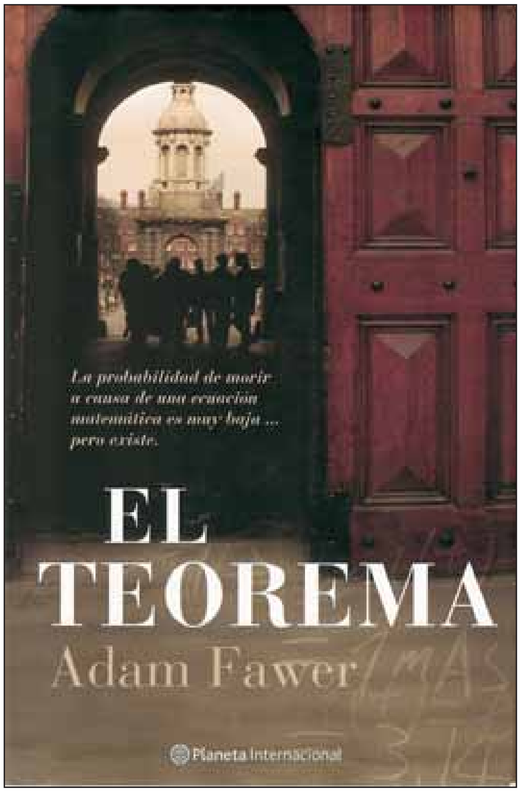
suma 61
Junio 2009, pp.99-106

Matemáticas en lo improbable 2ª parte. Algunos matemáticos, un *Caballero* ludópata y el *Demonio de Laplace*



El teorema
(Título original: Improbable)
Adam Fawer
Editorial Planeta, S. A., Barcelona.
Septiembre de 2005 (1ª Edición)
ISBN: 978-84-08-06096-1.
352 páginas

La presente obra, *El Teorema*, de Adam Fawer, fue presentada en el número 60 de SUMA, junto con una serie de actividades didácticas para la clase. Como el espacio de esta sección está, lógicamente, limitado, varias actividades del guión de trabajo original no se pudieron incluir en el citado número, por ello que aparecen ahora, esperando que respondan a los temas matemáticos que faltaban por tratar en la primera parte.

El tema central de la novela, como muchos lectores ya saben, es la idea del *Demonio de Laplace.* Todo comenzó en la obra del mismo autor: *Ensayo Filosófico sobre las Probabilidades*, de 1814, en la que concretamente nos dice:

Una inteligencia que en un momento determinado conociera todas las fuerzas que animan a la naturaleza, así como la situación respectiva de los seres que la componen, si además fuera lo suficientemente amplia como para someter a análisis tales datos, podría abarcar en una sola fórmula los movimientos de los cuerpos más grandes del universo y los del átomo más ligero; nada le resultaría incierto y tanto el futuro como el pasado estarían presentes ante sus ojos. El espíritu humano ofrece, en la perfección que ha sabido dar a la astronomía, un débil esbozo de esta inteligencia. Sus

Constantino de la Fuente Martínez
IES Cardenal López de Mendoza, Burgos
literatura@revistasuma.es

> descubrimientos en mecánica y geometría, junto con el de la gravitación universal, le han puesto en condiciones de abarcar en las mismas expresiones analíticas los estados pasados y futuros del sistema del mundo. Aplicando el mismo método a algunos otros objetos de su conocimiento, ha logrado reducir a leyes generales los fenómenos observados y a prever aquellos otros que deben producirse en ciertas circunstancias. Todos sus esfuerzos por buscar la verdad tienden a aproximarlo continuamente a la inteligencia que acabamos de imaginar, pero de la que siempre permanecerá infinitamente alejado. Esta tendencia, propia de la especie humana, es la que la hace superior a los animales, y sus progresos en este ámbito, lo que distingue a las naciones y los siglos y cimenta su verdadera gloria (Ensayo Filosófico sobre las Probabilidades, pág. 25).

