suma+ 61
Junio 2009, pp.47-51

Henry Perigal

Hasta ahora en esta sección hemos tratado muchos recursos, dedicando cada entrega a un tipo de material distinto: puzzles, dominós, trucos de magia, juegos de tablero y fichas, etc. A veces hemos citado el material presentado por el nombre del matemático creador, como Pitágoras o Arquímedes, pero hasta ahora no habíamos dedicado un artículo completo a una persona, y quizás iba ya siendo hora.

Esta entrega la vamos a dedicar a todas aquellas personas que, no siendo matemáticos, han sido unos apasionados de esta materia, y aunque dedicados a otras profesiones más o menos alejadas de las matemáticas o las ciencias, la han estudiado y han aportado sus descubrimientos a la historia de esta disciplina. Quizás el nombre que a todos se nos viene a la cabeza como más representativo de este grupo de personas es el de Fermat, aunque existen muchas otras personas que han quedado inscritas en la historia unidas a algún resultado que ha alcanzado notoriedad. Ese es el caso de Henry Perigal, nuestro personaje de hoy.

Un gran aficionado a los puzzles geométricos.

Henry Perigal[1] (1801–1898) fue corredor de bolsa hasta los 87 años en que se retiró para dedicarse más a fondo a sus estudios, pero durante toda su vida fue un gran aficionado a las matemáticas y a la astronomía. La mayoría de sus trabajos y pensamientos los conocemos gracias a que un hermano menor, Frederick, los publicó después de su muerte.

Grupo Alquerque de Sevilla
Constituido por:
Juan Antonio Hans Martín. *CC Santa María de los Reyes.*
José Muñoz Santonja. *IES Macarena.*
Antonio Fernández-Aliseda Redondo. *IES Camas.*
juegos@revistasuma.es

Tuvo gran amistad con científicos y matemáticos de la época, entre ellos Augustus de Morgan, J.J. Sylvester, Lord Kelvin, Lord Rayleigh o James W. Glaisher (que llegó a ser presidente de la Sociedad Matemática londinense). Perigal perteneció a varias sociedades científicas, entre ellas la Royal Astronomical Society, incluso fue tesorero de la Royal Meteorological Society. En estas sociedades destacó por sus conocimientos sobre los movimientos circulares. Fue conocido con el título de *El venerable patriarca de las sociedades científicas de Londres*. Intentó, sin lograrlo, ser admitido en la prestigiosa Royal Society, seguramente debido a su defensa a ultranza de que la Luna no rotaba, lo que según él explicaba que siempre presentara la misma cara.

Entre sus aficiones se encontraba el trabajo con el torno de madera, por lo que fue un experto en la técnica del torneado conocida por el nombre de *Geometry Check*, realizando un estudio sobre la clasificación matemática de las figuras que pueden obtenerse mediante torneado. Tenía además un gran dominio del dibujo geométrico lo que le permitió el estudio de disecciones geométricas, de las que vamos a ver varios ejemplos en estas páginas.

La razón por la que su nombre se ha inscrito en el paraninfo matemático fue el descubrimiento, en 1830, de una disección que demostraba geométricamente el Teorema de Pitágoras. Sobre esta demostración ya se ha hablado en varias ocasiones en esta revista[2] pero nunca está de más repetirla.

Demostraciones del Teorema de Pitágoras.

La disección se construye trazando por el centro del cuadrado sobre el cateto mayor una paralela y una perpendicular a la hipotenusa tal como puede verse en la figura 1. Tan satisfecho quedo Perigal de su disección que encargó que se hiciera una inscripción con ella en su tumba, según puede verse en la figura 2.

Perigal, en el artículo “On Geometric dissections and transformations” publicado en el volumen 1 de la publicación *The Messenger of Mathematics* de 1874, donde presentó su disección[3] plantea otra manera de hacer esta división. Podemos ver en la figura 3 una copia de su dibujo. Se colocan juntos los dos cuadrados que irían sobre los catetos y se trazan líneas que pasan por el centro del cuadrado mediano y por el punto medio de la suma y la resta de los dos lados de los cuadrados.

