representada en el firmamento por la constelación de Virgo y su estrella Spica (espiga) símbolo de prosperidad en el mundo agrícola primitivo.

En el pensamiento mágico primitivo surge la necesidad de controlar esas fuerzas enigmáticas e incuestionables, la de la fertilidad-fecundidad-maternidad y las que producen la lluvia, el rayo, el viento, las enfermedades y la muerte. No es extraño pues, que acaben todas juntas en el cielo.

Tanit es la diosa de la fertilidad, de la prosperidad y abundancia, de la fecundidad, de la maternidad, es protectora de los niños, diosa celeste cuya preñez está representada por el creciente lunar y cuyos partos dan a luz, cada día, a la estrella matutina Venus y cada primavera a la nueva vida.

Esta divinidad y sus homólogas nacen del asombro que produce en la humanidad la reproducción de la vida: "...aquellos hombres que constataban la enigmática e incuestionable capacidad de generar vida de las mujeres, las hembras de todos los animales, las plantas y la tierra¹."

Con la patriarcalización, los ciclos de la vida y de la muerte, con sus asociados, el placer y el dolor, pasan a ser regidos por Dioniso, esposo de Ariadna.

Xaro Nomdedeu Moreno

Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "Al-Khwarizmi"
ariadna@revistasuma.es



Venus de Scheklingen (Alemania -40.000 años)



Hator, representada con orejas y cuernos de vaca, entre los cuales mostraba un disco solar



Dioniso y Ariadna (Grecia, periodo helenístico)

En el gráfico a pie de página, a la izquierda, la flecha roja señala el equinoccio de otoño, intersección del ecuador celeste con la eclíptica, punto imaginario situado entre Spica y Régulus, respectivas estrellas alfa de Virgo y Leo, constelaciones típicas del cielo de primavera.

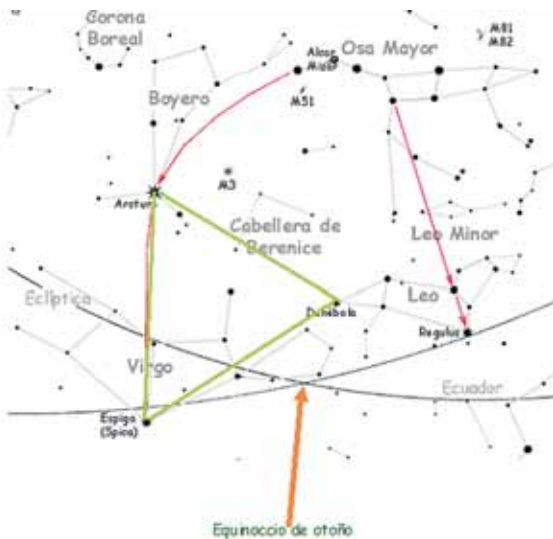
Si en otoño hubiera un eclipse total de Sol visible en nuestras latitudes, podríamos ver esta región del cielo como fondo de la escena del eclipse, fondo que queda oculto por el brillo solar durante las horas diurnas de cualquier día corriente. Sin embargo, por la noche vemos un fondo estrellado que se encuentra en posiciones diametralmente opuestas a las anteriores.

Nada más ponerse el Sol, podemos ver un gran triángulo formado por las estrellas: Vega, Deneb y Altair, el triángulo rectangular típico de las noches estivales. A lo largo de la noche se

enseñorean del cielo las constelaciones más representativas del otoño: Pegaso, Andrómeda, Perseo, Casiopea, Cefeo y Ceto.

Hoy, Tanit-Virgo rige precisamente el cielo de primavera: Spica, junto a Denébola y Arturo forma parte de un triángulo equilátero bien visible en las noches de esa estación, aunque resulta más cómodo de observar durante las primeras horas de la noche en la estación veraniega, en las que podemos ver simultáneamente el triángulo del verano hacia el N-E y el de primavera hacia el S-O, las estrellas circumpolares hacia el Norte y las del zodiaco hacia el Sur.