La idea de Fawer es precisamente la de negar de la imposibilidad de la existencia de este *Demonio*. Para ello se adentra en el terreno de la ciencia ficción y nos acerca, de una manera brillante a lo que parece… ¿imposible? El contexto parece estar construido *con regla y compás*, aunque no sean los instrumentos más útiles para movernos por el mundo de las probabilidades o el de la literatura. El personaje principal padece (pág. 48) *ELT, epilepsia del lóbulo temporal. El médico le informó que las alucinaciones olfativas y visuales eran típicas antes de un ataque, como lo era oír voces o tener la sensación de dejà vu.* Todas las circunstancias configuran una trama que se desarrolla como si estuviera perfectamente planificada por una inteligencia superior, y es que realmente lo está, pero por alguien que no vive para verlo …

Una propuesta de trabajo en el aula

Desde el punto de vista didáctico, debemos tener muy en cuenta la opinión de Laplace, ya expuesta en el anterior artículo, sobre las peculiaridades del pensamiento probabilístico:

> La teoría de las probabilidades obedece a consideraciones tan delicadas que no es raro que, partiendo de los mismos datos, dos personas lleguen a resultados distintos, sobre todo en las cuestiones más complejas (Ensayo Filosófico sobre las Probabilidades, pág. 31).

Estas consideraciones de Laplace nos traen a la memoria las dificultades con que nos encontramos cuando deseamos comprender y resolver algunos problemas de probabilidades. A este respecto no podemos dejar de mencionar el famoso problema de Monty Hall, que debe su nombre al presentador del programa de televisión *Let's Make a Deal* (*Hagamos un trato*). El lector que desee conocer más a fondo el problema no tiene más que escribir el título en el buscador Google, o si prefiere una versión más literaria, más acorde con esta sección, leer *El curioso incidente del perro a medianoche*, fantástica novela de Mark Haddon, que ya ha sido objeto de esta sección (números 54 y 59 de SUMA); en esta obra se dedican varias páginas al problema, incluyendo cartas de profesores de matemáticas de diferentes universidades, en las que *persisten en el error*…

A propósito de lo anterior, aunque en España no tenemos ningún problema tan famoso como el de Monty Hall, sí que de vez en cuando aparece una *perla* en algún medio de comunicación. Vamos a aprovechar estas líneas para referirnos concretamente al programa Informe Semanal del día 20 de diciembre de 2008. En él apareció el reportaje titulado *Ilusión en tiempos de crisis*, que puede contemplarse en: www.informesemanal.tve.es, afirmándose, y no por un periodista, que la probabilidad de que le toque el gordo a una persona es:

$$\frac{1}{195 \times 85.000}$$

siendo 195 el número de series de cada número y 85.000 el número de billetes que se ponen a la venta (cada billete contiene 10 décimos o fracciones de un número). Dejamos al lector el comentario personal sobre el resultado y animamos a usar en clase el video del reportaje, porque no tiene desperdicio… ¡Qué razón tenía Laplace! Nadie estamos a salvo de cometer errores, aunque sea un elemental cálculo de probabilidades: profesores y profesoras de Primaria, Secundaria, Universidad…

Por último, sobre las actividades para la clase, que componen la propuesta didáctica, proponemos al lector acudir al nº 60 de SUMA; en ese número se hace la presentación general de las mismas, analizando las cuestiones a tener en cuenta antes de llevarlas al aula, y se expone la primera mitad, aproximadamente. El resto aparecen a continuación.

Laplace es mucho Laplace

> En 1770, Laplace presentó su primer trabajo en la prestigiosa Academia de las Ciencias. Después de aquello, quedó claro para todos que era un genio matemático. Así que dedicó el resto de su vida a dos campos: la probabilidad y la astronomía (pág. 212).

El capítulo 19 del libro, además de ser cuando nuestro protagonista cree estar viviendo una larga alucinación, también nos proporciona muchos datos de Pierre Simón Laplace.

a. Elabora una biografía de este ilustre matemático, situando sus obras en el tiempo y aportando algunos de sus más famosos resultados.

