suma+ 61
Junio 2009, pp. 71-79

En las ciudades invisibles X

A través de la ventana la ciudad aparece conexa y cubriendo el mundo entero –*Trude*–, pero al salir a la calle veo rectángulos de cielo entre los edificios contiguos de cada manzana reticular –*Zora*–. El carácter conexo de la ciudad era sólo aparente, las casas y rascacielos no se adosan a sus vecinos, sino que mantienen una separación mínima que les permita vibrar sin peligro durante un seísmo. En el paseo me despisto. Pensaba haber salido ya de la ciudad, pero todavía estoy en ella –*Zoe*–. Supongo que atravieso limbos imperceptibles buscando un centro inexistente o ubicable en cualquier lugar –*Pentesilea*–. Desciendo las escaleras que conducen al metro y otra ciudad aparece bajo tierra –*Argia*–, más bulliciosa si cabe que la de arriba. El mapa de estaciones y recorridos reproduce en el plano un ovillo tridimensional –*Zobeida*– que recorren a diario millones de personas. Está salpicado de signos indescifrables que, en lugar de ayudarme, inducen a engaño –*Ipazia*–. Cuando vuelvo a emerger a la luz del día me encuentro un panorama similar. Inconscientemente elaboro relaciones de equivalencia –*Zirma*– para poder fijar imágenes, ideas y cosas en mi memoria.

Durante los últimos instantes de vigilia admito haber vivido la contradicción esencial del viajero: temer y anhelar sentirse perdido. La antigua Edo no es una, sino muchas ciudades a un tiempo –*Eutropia*–. Ni desde cien metros de altura se ven sus confines. Una metrópoli real en la que coexisten muchas ciudades invisibles y cuya extrema complejidad suaviza una excelente gestión de la cantidad. Una gestión regida por leyes cuyo conocimiento aliviará el despiste del visitante: *...el día que llegue a conocer sus leyes poseeré finalmente mi imperio, aunque jamás consiga conocer todas las ciudades que contiene*' –Kubali Jan–. *Descubrir un sistema coherente y armonioso por debajo de las infinitas deformidades y desarmonías* –Kublai Jan– alivia al visitante y la ciudad le recompensa con un tiempo y un espacio libres de infierno.

En otras ciudades asiáticas el cumplimiento de las reglas no escritas no garantiza un espacio y un tiempo sin agobio. ¿Significa eso que sus leyes no son realmente identificables? ¿Acaso inexistentes? ¿Qué ley asegura la identificación de las demás? El infierno reside ahí, donde el aprendizaje no asegura la ciudadanía.

Esta es la última visita a las ciudades invisibles. Pero antes de abandonarlas recapitulemos el viaje con relación a tres características. Primero, relacionar la obra con las matemáticas. Segundo, ver que algunas interpretaciones artísticas de las ciudades invisibles también se han basado en aspectos matemáticos del texto. Por último, señalar el potencial educativo de esta obra de Ítalo Calvino.

Diseño y maquetación FMC

Miquel Albertí Palmer
IES Vallés, Sabadell
ciudadesinvisibles@revistasuma.es

Las ciudades invisibles y las Matemáticas

En las interpretaciones realizadas el referente principal fue la lectura de términos, conceptos e ideas matemáticas presentes en el texto. El otro fue la inspiración matemática infundida por el texto. Su lenguaje salpicado de conceptos matemáticos hace visible lo invisible y verosímil lo irreal. Una posible conclusión es que tal vez las ciudades de las que habla Calvino sean invisibles, pero no por ello son imaginarias. Ni irreales.

De la lectura más literal y objetiva y la más libre e interpretativa, se derivan modelos matemáticos para cada ciudad. Los primeros son directos, sacados del texto; los otros, indirectos, inspirados por el texto.

De ambos referentes, la lectura más literal y objetiva y la lectura más libre e interpretativa, se derivan modelos matemáticos para cada ciudad. Los primeros son directos, sacados del texto; los otros, indirectos, inspirados por el texto. Al desarrollar un modelo matemático de una entidad cualquiera, el matemático actúa como el artista. Ofrece una figura o una fórmula que resume los aspectos más relevantes de su interpretación. Tanto es así que mediante las ideas matemáticas del texto es posible elaborar una guía matemática de las ciudades invisibles estructurada en cinco bloques.