En el grabado inferior se distinguen: arriba, en el cielo, los tres astros que podemos ver juntos en el cielo diurno (el Sol, la Luna y Venus); abajo la diosa Tanit, regente de los ciclos de la vida y de la muerte.





Venus, versión romana de la Afrodita griega



Baco y Ceres (Roma)



Ceres y las espigas



Virgo

Su nombre, empieza por la T/Tau, de [TA(U)-RUS]. Letra griega que recuerda al de la diosa vaca, tótem primitivo vinculado a los ritos mágicos de la fertilidad.

Tanit es, por tanto, la Madre Tierra. Madre de los árboles que renacen cada primavera tras su muerte invernal, renacimiento infinito que se representa con el símbolo de una serpiente que se muerde la cola, animal cuyo cambio de piel y letargo invernal, la vinculan al eterno renacimiento.



Los ciclos de vida y muerte han provocado siempre preguntas, problemas, a los que se han dado, en un principio, respuestas mágicas, luego religiosas, más tarde metafísicas. Hoy la ciencia, dispone de un método que, poco a poco, encuentra respuestas que pasan así del ámbito metafísico al suyo propio. Las matemáticas son el contexto simbólico en el que tiene lugar este proceso.

Problemas propuestos

En este número no propondremos problemas, ya que la extensión de las soluciones a los propuestos anteriormente, nos obliga a publicarlos en dos números, éste y el siguiente.

Sin embargo, sí que vamos a exponer algunos comentarios a los problemas del número anterior. José María Barja, Rector de la Universidad de La Coruña y Catedrático de Álgebra de dicha Universidad, experto en aritmética modular, envió una nota a la dirección de esta sección, donde puntualizaba algunos detalles de la resolución aportada por Daniel Gozalbo, Catedrático de Matemáticas del IES *Sos Baynat* de Castellón y creador y propulsor del Planetario de Castellón en su etapa como alcalde de dicha ciudad.

Tras un interesante intercambio de correos, la solución al problema del calendario, propuesta en el número anterior, ha quedado enriquecida del siguiente modo.

Un calendario está determinado por dos datos: el día de la semana en que comienza el año y si éste es, o no, bisiesto. Por lo tanto, sólo hay 14 calendarios distintos. Si no hubiera bisiestos, habría sólo 7 calendarios distintos, frente a una multitud de almanaques, ya que éstos difieren entre sí, no sólo por el tipo de año y el día de la semana en que comienza el año, sino también por las diversas efemérides astronómicas que constatan en sus páginas, además de otras informaciones interesantes para determinado tipo de público.

La combinación del ciclo semanal y el ciclo de bisiestos produce un ciclo de $7 \times 4 = 28$ años, tras los cuales vuelve a repetirse la misma secuencia de calendarios.

El calendario de cada año común que sigue a un bisiesto que empieza en lunes, se repite siguiendo un ciclo de 6 – 11 – 11 años como puede observarse en la tabla siguiente:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	3	4	5	6	1	2	3	4	6	7	1	2	4	5	6	7	2	3	4	5	7	1	2	3	5	6	7	

La segunda fila indica si el año es bisiesto o no, y la tercera fila indica el número del día de la semana del 1 de enero.

Pero conviene advertir que, si existe alguna alteración en la secuencia de bisiestos, automáticamente se alterará la cadencia de los calendarios. Y ello sucede en los años centenarios que no sean múltiplos de 400, ya que éstos no son bisiestos.

No hay alteración en aquellos que por ser divisibles por 400, sí son bisiestos, así fue el caso del año 2000 o como lo será el 2400.

1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
1	3	4	5	6	1	2	3	4	6	7	1	2	4	5	6	7	2	3	4	5	7	1	2	3	5	6	7				

2000

En la tabla que se muestra a continuación podemos observar cómo, la presencia de un año secular no bisiesto, altera el orden general 6, 11, 11, en los años que siguen a ese año no bisiesto anormal, hasta que se retoma de nuevo el ciclo y se vuelve a alterar tras el siguiente año centenario que no es múltiplo de 400.