En relación con estos últimos, no podemos dejar pasar esta oportunidad sin señalar que Laplace es el autor de una fórmula que sirve para calcular probabilidades, conocida en ESO y Bachillerato, y que se denomina Fórmula de Laplace.

b. ¿En qué consiste? ¿Cuándo se puede utilizar? Pon algún ejemplo en el se vea su utilidad.

En el capítulo 19 habrás visto gráficas que representan distribuciones de datos, con una característica común: tienen forma de campana. En matemáticas, a estas formas de distribuirse los datos o resultados se le llama *Distribución Normal*, y la función que tiene esa representación gráfica se llama *Campana de Gauss.*

c. Profundiza en el significado de la Distribución Normal y averigua la expresión general de la función que la representa. ¿Por qué se denomina la campana de Gauss?

En 1812 Laplace publicó su obra *Teoría Analítica de las probabilidades*. En ella aparece el método de los mínimos cuadrados, útil para minimizar los errores.

d. Explica en qué consiste el método anterior. Explícalo con un ejemplo.

Laplace como excusa para resolver un problema sencillo

> Laplace demostró que la mejor manera de predecir la realidad no es calcular la respuesta correcta, sino establecer cuál sería la respuesta menos errónea. En el ejemplo de la moneda, a pesar de que la posibilidad de conseguir dos caras en cuatro tiradas es sólo del 37,5%, la posibilidad de conseguir cualquier otro número de caras es incluso menor y, por lo tanto, la predicción de tener dos caras es la menos errónea y por consiguiente la más correcta (pág. 216).

Vamos a estudiar a fondo el problema que se trata en la cita anterior, para ello tiramos una moneda cuatro veces… Gira y gira, parece que se contornea, cae, choca, rebota y por fin deja de moverse. Anotamos el resultado de cada tirada y nos preguntamos:

a. ¿Cuántos resultados podemos obtener después de las cuatro tiradas? Escríbelos todos.

P.S. de Laplace

El conjunto de los resultados posibles de un *experimento aleatorio* se llama *espacio muestral*, y si lo conocemos con exactitud, la mayoría de las preguntas que nos puedan hacer, sobre resultados del experimento, las podemos contestar con relativa facilidad. Vamos a calcular la respuesta a alguna de ellas, sobre la probabilidad de obtener:

b. Exactamente dos caras. Compara tu resultado con el de la cita.
c. Alguna cruz.
d. Exactamente una cara.
e. Distinto número de caras que de cruces.

Uno de nuestros deseos es llevarte un poco más lejos… Para ello vamos a tirar la moneda un número n de veces, siendo n un número natural mayor o igual que 1. A partir de aquí nos interesa calcular la probabilidad de obtener:

f. Al menos una cara.
g. Exactamente dos cruces (siendo $n \geq 2$).
h. El mismo número de caras que de cruces (n debe ser par).
i. Un número de caras menor que cuatro (n debe ser $n \geq 3$).
j. Exactamente c caras, siendo $n \geq c$.

Grandes subidas y grandes desplomes…

> Cuando la noticia se hizo pública al cabo de unas semanas, las acciones subieron como la espuma, desde la cotización de 20,24 $ la acción, que mantenía desde hacía cincuenta y dos semanas, a 101,50 $ (pág. 111).

Por un rato, vamos a ponernos en la piel de Grimes, el personaje, y vamos a pensar en lo que pasa con nuestro dinero invertido en la Bolsa.

a. Si tenemos 200.000 $, como Grimes, compramos acciones a 20,24 $ cada una y al cabo de 52 semanas se ponen a 101,50 $, ¿qué porcentaje de ganancia hemos conseguido?

Poco después de lo anterior, las acciones pierden el 98% de su valor. Es una pena, pero hemos perdido mucho dinero…

b. ¿Es cierto que entonces las acciones no valen ni 10.000$?

El mundo económico tiene uno de sus santuarios en la Bolsa, también denominada *Mercado de Valores*.

c. Busca la información que necesites para hacer un informe sobre la Bolsa: ¿Qué se negocia en ella? ¿Qué son las acciones? ¿Qué significa que la Bolsa suba o baje? ¿cuáles con los principales índices de la Bolsa española? Añade además toda la información que te parezca relevante.