Las ciudades y la geometría

Se agrupan en esta serie aquellas ciudades y diálogos en los que se habla de magnitudes del espacio y de elementos determinados por cuestiones de magnitud: localización, longitud, perímetro, área, simetría…

Longitud:	*Zaira, Marozia*
Perímetro:	*Isaura, Leonia, Olinda*
Área:	*Olinda*
Hélice o espiral:	*Isidora, Fedora, Zobeida, Esmeraldina, Andria,* IX.b
Parábola:	*Esmeraldina*
Polígonos:	*Cloe, Sofronia, Ersilia, Procopia*, IX.a
Poliedros:	*Zoe, Pentesilea*
Figuras circulares:	*Anastasia, Moriana, Fílides, Eudoxia, Olinda,* IX.a
Cuerpos circulares:	*Fedora, Zenobia*
Retícula:	*Zora, Esmeraldina*, IX.a
Proyección ortogonal:	*Isaura*
Simetría:	*Valdrada, Eudoxia*
Vector:	*Diomira, Anastasia, Eufemia*, VI.a

Las ciudades y la topología

Ahora no importa la medida, sino las características que determinan la forma (punto, recta, curva). En esas ciudades se plantean algunas dicotomías, como las que conllevan las ideas de frontera (dentro/fuera), la de continuidad (continuo/discreto) y el concepto de dimensión.

Punto:	*Leandra*, *Olinda*, *Laudomia*
Línea recta:	*Esmeraldina*, *Pirra*, *Eudoxia*, II.b
Línea curva:	*Isidora*, *Fedora*, *Zobeida*, *Esmeraldina*,*Andria*, IX.b
Frontera (dentro/fuera):	*Despina*, *Zoe*, *Pentesilea*, VII.a
Conetividad/Continuidad:	*Eutropia*, V.b, *Esmeraldina*, *Trude*, *Cecilia*, *Laudomia*, *Pentesilea*, IX.b
Continuo/Discreto:	*Despina*, *Leandra*, V.b, *Laudomia*, IX.b
Dimensión:	*Esmeraldina*, *Moriana*, *Pentesilea*, V.a

Las ciudades y las relaciones

Se trata de ciudades en cuyos textos aparecen los conceptos de correspondencia 1–1, diferentes tipos de relaciones (de equivalencia, anti reflexiva, de orden), la recurrencia (composición de una función consigo misma), la intersección vacía (partición) o no vacía, y la correspondencia 1–1.

Partición/Intersección:	*Isidora, Dorotea, Maurilia, Laudomia*
Relación y clases:	*Dorotea, Zirma, Clarisa, Laudomia*
Recurrencia ($f^{\circ}f$):	*Isidora, Zaira, Fedora, Ipazia, Olivia, Tecla, Laudomia*
Relación 1–1:	*Isaura, Valdrada, Eudoxia*
Combinaciones:	*Cloe, Zenobia, Esmeraldina,* I.b, IX.a
Cohesión estructural:	V.b, VIII.a

> *Una posible conclusión es que tal vez las ciudades de las que habla Calvino sean invisibles, pero no por ello son imaginarias. Ni irreales.*

Las ciudades y los números

Son ciudades en las que aparecen números, sucesiones, se habla de cálculos o se plantean cuestiones de numerabilidad e infinitud.

Cantidades diversas:	*Diomira, Dorotea, Zora, Eufemia, Olivia, Fílides, Perinzia, Procopia*
Cálculos:	*Zenobia, Cloe, Perinzia, Raísa*
Sucesiones numéricas:	*Melania, Laudomia, Procopia*
Finito e infinito:	*Laudomia*
Numerabilidad:	*Leandra*
Límite:	IV.a, IX.b

Las ciudades y la lógica

La lógica está presente a lo largo de todo el texto de Italo Calvino, pero me refiero en este epígrafe a casos concretos, ciudades y diálogos, en los que el autor conduce al lector hacia contradicciones o paradojas, como la autodefinición. También se incluye aquí la modelización perfecta determinada por una correspondencia 1–1, pues conlleva implícita una paradoja muy señalada por Italo Calvino: ¿cuál es el objeto y cuál el modelo?