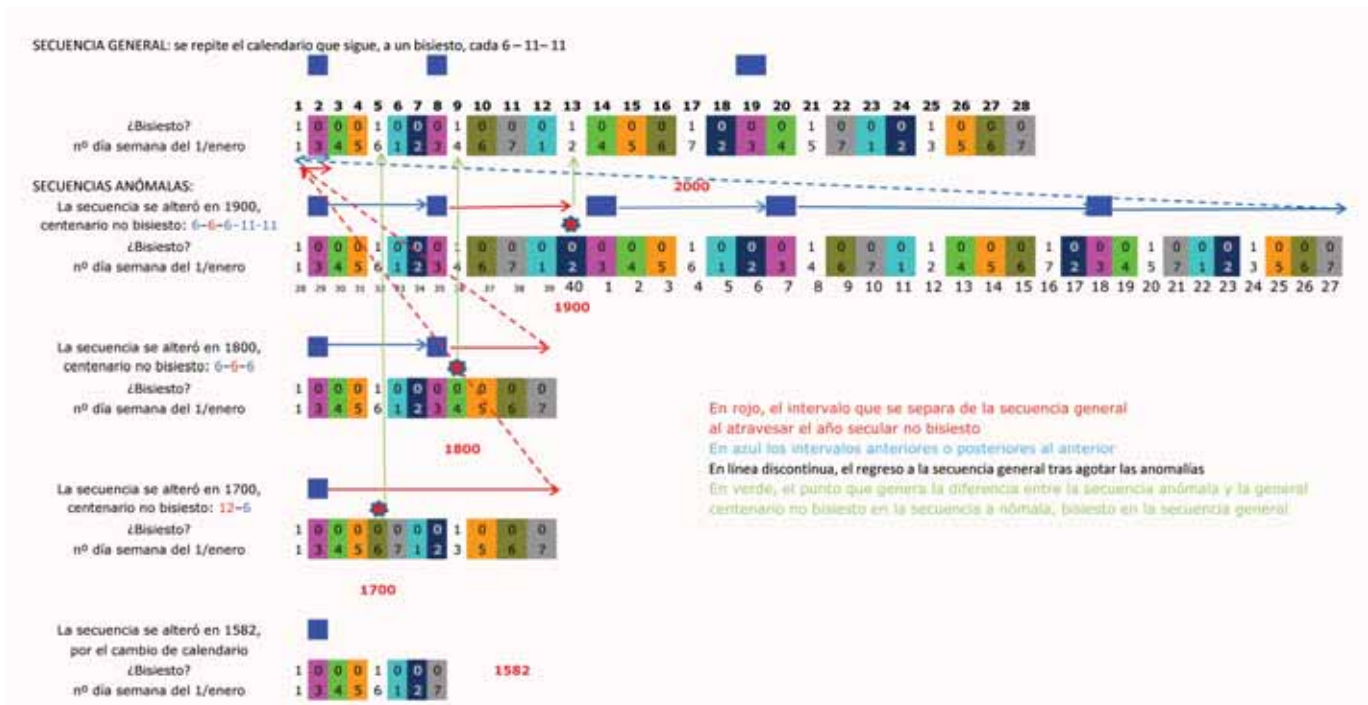
Una celebración vinculada a los cambios de estos ciclos es la del Año Santo Compostelano, que se celebra cuando la fiesta del Apóstol Santiago (25 de julio) coincide en domingo. Por la incidencia de los años bisiestos la frecuencia de los Años Santos Compostelanos sigue la secuencia: 6, 5, 6, 11. Presuntamente, en el año 1122 el papa Calixto II establece el primer año jubilar, pero hay algunos historiadores que ponen en duda este dato, pues el privilegio sería incluso anterior al

Año Santo Romano. El actual obispo compostelano la retrasa al año 1179, fecha de la Bula “Regis aeterni”, en la cual el papa Alejandro III confiere carácter perpetuo a esta celebración, cuya primera vez sería en 1182.