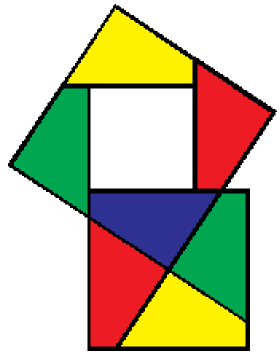


Figura 3

Esta división la podremos ver más clara en los enlosados pitagóricos que siguen un poco más adelante.

Años después de la muerte de Perigal, el matemático alemán Paul Mahlo (1883-1971) planteó que la anterior demostración era solamente un caso particular de una gran familia de disecciones. En concreto Mahlo presentó otra disección en 1908, que sitúa el punto por el que se traza la paralela en la intersección entre el cateto mayor y la perpendicular trazada a la hipotenusa por el vértice superior. En este caso también hay que diseccionar el cuadrado sobre el cateto menor, trazando una paralela a la hipotenusa por el vértice del triángulo rectángulo donde está el ángulo recto. Lo podemos ver en la figura 4

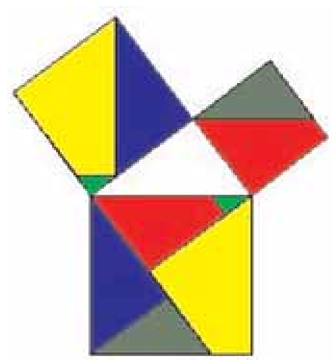


Figura 4

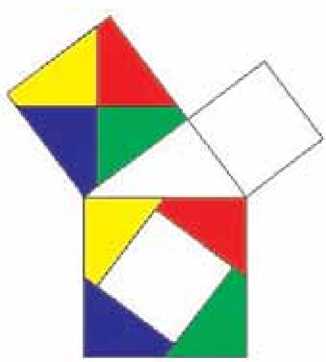


Figura 1

Figura 2

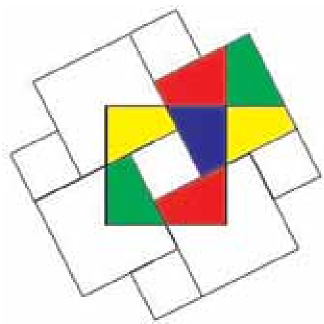


Figura 5

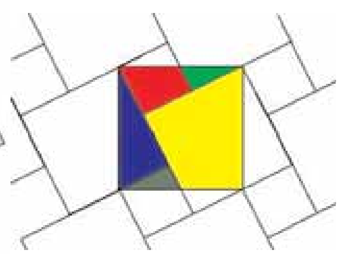


Figura 6

En realidad, todo este grupo de demostraciones del Teorema de Pitágoras proviene del llamado *enlosado de Pitágoras*, que está formado por dos cuadrados de distinto tamaño (equivaldrían a los construidos sobre los catetos) que se repiten sucesivamente para rellenar el plano. En dicho enlosado puede realizarse una división como se observa en las figuras siguientes para dar lugar a las divisiones que aparecían en las demostraciones anteriores[4]. En la figura 5 tenemos la división del enlosado que da lugar a la disección de Perigal y donde puede reconocerse el dibujo realizado por el propio autor. En la figura 6 aparece la que genera la demostración de Paul Mahlo.

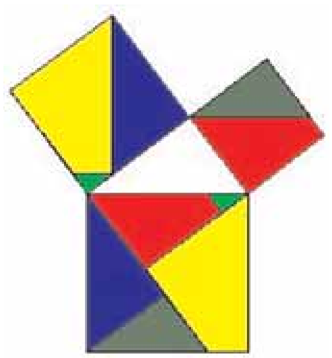


Figura 7

Existe además otra disección del Teorema de Pitágoras que se suele adjudicar a Perigal. En la figura 7 vemos la nueva división. Las líneas discontinuas marcan donde deben ir los cortes de los cuadrados sobre los catetos. Los trozos en que se trazan las líneas superiores coinciden en anchura con los trozos donde se divide el cateto al trazar el arco de circunferencia.