Laplace demostró que la mejor manera de predecir la realidad no es calcular la respuesta correcta, sino establecer cuál sería la respuesta menos errónea

El Demonio de Laplace

> Una inteligencia que en un momento determinado conociera todas las fuerzas que animan a la naturaleza, así como la situación respectiva de los seres que la componen, si además fuera lo suficientemente amplia como para someter a análisis tales datos, podría abarcar en una sola fórmula los movimientos de los cuerpos más grandes del universo y los del átomo más ligero; nada le resultaría incierto y tanto el futuro como el pasado estarían presentes ante sus ojos (pág. 217).

La cita anterior está tomada de la página 25 del libro de Pierre Simón De Laplace, *Ensayo filosófico sobre las probabilidades.* En ella se ilustra el concepto central desarrollado en *El Teorema*, el Demonio de Laplace, aunque aparece en bastantes otras páginas de la novela: 135, 209, 217, 218, 365,…

a. Resume con tus palabras en qué consiste.

En el libro de Laplace, E*nsayo filosófico…* las palabras de la cita continúan con las siguientes:

> El espíritu humano ofrece, en la perfección que ha sabido dar a la astronomía, un débil esbozo de esta inteligencia. Sus descubrimientos en mecánica y geometría, junto con el de la gravitación universal, le han puesto en condiciones de abarcar en las mismas expresiones analíticas los estados pasados y futuros del sistema del mundo. Aplicando el mismo método a algunos otros objetos de su conocimiento, ha logrado reducir a leyes generales los fenómenos observados y a prever aquellos otros que deben producirse en ciertas circunstancias. Todos sus esfuerzos por buscar la verdad tienden a aproximarlo continuamente a la inteligencia que acabamos de imaginar, pero de la que siempre permanecerá infinitamente alejado. Esta tendencia, propia de la especie humana, es la que la hace superior a los animales, y sus progresos en este ámbito, lo que distingue a las naciones y los siglos y cimenta su verdadera gloria.

b. Estas palabras, que lógicamente no se mencionan en *El Teorema,* ¿son un jarro de agua fría para los intentos de la ciencia de conseguir hacer realidad el Demonio de Laplace? ¿Podrá ser una realidad en el futuro? Expón tus argumentos con claridad.

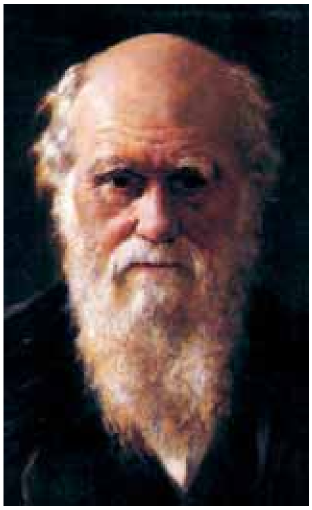
En la página 296 del libro, David Caine, el protagonista principal, se siente culpable de las cosas que pasan, puesto que parece que son planificadas y programadas por él. Este sentimiento podrías tenerlo tú mismo si te vieras en la misma situación.

c. Imagínalo y describe alguna sensación y algún sentimiento que podrías tener como consecuencia de tus *poderes.*

El origen de las probabilidades: ¿el Caballero de Meré era ludópata?, ¿los números nos hacen trampas?

> De Meré era un jugador compulsivo y sus preguntas se referían a un juego de dados muy popular donde el jugador tira cuatro dados. Si lo hacía sin sacar un seis cobraba la apuesta, pero si sacaba un seis, entonces ganaba la casa (Pág. 41).
>
> ¿Alguien conoce de dónde viene la teoría de las probabilidades? (Pág. 40).


Fermat


Darwin


Pascal

La primera cita continúa en la página 42, donde se muestra que si un jugador hace 100 tiradas, probablemente ganaría 48 y perdería 52 veces.

a. Demuestra que es cierto el resultado anterior.
b. Estudiar la probabilidad de ganar en este juego, en función del número de dados que se puedan lanzar.