El último año Santo fue el 2004 y el próximo será el 2010, “el 119 en la historia de los Años Santos Compostelanos”, dice el obispo de Santiago. Transcurrirán 11 años hasta el 2021, luego 6 hasta el 2027, de éste cinco hasta 2032, luego 6 hasta 2038 y vuelta a empezar.

Utilizando las tablas de repetición de calendarios es muy fácil encontrar esa secuencia, una vez que constatamos que un ASC comienza en viernes, si es año común, y en jueves si es bisiesto, caso en el que se denomina año de gozo y jubileo. Eso ocurrió en 2004 y sucederá en 2032, 2060 y 2088; pero no ocurre así 28 años después, en 2116 que ni siquiera es ASC. La regla gregoriana produce la alteración, al pasar por 2100 no bisiesto y ASC, porque el calendario de 2088 solo se repite 40 años después, en el año de gozo y jubileo 2128.

Otra de las consecuencias de la reforma gregoriana, que suprimió diez días en octubre de 1582, fue el hecho de que el ASC que siguió a 1574, en lugar de 1585, resultó ser 1593: una inusual separación de 19 años que no se volverá a producir con el calendario actual.



Soluciones a los problemas del número anterior

1. De qué tamaño os parece la Luna llena? ¿Es mayor o menor que el Sol? ¿Es de igual tamaño a lo largo del día?

¿Es del tamaño de una manzana, una naranja, una sandía, una calabaza, un plato, el dedo pulgar, una bolita de papel de aluminio?

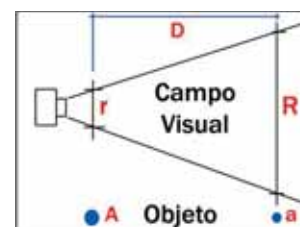
Problema resuelto en un grupo de alumnos y alumnas del programa de adaptación curricular del IES *Francesc Tàrraga* de Vil·la Real, en la clase del profesor *Vicent Agustí*.

El profesor comienza la clase dibujando en silencio una “luna” en la pizarra. A continuación formula las preguntas del primer párrafo del enunciado. Tras la perplejidad de la mayoría ante la primera tanda de preguntas, les plantea la segunda. Les parece que la luna es mayor que cualquiera de los objetos propuestos. El profesor elige la bolita de papel de aluminio y pide, una a una, a todas las personas del grupo que vaya al fondo de la clase y, con la bolita sujeta entre el índice y el pulgar y el brazo extendido, guiñando un ojo, que caminen hasta que la bolita se ajuste a la “luna” que el profesor ha dibujado previamente en la pizarra.



Las caras de perplejidad son ahora caras de sorpresa. Daniel, que nos mira desde la fotografía escéptico, ahora comienza a interactuar y aporta nuevos elementos. Cuando tiene ajustada la bolita de aluminio con la luna del encerado, encoge el brazo y observa que así, la bolita ¡es mayor que la luna! Esta observación desencadena el interés del grupo por darle una explicación al asunto y surge de modo natural el concepto de distancia angular.

Luego se les plantean de nuevo las preguntas del primer párrafo. Algunos dicen haber observado la Luna de distintos tamaños en distintos momentos, aunque no pueden caracte-



rizar esos momentos; otros, que no han comprendido la pregunta, enriquecen la clase con sus respuestas, pues introducen la cuestión de la cara oculta de la Luna.