Esta disección tiene el valor añadido de que sirve para demostrar el Teorema del Cateto utilizando cualquiera de las divisiones de los dos cuadrados sobre los catetos.

Otros puzzles geométricos.

Aparte de las demostraciones del Teorema de Pitágoras, entre los papeles de Perigal se encontraron muchos estudios de divisiones y recomposiciones de polígonos. Vamos a ver algunos de ellos.

1.- Los tres cuadrados de Perigal

Quizás uno de los más conocidos sea la división de tres cuadrados iguales, que permiten construir un cuadrado con triple superficie. Un cuadrado está completo y los otros dos están divididos como aparecen en la figura 8.

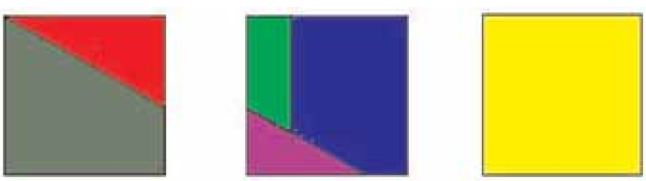


Figura 8

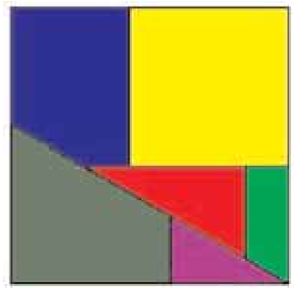


Figura 9

2.- Otro puzzle con tres cuadrados

Existe otra disección de tres cuadrados, de la que no hemos encontrado su autor, pero que sigue la misma línea que la anterior de Perigal, por eso la vamos a incluir aquí. En este caso, los tres cuadrados son de distinto tamaño y sus divisiones podemos verlas en la figura 10.

En este puzzle, se pueden variar las disecciones de los cuadrados de forma que se obtengan puzzles diferentes. En este caso varían los tamaños de los cuadrados pequeños que al unirlos dan lugar al grande. Se puede llegar a tener dos cuadrados iguales sin dividir y un tercer cuadrado que a partir de sus divisiones y con los otros dos hacen que se construya el grande.