Paradoja:	*Eudoxia, Moriana, Argia*, I.b, III.b, IV.b, VII.b
Definición:	*Tamara*, III.a, VI.a
Cambio de significado:	*Ipazia, Olivia*
Identidad:	*Eutropia*
Objeto y modelo:	*Olivia, Ersilia, Esmeraldina, Eudoxia, Perinzia, Andria*

De esta clasificación pueden extraerse las ideas matemáticas más frecuentes del texto:

Recurrencia ($f^{\circ}f$)
Frontera (dentro/fuera)
Conectividad (continuidad)
Paradoja (absurdo, contradicción)
Relación 1-1 entre el objeto y su modelo
(entre original y representado)
Figuras circulares (concéntricas)
Curva helicoidal (espiral)

Sólo hay dos sabios matemáticos explícitamente ligados a las ciudades invisibles: Pitágoras –en *Tamara*– y Tales –en *Andria*–. Sobre sus teoremas se levanta gran parte del conocimiento matemático.

La interpretación matemática no es gratuita. Está confirmada por los detalles geométricos y cuantitativos del texto y por el propio Calvino en su *Nota preliminar* a la edición castellana de la obra. Además, y como suele ocurrir con obras literarias calificadas como fantásticas, la lógica y el rigor del texto hacen verosímil lo que en un principio parece fantasía. Pero el lector no debe dejarse engañar por este argumento. Las ciudades invisibles no son fantásticas, sino verdaderas, y reales. ¿Quién no vive en *Diomira, Isidora, Dorotea, Zaira, Anastasia, Tamara, Zora, Despina, Zirma, Isaura, Maurilia, Fedora, Zoe* …? ■

Las ciudades invisibles y el Arte. Pedro Cano

Cloe, Pedro Cano

Pedro Cano es un artista murciano que tuvo la oportunidad de conocer a Ítalo Calvino y que al fallecimiento de éste recibió el encargo de su viuda de completar el trabajo que ya había iniciado sobre *Las ciudades invisibles*. Sus 55 acuarelas se expusieron en otoño de 2005 en la *Galleria Falteri* (Palazzo Vecchio) de Florencia *http://www.falteri./Calvino.html* y en marzo

En *Cloe*, ...líneas unen una figura con otra y dibujan flechas, estrellas, triángulos ...

Moriana, Pedro Cano

Moriana ...no tiene espesor, consiste sólo en un anverso y un reverso, como una hoja de papel. Es una ciudad bidimensional. De nuevo no cabe sino aplaudir al artista al destacar la bidimensionalidad, el espesor nulo, la complementariedad de un anverso y un reverso de un objeto corriente extremadamente fino como una hoja de afeitar. Cano transforma esa hoja en bidimensional mediante el negativo del color.

Laudomia, Pedro Cano

Laudomia es la ...ciudad triple, ...cuanto más aguzan la mirada menos reconocen un trazo continuo ... los que van a nacer se presentan puntiformes como motas de polvo, separados del antes y del después ...las generaciones se sucederán hasta alcanzar cierta cifra y no seguirán adelante ...y habrá un último habitante de Laudomia por nacer ... Cano expresa el carácter puntiforme de los no nacidos todavía de un modo admirable, ya que por la intersección de las dos rectas que trazan el vértice del reloj de arena ideal sólo pasa un único punto.

de 2006 en la *Galleria del Leone* (Arsenale) de Venecia *http://www.galleriadelleone.com*. Varias de sus interpretaciones se dirían inspiradas por las ideas matemáticas del texto. Las reproducciones presentadas a continuación proceden del catálogo de su exposición en Florencia: CANO, P: *Le citta invisibili*, Edizioni Falteri Grafica, Milano, 2005.

***Zenobia*, Pedro Cano**

Zenobia posee ...miradores cubiertos de techos cónicos ... que Cano retrata de forma literal.