Para recoger y aclarar ésta última cuestión, salen dos alumnos, uno se queda de pie y el otro recibe la instrucción de darle vueltas al primero mirándole siempre de cara. El profesor formula la pregunta ¿cuántas vueltas ha dado Juan sobre sí mismo, mientras le daba una vuelta completa a Víctor? Se produce una división en la clase, unos dicen que ninguna, otros dicen que una. Para acercar posiciones, el profesor pide a Juan que repita su evolución, pero mucho más cerca de Víctor, por último, le pide a Víctor que se retire y a Juan que repita su evolución situándose exactamente en la posición de Víctor. Les propone un juego para que provoquen a sus amistades en los ratos de ocio: ¿cuántas vueltas da sobre sí misma una moneda que rueda sobre otra fija, hasta darle una vuelta completa? Muchos aventuran respuestas, pero el profesor pide volver a la tarea pendiente.

Se les reparte la imagen de la izquierda de las dos siguientes y se les pide que respondan a la pregunta: ¿Atrapará el grandullón al enano?



Todo el mundo contesta que sí, por algo es más grande y tiene las piernas más largas.

A continuación se les da la imagen de la derecha y se les pide que la recorten y la superpongan al grandullón y al enano. Nuevas expresiones de sorpresa ¡nada es lo que parece en esta sesión!

El profesor pide que, ésta noche, observen la Luna llena cuando salga y luego cuando esté en su posición más alta en el cielo. Y que recuerden al enano y al grandullón para comentar todo ello en una clase posterior.

En la siguiente clase, el profesor recoge los resúmenes realizados por sus alumnos:

17-06-09

Resumen de la clase (Luna)

La clase trata de la luna y algunas relaciones con ella. Es que nos va a quedar fija una parte de la luna con un lado siempre de perfil de 2000, según a la distancia de los ojos a la que está, se cambia la luna o no. Para los otros estudiantes, se va a observar mucho la distancia.

16/09

Esteban Coraggio Heró

Me gustó mucho la clase porque me cuenta de que no es sólo sobre la luna y yo creo que aprendí mucho.

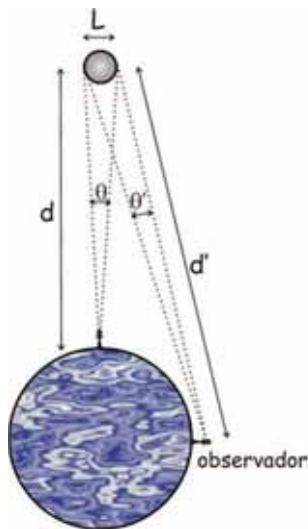
La luna gira al rededor de la tierra y también ella sobre sí misma.

El sol es más grande que la luna pero en un eclipse cubren la luna toda el sol. Es un dibujo a que el sol está más lejos que la luna.

Los dos experimentos que hicimos me gustaron muy interesantes, pero más el de los horizontes. Yo no pensaba que sería del mismo tamaño, me quedó sorprendido.

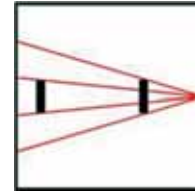
Es el momento de exponer las dos formas habituales de explicar este paradójico fenómeno visual:

Si está más lejos debiéramos verla menor

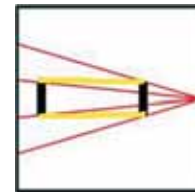


Pero éste es el efecto visual.

Al quedar enmarcada por las líneas que la perspectiva de los objetos lejanos nos ofrecen, éstas inducen a nuestro cerebro a interpretar el tamaño, que, aún siendo menor, se nos presenta como mucho mayor.



¿Cuál de los segmentos negros es mayor? ¿Seguro?

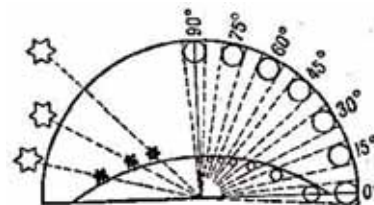


Es el mismo efecto que el del grandullón y el enano.

Otra explicación habitual está relacionada con el aplastamiento aparente de la bóveda celeste, que plantea, a su vez la famosa pregunta de quién fue antes, si el huevo o la gallina, pues esta cuestión todavía no ha sido clarificada. ¿Es el tamaño aparente de la Luna consecuencia del aplastamiento de la bóveda celeste o ésta parece aplastada como consecuencia de los cambios aparentes en los tamaños y distancias de los astros?