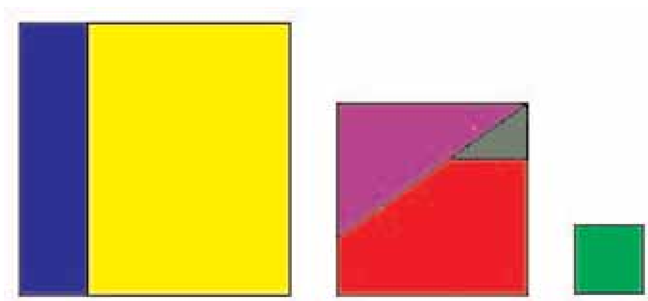


Figura 10

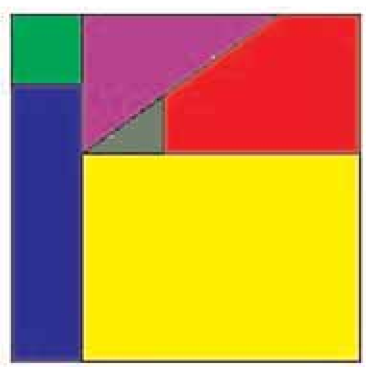
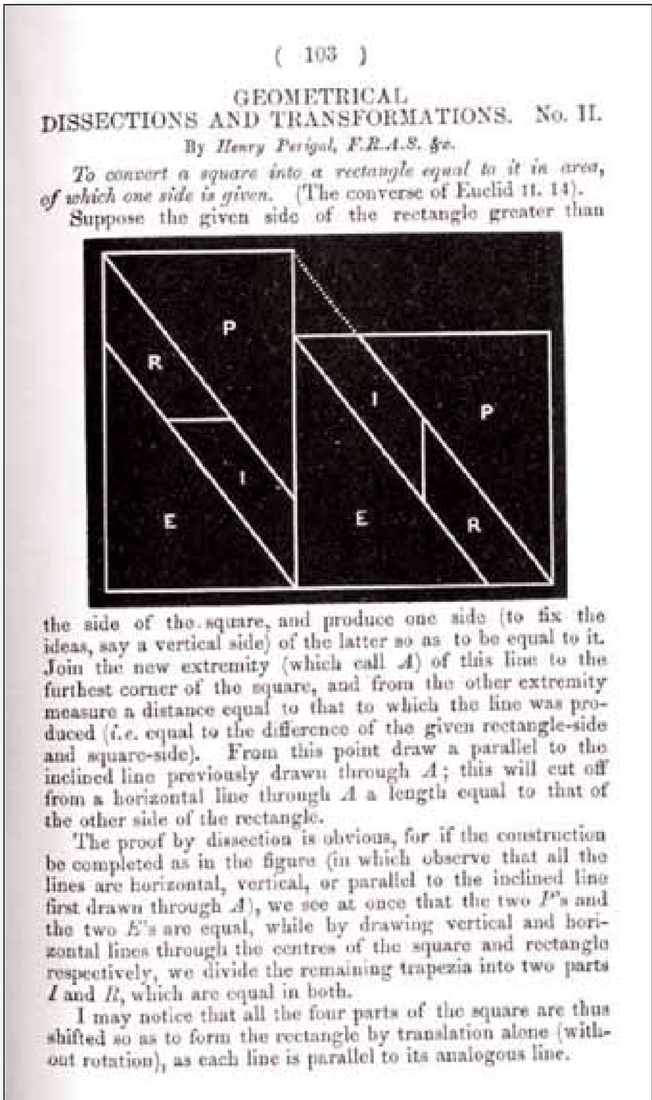


Figura 11



(103)

GEOMETRICAL DISSECTIONS AND TRANSFORMATIONS. No. II.

By *Henry Perigal, F.R.A.S. &c.*

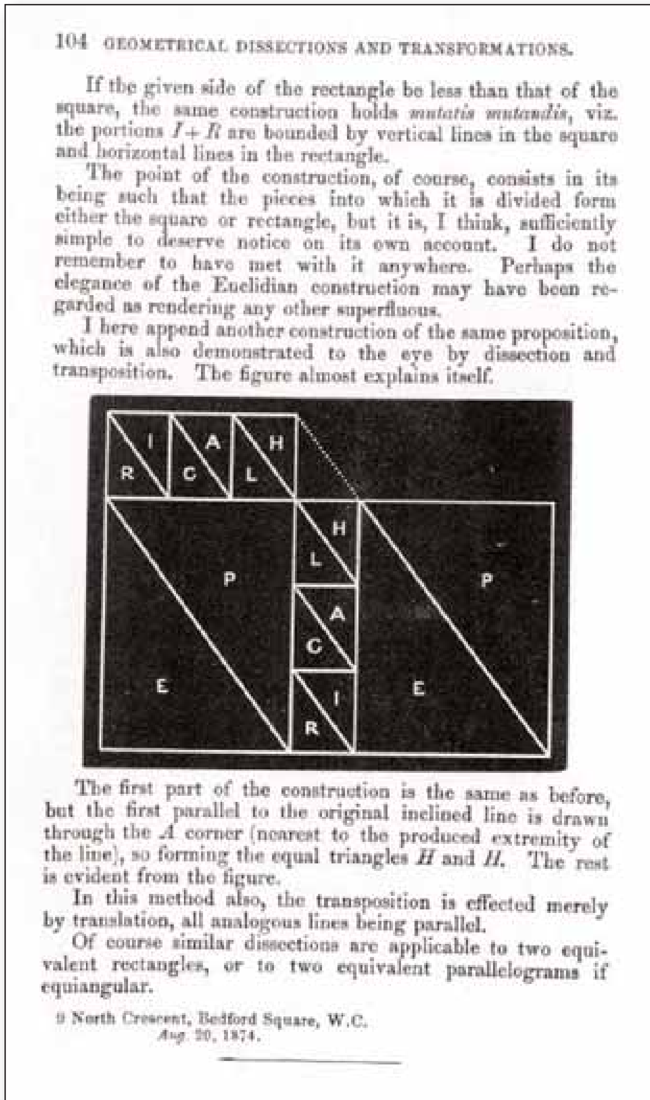
To convert a square into a rectangle equal to it in area, of which one side is given. (The converse of Euclid II. 14).