El Caballero de Meré, que realmente se llamaba Antoine Gombaud, proporcionó a la historia de las matemáticas algunos problemas que se recordarán siempre. Este jugador escribía a Pascal y le proponía problemas que a él le hubiera gustado tener resueltos, con el fin de tener ventaja en sus partidas. El primero de ellos, que Pascal denominaba *el problema de los partidos*, dice así:

> Después de iniciado un juego en el que participan dos jugadores de igual destreza, donde se requiere conseguir un cierto número de puntos para ganar, es interrumpido antes de que esto ocurra, ¿cómo se han de dividir los premios, sabiendo el número de puntos de cada jugador en el momento de la interrupción?

Está claro que las partes en que se reparten los premios deben ser proporcionales a sus probabilidades respectivas de ganar la partida. Por tanto habrá que calcular esas probabilidades.

c. Resuelve el problema si el número de puntos necesarios para ganar fuera de 5 y los puntos obtenidos por los jugadores al dejar la partida fueran 4 y 3 respectivamente. Haz lo mismo si ahora lo hubieran dejado después de conseguir 2 y 3 puntos respectivamente.

Este problema, en su enunciado original, fue propuesto por el Caballero de Meré a Pascal, y éste, a su vez, se lo envió a Fermat. Cuenta Laplace que lo resolvieron los dos por caminos diferentes y entablaron una discusión entre ellos sobre cuál de los dos métodos era mejor. Al final uno reconoció la generalidad del método del otro.

d. ¿Quién fue el ganador de esta amigable disputa, Fermat o Pascal?

El segundo problema del Caballero de Meré a Pascal iba acompañado con el comentario en el que decía *que había hallado falsedad en los números por la siguiente razón. Si uno se propone obtener un seis con un dado, hay una ventaja como de 671 a 625 en intentarlo en cuatro jugadas. Si uno se propone obtenerlo con dos dados, es desventajoso intentarlo en 24 jugadas. Sin embargo, 24 es a 36, número de caras de dos dados, como 4 es a 6, número de casos en un dado. He aquí un gran escándalo*, que le hacía decir que las proporciones no eran constantes y que la aritmética *se desmentía*.

¿Qué ocurría? Pues ni más ni menos que el Caballero de Meré creía que el número de jugadas debía aumentar proporcionalmente el número de oportunidades totales, cosa que no es exacta, pero está cada vez más próxima a serlo a medida que aumenta el número de oportunidades.

Lee de nuevo el segundo problema del Caballero de Meré y contesta a las siguientes cuestiones:

e. Calcula la probabilidad de obtener un seis al tirar un dado hasta cuatro veces. ¿Por qué dice De Meré que hay una ventaja de 671 a 625?
f. Calcula la probabilidad de obtener dos seises al tirar dos dados hasta 24 veces. ¿Es desventajoso, es decir, la probabilidad es menor que 0,5? Si nos dejan tirar más de 24 veces, ¿entonces la probabilidad es mayor que 0,5?

En el principio estuvo, sobre todo, Blaise Pascal

> Después de ver cómo Blaise se tragaba Euclides, el padre contrató a los mejores maestros de matemáticas, algo que resultó ser una sabia decisión, porque Blaise Pascal se convirtió en uno de los matemáticos más importantes del siglo XVII. (pág. 41).

El genio de Pascal fue la principal materia prima para que se originara una parte nueva en las matemáticas; los problemas del Caballero de Meré no hubieran servido de nada si la genialidad de Pascal no se hubiera fijado en lo que había detrás de ellos. Pero Pascal también se ocupó de otras cosas en matemáticas.

a. Elabora una biografía de Pascal, recogiendo sus aportaciones al campo de las matemáticas.
b. El triángulo de Pascal, también llamado de Tartaglia, ¿en qué consiste? Expón sus principales propiedades.
c. Haz un comentario sobre la máquina de Pascal para calcular como precursora de las calculadoras.
d. Estudia el denominado Teorema de Pascal, enúncialo y expón las características del *hexagrama místico*.