La ciencia no ha encontrado la respuesta, aunque busca la solución desde hace 2.000 años. La ilusión está relacionada con que el cielo se representa no como la semiesfera (desde el punto de vista geométrico), sino como un segmento del globo, la altura del cual es de 2 a 3 veces menor que el radio de su base. Esto es debido a que, con la postura habitual de la cabeza y de los ojos, las distancias sobre la horizontal y cercanas las valoramos como más significativas que las verticales: En sentido horizontal observamos el objeto con "mirada recta", y en cualquier otro sentido, con los ojos subidos o bajados. Si observamos la Luna estando tumbados de espaldas, entonces, al contrario, parecerá más grande cuando está en cenit que bajo el horizonte. Entre los psicólogos y los fisiólogos no se ha encontrado todavía la explicación a por qué el tamaño visual de los objetos depende de la orientación nuestros ojos.

Yakov Perelman. Geometría recreativa



2.- Son las estrellas de una constelación puntos luminosos de una figura plana?

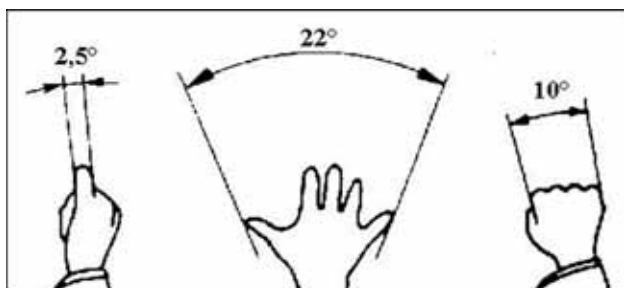
Isabel García Barceló

1. Juegos para comprender qué son las constelaciones y para qué sirven.

Juego 1: La profesora dibuja un "cielo estrellado" en la pizarra, luego indica que se organicen por parejas, uno de los miembros de la pareja le da instrucciones al otro para facilitarle la localización una estrella que ha seleccionado mentalmente, el otro, siguiendo las instrucciones, debe localizarla.



Juego 2: La profesora enmarca un grupo de "estrellas" con la silueta de un ave. Sigue el juego por parejas. Uno de los dos componentes poner nombre mentalmente a las "constelaciones" y decide unidades de medida.



En el cielo nocturno, Cassiopea se cubre con el puño y el brazo extendido, luego su amplitud angular es de 10°, aproximadamente. La Luna y el Sol tienen 0,5° de diámetro.

2. La profesora propone una lluvia de ideas sobre la visión nocturna de las estrellas, en torno a tres conceptos: objetos celestes en movimiento, tipos de movimientos de la Tierra y visibilidad y movimiento de las estrellas.

Las respuestas se agruparon en tres tipos:

- Tierra (T) y Estrellas E
- T
- T y algunas E

Movimientos de la Tierra:

- Rotación y Traslación (T)
- R

Visibilidad de las estrellas

- Se ven todas toda la noche
- Todas desaparecen en algún momento de la noche
- Algunas no desaparecen en toda la noche

La profesora propone una imagen que consigue el acuerdo unánime de la clase: imaginar un paraguas tachonado de puntos-estrella, como en la pizarra, que gira sobre su mango, en posición inclinada, de modo que el tablero de una mesa, oculta cada vez unas pocas estrellas por un lado y deja ver otras pocas por el otro lado. Algunas se ven todo el tiempo y la que ocupa el extremo del mango, no se mueve nunca.



El paraguas funciona como un planetario casero.

La profesora recuerda las visitas al planetario y pregunta qué analogías y diferencias encuentran entre la cúpula del planetario y la bóveda celeste.