***Pentesilea*, Pedro Cano**

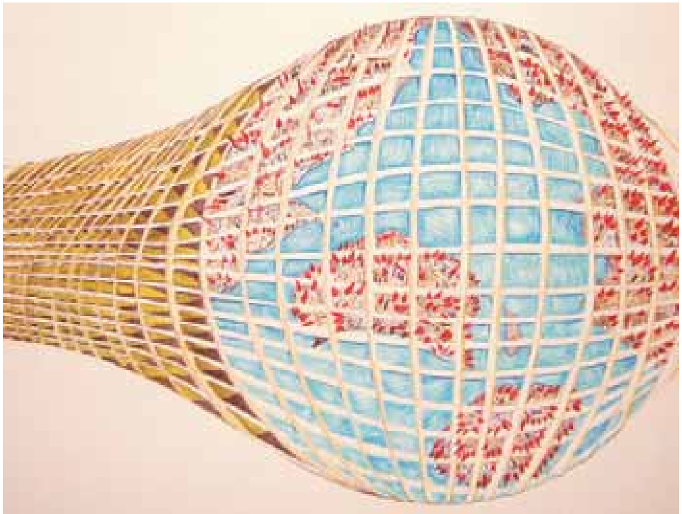
En *Pentesilea* ...hace tiempo que avanzas y no ves claro si estás ya en medio de la ciudad o todavía fuera ...¿O por más que te alejes de la ciudad no haces sino pasar de un limbo a otro y no consigues salir de ella? La acuarela de Cano difumina las intersecciones de los distintos limbos atravesados por el visitante. ¿Dónde acaba un limbo y comienza el siguiente? ¿Qué diferencia el interior del exterior de la Pentesilea del artista?

***Procopia*, Pedro Cano**

De *Procopia* destaca ...un pedazo de cielo azul en forma de trapecio ... Cano crea el trapecio sin ningún esfuerzo geométrico, sino con poesía. Basta con retirar la cortina de la ventana.

Las ciudades invisibles y el Arte. Colleen Corradi Brannigan

Colleen Corradi Brannigan es una artista italiana que está finalizando su trabajo sobre las ciudades invisibles. Su obra consiste en grabados, acuarelas, litografías y dibujos que pueden verse en *www.cittainvisibili.com*. Algunas de las ciudades de Corradi incorporan aspectos matemáticos presentes en el texto. Es el caso de *Trude*, *Valdrada*, *Pentesilea* y *Olinda*.



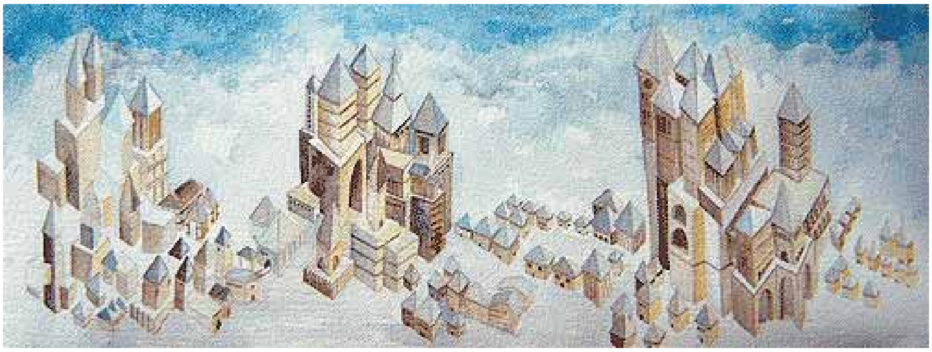
***Trude*,** Colleen Corradi, ©2006

Trude es una ciudad continua: ...el mundo está cubierto por una única Trude que no empieza ni termina ... Extraordinario el modo en que Corradi interpreta el texto dibujando una ciudad atrapada en una característica urbana primordial como es la retícula, que cubre el mundo entero sin principio ni final. Una retícula, además, tridimensional.

***Valdrada*,** Colleen Corradi, ©2006

Recordemos que de *Valdrada* ...al llegar el viajero ve dos ciudades: una directa sobre el lago y una de reflejo, invertida ...fue construida de manera que cada uno de sus puntos se reflejara en su espejo ...Las dos ciudades gemelas no son iguales, porque nada de lo que existe en Valdrada es simétrico: a cada rostro y gesto responden desde el espejo un rostro o un gesto invertido punto por punto. La Valdrada de Corradi es excelente por dos motivos. Por una parte, refleja la simetría de la ciudad. Por otra, reproduce lo que en matemáticas se llama inversión geométrica y que el autor de esta sección había pasado por alto en su momento. El lago donde se refleja la Valdrada de Corradi es circular. La perspectiva visual sugiere una ciudad reflejada con pináculos apuntando a hacia el centro del lago. A esto hay que añadir otro detalle. ¿Vemos Valdrada desde arriba, sobrevolándola, o desde abajo, sumergidos en el lago?