Laplace también tenía problemas…

> Dos años después de la publicación de Teoría analítica de las probabilidades, escribió un trabajo titulado Ensayo filosófico sobre la probabilidad (pág. 215).

A propósito del segundo de los trabajos, Laplace expone en él varios problemas, algunos de los cuales te vamos a presentar. El primero de ellos es el *problema de San Petersburgo*, denominado así porque fue publicado en los *Comentarios* de la Academia de San Petersburgo por Daniel Bernouilli, utilizando un concepto nuevo que él llamó *esperanza moral*. Su enunciado es el siguiente:

> Pablo juega a cara o cruz con la condición de recibir dos francos si saca cara en la primera tirada, cuatro si no lo saca hasta la segunda, ocho si no lo saca hasta la tercera tirada, y así sucesivamente.

a. Calcula la probabilidad de tener que tirar el dado exactamente seis veces para obtener cara por primera vez.
b. Calcular la probabilidad de tener que tirar el dado n veces para obtener cara por primera vez.
c. Calcula la ganancia obtenida en el caso de obtener cara con las condiciones del apartado anterior.
d. Bernouilli es un apellido muy importante en las historia de las matemáticas. Recoge la información necesaria para elaborar un esquema con todos los matemáticos de esta familia, sitúa a Daniel y elabora una biografía suya.

El segundo problema tiene el siguiente enunciado:

> Dos jugadores juegan juntos a cara o cruz, de tal modo que, en cada tirada, si sale cara A le da una ficha a B, y si sale cruz B le da una ficha a A. El número de fichas de A es ilimitado y el de B es limitado. La partida se acaba cuando B se quede sin fichas. Se trata de averiguar en qué número de jugadas se acabará la partida, en función del número de fichas de B.

Laplace dice que se podría apostar un poco menos de uno contra uno a que la partida terminará en 23780 tiradas, y un poco más (de uno contra uno) a que terminará en 23 781 tiradas en el caso en que B tenga 100 fichas.

d. Resuelve el problema para el caso en que B tenga una ficha.
e. Analiza la veracidad de la afirmación de Laplace en el caso en que B tenga 100 fichas.

La Ley de los Grandes Números

> Caine tuvo que admitir que su amigo sabía aceptar las cosas tal comovenían. Eso es algo que siempre le había gustado de Doc: nada le sorprendía.
>
> Es la ley de los grandes números –le había comentado en una ocasión– lo sorprendente sería que algo extraño les ocurriera a todos los habitantes del planeta al mismo tiempo (pág. 298).

La Ley de los Grandes Números fue enunciada y demostrada por primera vez por Jacques Bernouilli, por lo que inicialmente se le denominó teorema de Bernouilli. Más tarde fue Poisson quien le puso el nombre con el que actualmente se le conoce.

a. Enuncia la Ley de los Grande Números.
b. Haz una biografía de Jacques Bernouilli y averigua en qué obra suya aparece por primera vez la citada Ley.
c. Escribe una biografía breve de Poisson.

Laplace, en su obra *Ensayo filosófico sobre las probabilidades* explica la Ley de los Grandes Números con un ejemplo:

> Tenemos una urna con bolas blancas y negras y cada vez que extraemos una bola de la urna la volvemos a introducir de nuevo en ella antes de proceder a una nueva extracción.
>
> Lo que dice la ley de los grandes números es lo siguiente: *la probabilidad de que la razón entre el número de bolas blancas extraídas y el total de bolas sacadas no se aparte de la probabilidad de extraer una bola blanca en cada extracción, es muy alta siempre que el número de extracciones sea muy grande.*

Dicho en un lenguaje más actual lo podemos decir de las formas siguientes:

Cuando el número de extracciones sea muy grande (tienda a infinito), la razón entre el nº de bolas blancas extraídas y el nº total de extracciones efectuadas se acerca a la probabilidad de extraer bola blanca en cada extracción.