Suppose the given side of the rectangle greater than the side of the square, and produce one side (to fix the ideas, say a vertical side) of the latter so as to be equal to it. Join the new extremity (which call *A*) of this line to the furthest corner of the square, and from the other extremity measure a distance equal to that to which the line was produced (*i.e.* equal to the difference of the given rectangle-side and square-side). From this point draw a parallel to the inclined line previously drawn through *A*; this will cut off from a horizontal line through *A* a length equal to that of the other side of the rectangle.

The proof by dissection is obvious, for if the construction be completed as in the figure (in which observe that all the lines are horizontal, vertical, or parallel to the inclined line first drawn through *A*), we see at once that the two *P*'s and the two *E*'s are equal, while by drawing vertical and horizontal lines through the centres of the square and rectangle respectively, we divide the remaining trapezia into two parts *I* and *R*, which are equal in both.

I may notice that all the four parts of the square are thus shifted so as to form the rectangle by translation alone (without rotation), as each line is parallel to its analogous line.

Figura 12



104 GEOMETRICAL DISSECTIONS AND TRANSFORMATIONS.

If the given side of the rectangle be less than that of the square, the same construction holds *mutatis mutandis*, viz. the portions *I* + *R* are bounded by vertical lines in the square and horizontal lines in the rectangle.

The point of the construction, of course, consists in its being such that the pieces into which it is divided form either the square or rectangle, but it is, I think, sufficiently simple to deserve notice on its own account. I do not remember to have met with it anywhere. Perhaps the elegance of the Euclidian construction may have been regarded as rendering any other superfluous.

I here append another construction of the same proposition, which is also demonstrated to the eye by dissection and transposition. The figure almost explains itself.

The first part of the construction is the same as before, but the first parallel to the original inclined line is drawn through the *A* corner (nearest to the produced extremity of the line), so forming the equal triangles *H* and *H*. The rest is evident from the figure.

In this method also, the transposition is effected merely by translation, all analogous lines being parallel.

Of course similar dissections are applicable to two equivalent rectangles, or to two equivalent parallelograms if equiangular.

9 North Crescent, Bedford Square, W.C.
Aug. 20, 1874.

Figura 13

3.- La cuadratura del rectángulo

En el volumen 2 de la publicación *The Messenger of Mathematics*, Perigal presenta dos formas de dividir un rectángulo de forma que al reordenar sus piezas se obtenga un cuadrado. En las figuras 12 y 13 podemos ver imágenes de las hojas originales del artículo con las dos disecciones.

En la primera une un vértice del rectángulo con el lado opuesto, a una altura correspondiente al cuadrado resultante, y luego traza una paralela a esta recta por el vértice opuesto al anterior y la franja interior resultante la divide en dos partes iguales con una línea paralela a los lados del rectángulo.