Los limbos de Corradi para *Pentesilea* son distintos de los de Cano. Sin embargo, conservan la ambigüedad remitiendo quizá a una configuración fractal tridimensional de la ciudad.



Pentesilea, Colleen Corradi, ©2006

> *Las interpretaciones artísticas ponen de manifiesto el hecho de que los autores no matemáticos no sólo toman como referente algunas ideas matemáticas del texto para sus obras, sino que a menudo aciertan a ver y a transmitir con gran claridad las claves fundamentales. Más de lo que debiéramos los matemáticos nos liamos en fórmulas y gráficos para explicar algo que puede expresarse y comprenderse de modo simple y claro. Por eso son necesarias las perspectivas distintas a la nuestra, para ver mejor y con mayor nitidez. Y esto puede ser muy útil en el ámbito educativo.*

Hay varias ciudades que Corradi interpreta con el desarrollo espiral tan frecuente en el texto de Calvino: *Melania*, *Anastasia* y *Olinda*. Ésta posee, como la del texto, carácter circular, pero su escalera de acceso se levanta como la de una superficie helicoidal.

Olinda, Colleen Corradi, ©2006

Las ciudades invisibles y la Educación

No es difícil entrever el potencial educativo de una obra como *Las ciudades invisibles*. A su carácter interdisciplinario cabe añadir el de la interpretación de un texto. Ya se han llevado a cabo proyectos semejantes en la ESO en relación con la obra de Pedro Cano, pero pensé que un buen modo de cerrar esta sección sería ver si los alumnos de mi centro tomarían como referente alguna idea matemática del texto de Calvino a la hora de interpretar las ciudades que no pueden verse.

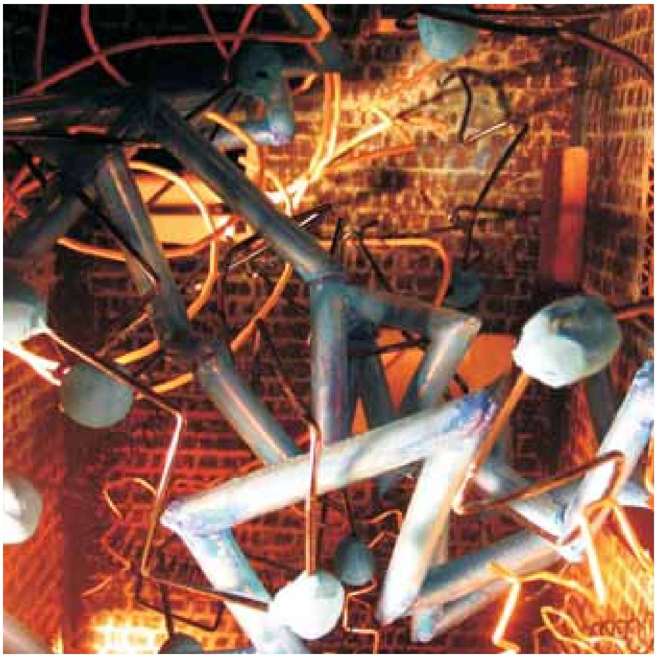
Moriana, Ingrid Aguilar, Meritxell Escusa, Berta Busuldu, Anna Rico

De las Matemáticas y del Arte y de dos de sus profesores (Josep Moreno y Miquel Albertí) en el *IES Vallès* de Sabadell, nació el proyecto *Viaje a las ciudades invisibles de Ítalo Calvino* consistente en una interpretación artística tridimensional de *Las ciudades invisibles*. Estaba dirigido al alumnado de primero de Bachillerato Artístico del centro, concretamente en el marco de la asignatura de *Volumen*, y organizado por los mencionados profesores con la colaboración de alumnos del CAP de Dibujo –Montse Duran, Lourdes Carmelo, Cèlia Prat, Montse Florensa, Diana Bernardos–.