La frecuencia relativa del suceso aleatorio "sacar bola blanca" se acerca al valor de la probabilidad de sacar bola blanca, cuando el número de extracciones tiende a infinito.

d. En el último de los enunciados se habla de frecuencia relativa. ¿Qué significa? También se habla de suceso aleatorio. ¿Qué significa?
e. Reflexiona sobre el enunciado en cualquiera de las formas que te hemos expuesto y da tu opinión sobre si es lógico y comprensible.
f. Idea un método basado en la Ley de los Grandes Números para averiguar el número aproximado de peces que puede haber en un lago. Intenta averiguar también el número de peces de una cierta especie que hay entre los peces del mismo lago.

Del Big Bang a la Teoría matemática del Caos

> Caine había pasado horas atrapado en el despacho de Doc mientras el profesor hablaba poéticamente de todo, desde el Big Bang a la teoría del caos (pág. 113).

a. ¿Qué es el Big Bang? Explica razonadamente en qué consiste, su origen, defensores, etc.

Así como el Big Bang se encuadra dentro de los conocimientos de la Física, la teoría del caos forma parte de los conocimientos matemáticos surgidos en el siglo XX.

b. Explica en qué consiste la teoría matemática del caos.

Para que tengas un conocimiento más profundo sobre esta nueva teoría matemática, vamos a presentarte un ejemplo sacado de la obra literaria El curioso incidente del perro a medianoche, concretamente en la página 132 de este libro aparece:

> He aquí una fórmula para una población de animales

$$N_{nueva} = \lambda \cdot (N_{vieja}) \cdot (1 - N_{vieja})$$

La ecuación anterior se llama de P. F. Verhulst, que fue un científico que estudió el crecimiento demográfico y la planteó en 1845.

Para simplificar las cosas y que todos la entendamos mejor, vamos a escribir la fórmula así $N' = \lambda \cdot N(1-N)$, donde N es la población vieja (del año anterior), N' es la población nueva (del año siguiente) y λ es una constante que llamamos de fertilidad, que puede cambiar con las condiciones ambientales, de alimentación, depredadores, climáticas, etc. Suponemos, para trabajar con números sencillos, que N y N' son números entre 0 y 1 y que representan los millones de individuos de esa especie.

c. Comprueba que si $\lambda < 1$, la población es cada vez más pequeña y se extingue. Hazlo para los casos $\lambda = 0{,}5$ y $N = 0{,}8$, calculando la población en años sucesivos.
d. Si $\lambda = 1{,}5$ y la población inicial es 0,1, puedes comprobar que al cabo de 3 años la población será de 0,21676. ¿La población va creciendo? Comprueba que se va estabilizando hacia el valor 0,3333. ¡Y esto ocurre aunque el tamaño inicial sea otro! Compruébalo.
e. Verifica que si $\lambda = 2{,}5$ la población se estabiliza en las cercanías del valor 0,6.
f. En el caso $\lambda = 3{,}2$ puedes comprobar que la población se estabiliza en valores cercanos a 0,5 y 0,8; un año en uno de ellos y al siguiente en el otro.
g. En el caso de $\lambda = 3{,}5$ la población se acerca a cuatro valores: 0,38; 0,83 y otros dos valores que debes descubrir por tus propios medios.
h. Comprueba que para $\lambda = 3{,}57$ aparece el caos; es decir, no podemos predecir el resultado de un año sabiendo el del año anterior.

Este ejemplo fue estudiado en el siglo XX por el biólogo Robert May con la colaboración de otras personas. A su vez, estos resultados, junto con los de otras situaciones, fueron la base para la aparición de un nuevo campo de las matemáticas que estudia este tipo de fenómenos y que se denomina Teoría del Caos.

i. Recopila información y presenta alguna otra situación en la que podamos encontrar el caos.

Algunas ideas que han influido y revolucionado la Ciencia

> Todas las teorías y deducciones que lo habían conducido hasta este punto pasaban en ese momento por su cabeza. La teoría de la relatividad de Einstein, el principio de indeterminación de Heisenberg, el gato de Schrödinger, el multiuniverso de Deutsch, y, por supuesto, el demonio de Laplace (pág. 135).