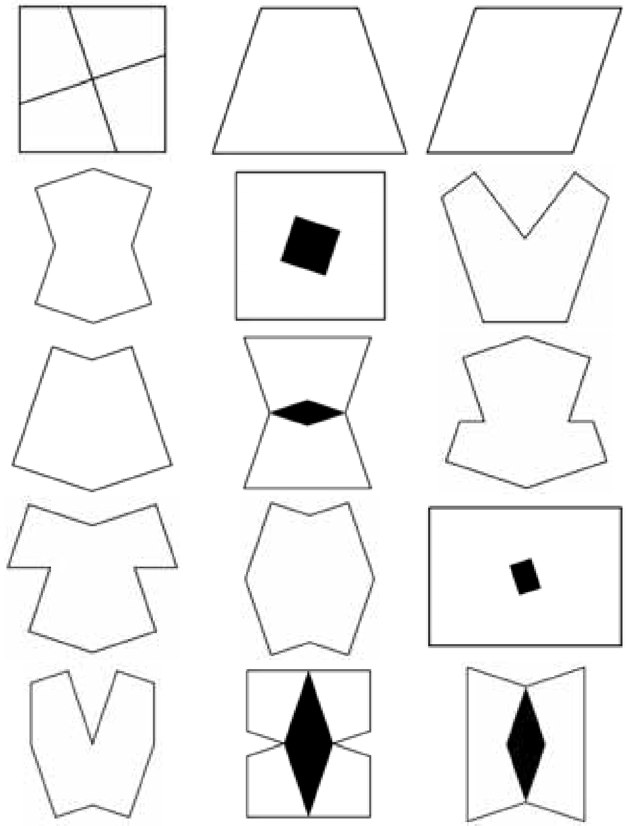
En la segunda disección, se recorta el rectángulo a la altura del cuadrado, y la parte sobrante se divide en tantos dobles triángulos rectángulos como sean necesarios para completar el rectángulo. En el dibujo que se ve en el artículo son necesarios tres dobles triángulos, pero eso depende de las medidas del rectángulo. Suponemos que el dividir en dobles triángulos rectángulos lo sobrante, en lugar de en rectángulos directamente es para que todas las piezas sean triángulos rectángulos semejantes, pues las diagonales de división son paralelas a las del rectángulo base.

Un paso más allá.

Con el objetivo de sacar más provecho para nuestras clases de aquellas ideas que encontramos, a partir de la disección de Perigal hemos trabajado con nuestros alumnos un problema nuevo: tomando las cuatro piezas iguales en que se divide el cuadrado sobre el cateto mayor, construir, uniéndolas, todas las figuras que tengan algún tipo de simetría.

Las siguientes son las que hemos hallado.

Las zonas negras en los dibujos son huecos vacíos entre las cuatro piezas.



Como complemento.

En la dirección :
http://www.cabri.net/abracadabri/abraJava/Dissection/Duplik1.html
aparecen varios archivos interactivos en java con las demostraciones de Pitágoras de Perigal y Mahlo que hemos comentado, así como las dos composiciones de tres cuadrados que permiten componer uno mayor. También es posible encontrar varias de las disecciones que presentamos en nuestra sección del número 48 de esta revista con el título de “Cuadratura de polígonos regulares”[5].

JUEGOS ■

NOTAS

1 En la dirección

http://plus.maths.org/issue16/features/perigal/ aparecen más aspectos de la vida de Perigal. En la parte de bibliografía hay enlaces a imágenes donde aparecen los artículos de Perigal en que presentó sus disecciones.

2 Hay al menos dos ocasiones, que recordemos en este momento. Una fue en el artículo de esta sección de título “Rompecabezas del teorema de Pitágoras”, aparecido en el número 43 (puede verse en: http://divulgamat.ehu.es/weborriak/RecursosInternet/Juegos/Rompecabezas.asp) y la otra en el siguiente número en la sección *Desde la historia*, de los compañeros Ángel Ramírez y Carlos Usón, en el artículo titulado “En el entorno del teorema Kou-Ku (I)”.

3 En la dirección

http://divulgamat.ehu.es/weborriak/Historia/AsiLoHicieron/Perigal/Perigal1.asp aparece un artículo de nuestro amigo Vicente Meavilla Seguí, en donde se presentan las demostraciones de Perigal con traducciones de los textos de sus artículos.

4 En la dirección

http://www.ies.co.jp/math/java/geo/pythashi/pythashi.html podemos encontrar un enlosado de Pitágoras interactivo en java, en el que podemos mover la cuadrícula y ver distintas versiones del teorema.

5 Puede leerse en

http://divulgamat.ehu.es/weborriak/RecursosInternet/Juegos/Cuadraturas.asp.