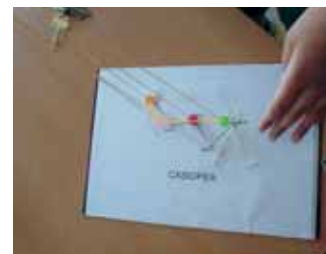
En general, el alumnado opina que las constelaciones son agrupaciones de estrellas que forman dibujos en el cielo y que están situadas en la bóveda celeste a la misma distancia de nosotros.

La profesora propone la construcción de una maqueta para Cassiopea, dándoles las siguientes instrucciones:

- Pega una fotocopia del dibujo de Cassiopea en un trozo de cartón y con un punzón, haz un agujero en cada estrella marcada.
- Desliza el extremo de un hilo en cada uno de ellos y pega el extremo por la parte de atrás del cartón.
- Introduce una GOMINOLA en cada hilo.
- Ata todos los extremos de los hilos alrededor de una anilla, a 60 cm del cartón.
- Mira por el orificio de la anilla manteniendo tensos los hilos.

A esa distancia las bolitas se ven en el dibujo situadas en las posiciones de las estrellas, cualquiera que sea la posición a lo largo del hilo.

Por último, la profesora propone que ubiquen las gominolas a distancias proporcionales a las reales: 330 años luz, 200 años luz, 45 años luz, 90 años luz.



Una vez realizado este ejercicio, pide que miren a su Cassiopea desde puntos de vista diferentes al de la anilla. Se sorprenden al comprobar que Cassiopea tiene formas distintas de la famosa W. Así ocurre en la fotografía, donde las gominolas vistas por el objetivo de la cámara configuran una L, remarcada con un trazo naranja sobre la foto.

La siguiente es la visión de cómo evolucionó la clase, realizada por un alumno del aula.

Esta experiencia les permite comprender que, casi siempre que se observa una constelación desde lugares del espacio distintos al de nuestro planeta Tierra, presenta configuraciones diferentes a las que observamos nosotros, debido a que las constelaciones no son agrupaciones reales de estrellas sino aparentes. Como dice Guillem, si miramos de lado, la figura es muy distinta.

EL HILO DE ARIADNA ■

Guillem Ferreres Cabanes

Práctica: Visualización en 3D de una constelación

En primer lugar, como introducción, dibujaron unos puntos en la pizarra. El objetivo era buscar uno de esos puntos y explicar al compañero donde estaba. Esta fue la introducción a las constelaciones, ya que tenían que buscar la manera de orientar a nuestro compañero y la forma más fácil era imaginarse que esos puntos formaban alguna figura matemática, como hacían los antiguos con las constelaciones.

Después hicimos un pequeño debate sobre cómo estaban las estrellas distribuidas en el cielo: si estaban en un plano esférico, si colgaban de un plano o si estaban en movimiento constante. La conclusión a la que se llegó fue la que las estrellas se movían y otras que no, respecto a nosotros, como la estrella polar.

Para terminar, hicimos una representación de Casiopea en 3D. Cogimos una representación plana de la constelación y hicimos unos agujeros en los lugares donde se encontraban las estrellas, y pasamos unos hilos por cada uno. Después, poníamos una gominola por cada hilo y atábamos estas a un aro de 2 cm de diámetro, dejando los hilos a la misma altura. Así, colocando las gominolas en diferentes puntos de los hilos se veía, por el aro, la misma figura. Eso significa que de igual a qué distancia se encuentre una estrella siempre que se encuentre en el mismo sector visual, ya que si se mira desde un lado la figura es muy distinta.

NOTAS

1 Manuel Martínez Casanova en *De formas numinizadas a deidades femeninas*

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

PERICOT, L. (1979): *Cerámica ibérica*. Ediciones Polígrafa, S.A.
MBarcelonaoreno Luquero, R. (2008): *Experimentos para todas las edades*. Madrid: Ed. Rialp.

Internet

Perelman, Y. *Geometría recreativa*, en <http://es.geocities.com/geometriarecreativa/>