El objetivo era doble. Por un lado, desarrollar en el alumnado una actitud creativa mediante una mirada artística interdisciplinaria y rica, utilizando el Arte como herramienta de reflexión y de creación al mismo tiempo. Por otro, ver si la reflexión y creación incorporaban o se basaban en aspectos matemáticos del texto, sin que en ningún momento se les obligase a realizar representaciones de este tipo.

Valdrada, Micael Katzman, Cirus Zamora, Lucas Valdepérez

Las limitaciones del trabajo se supeditaron a tres aspectos. Por una parte, no todas las ciudades incluyen elementos matemáticos, que eran los que se esperaba que aflorasen. Además, una lectura exhaustiva puede empachar al lector novel, mientras que lo importante era incentivar su capacidad de interpretar con claridad. Por último, cada una de las once series de ciudades de la obra de Calvino debería estar representada. De ahí que el trabajo se centrara en *Dorotea*, *Isaura*, *Zoe*, *Valdrada*, *Leandra*, *Esmeraldina*, *Eudoxia*, *Moriana*, *Argia*, *Trude* y *Olinda*. Las siguientes son algunas de sus construcciones.

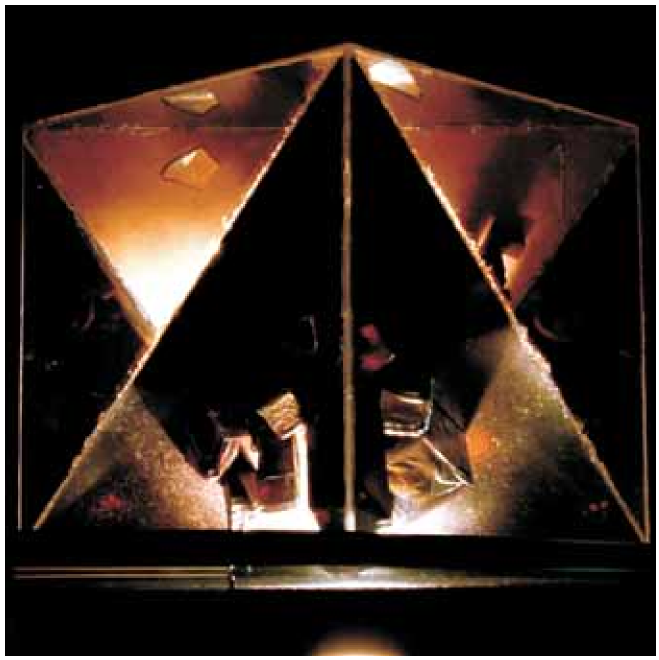


Esmeraldina, Marta Marquina, Judit Rifà

Dorotea, Rocío López, María Hernández, Neus Grau

Estas interpretaciones no se corresponden mucho con las expuestas a lo largo de esta sección. Sin embargo, convendremos con Josep Moreno en que:

> Trabajaron sobre la extracción de códigos del texto. Éstos fueron los puntos de partida, generalmente de tipo formal, que les proporcionaban la posibilidad de construir algo referencial. Lo cierto es que no partieron demasiado de lecturas matemáticas, aunque esto no significa que sus planteamientos no contengan reflexiones geométricas o matemáticas.
>
> En *Valdrada* partieron de la simetría y el reflejo especular, todo suspendido en el vacío. *Moriana* la construyeron a partir de la idea de límite, del plano separador que se abre en el espacio para obtener un diedro fruto de la proyección o prolongación del propio plano, y donde el contraste entre los dos lados resulta fundamental. En *Esmeraldina* fueron más literales, ya que la descripción de la ciudad era más evidente. Las calles y canales desordenados y entrecruzados invitan al caos y a la visión tridimensional de una estructura suspendida en el vacío. En *Dorotea* tomaron la forma del paraguas. Además de su carga alegórica, su forma permitía dividir con hilos el volumen y construir una estructura tan concreta como la descrita, donde las líneas determinan la forma actuando como límites espaciales.



Eudoxia, Clara Lozano, Ariadna Muñoz, Albert Orenes

Aunque no de un modo literal, los estudiantes también basaron sus interpretaciones en ideas matemáticas. Siendo menos literales fueron más sutiles. El proyecto educativo no se detiene, sino que continuará para ampliarse a las tres dimensiones que han configurado esta sección: Literatura, Arte y Matemáticas. ■