Esta cita resume de forma clara muchas de las ideas científicas que aparecen en *El Teorema*, que se discuten y se explican intentando que el lector reflexione sobre ellas y forme su opinión personal.

David Deutsch

Nosotros también vamos a proponerte que traslades al papel tus reflexiones sobre estos temas (excepto del Demonio de Laplace, que lo tratamos específicamente):

a. Elabora una pequeña biografía de cada uno de los personajes, de no más de una página cada una: Einstein, Heisenberg, Schrödinger y Deutsch.
b. Explica con palabras sencillas en qué consiste cada una de esas ideas, poniendo, si es posible, algún ejemplo que ayude a entenderlas.
c. Expón tu opinión personal sobre la importancia de cada una de ellas.

Y para acabar unos problemillas...

> La probabilidad de hacer una pareja con cualquiera de las dos cartas que tenía en la mano era del 13 por ciento (pág. 314).

a. Vuelve a leer la página citada, si es necesario y comprueba si la afirmación es cierta.

> Pero sólo había una probabilidad de 0,5 por ciento que pudiera convertir la jota o el nueve en un trío (pág. 314).

b. Repasa la situación que se plantea en el libro y averigua si la afirmación anterior es correcta.

> ¿Sabes cuáles son las probabilidades de conseguir cincuenta caras consecutivas? –preguntó Tversky-. Es un medio elevado a la quincuagésima potencia. Eso nos da...-Doc lo calculó en el ordenador- 1 entre 1125.8999.906.842.620 (pág. 345).

Si te fijas en el número anterior, que debe ser el resultado de 2^{50}, puedes *ver* que no es correcto; 2^{50} da un resultado distinto.

c. Averigua la causa. Vamos a dar por bueno el posible error cometido al poner un grupo de 4 cifras separadas por puntos, lo más probable es que sobre uno de los nueves. El error es otro.

Olvidemos lo anterior y sigamos con la moneda. Ahora se trata de tirar una moneda hasta conseguir una cara.

d. ¿Cuál es la probabilidad de obtenerla?

LITERATURA Y MATEMÁTICAS ■

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Dejando a un lado Internet, que en muchos casos es lo más parecido a la jungla, proponemos algunos títulos interesantes para consultar y extraer información. Desde el punto de vista histórico es imprescindible el libro de Laplace y muy útil el de Mankiewicz, aunque pueden encontrarse muchas cosas en los innumerables libros de historia de las matemáticas. Desde el punto de vista didáctico los primeros libros de Miguel de Guzmán, José Colera y Adela Salvador, según va pasando el tiempo, se están convirtiendo en pequeñas joyas. Por último, desde el punto de vista científico y de divulgación, el libro de Sautoy es fascinante, aunque su tema central es la hipótesis de Riemann; para nuestro trabajo es muy útil la parte que desarrolla muchas ideas de divulgación sobre la Criptografía.

BERGASA, J. (2003): *Laplace. El matemático de los cielos*, Nivola libros y ediciones, S. L., Madrid.

LAPLACE, P. S. de (1985): *Ensayo filosófico sobre las probabilidades*, Alianza Editorial, Madrid.

GUZMÁN, M. de; COLERA, J; SALVADOR, A. (1987): *Bachillerato 1. Matemáticas*, Ediciones Anaya S. A, Madrid.

GUZMÁN, M. de; COLERA, J; SALVADOR, A. (1988): *Bachillerato 3. Matemáticas*, Ediciones Anaya S. A., Madrid.

GUZMÁN, M. de; COLERA, J; SALVADOR, A. (1989): *COU. Matemáticas II Opciones C y D*, Ediciones Anaya S. A., Madrid.

MANKIEWICZ, R., (2000): *Historia de las matemáticas*, Ed. Paidós Ibérica, Barcelona.

SAUTOY, M. du. (2007): *La música de los números primos*, Ed. Acantilado, Barcelona.