

Juegos de intercambio

Ya en otras ocasiones hemos defendido la utilidad didáctica de los juegos de estrategia. Aunque al no aparecer conceptos matemáticos lleva muchas veces a crear rechazo a su utilización en clase, lo cierto es que promueven la utilización de variados heurísticos de la resolución de problemas, que pueden después utilizarse en los problemas que planteemos en clase. Por ejemplo, cuando los juegos (problemas) son parecidos la estrategia suele ser la misma, por lo que pueden buscar juegos similares para intentar aplicar la misma estrategia. También empezar resolviendo casos más simples, para buscar regularidades y después generalizar, es una técnica frecuente en la resolución de problemas.

Además son interesantes porque desarrollan actitudes imprescindibles para el quehacer matemático, por ejemplo la constancia. No es raro que ante un problema desconocido el alumno, tras un primer intento infructuoso, abandone y si tiene interés en la solución (un truco de magia, un solitario, un pasatiempo, etc.) nos la demande inmediatamente sin tomarse el esfuerzo de insistir en su resolución. Pensamos que los juegos de estrategia pueden fortalecer la constancia en el trabajo. Y sin olvidar que al implicarles en el juego, y por tanto en la resolución de problemas, se favorece la autoestima de muchos de ellos.

Si los juegos de estrategia son como en esta ocasión solitarios, los alumnos deben ser aún más precisos en el estudio del juego. Deben poner mucha atención en el proceso que siguen para no repetir movimientos.

Hoy vamos a presentar juegos con una misma estructura: una serie de fichas de dos colores distintos, colocadas en un tablero han de intercambiarse de posición en el menor número posible de movimientos.

Hay dos aspectos del estudio muy interesantes que siempre planteamos a los alumnos y que van a ser comunes a todas las presentaciones:

- Encontrar la estrategia para cambiar las fichas en el menor número posible de veces.
- Elegir una notación adecuada para representar la solución.

El interés del primer aspecto es obvio; el segundo merece una pequeña reflexión.

Para evaluar el nivel de competencia matemática de los alumnos, el estudio OCDE / PISA se basa en las competencias matemáticas específicas identificadas por M. Niss en 1999:

Grupo Alquerque de Sevilla

Constituido por:

Juan Antonio Hans Martín. *CC Santa María de los Reyes.*

José Muñoz Santonja. *IES Macarena.*

Antonio Fernández-Aliseda Redondo. *IES Camas.*

juegos@revistasuma.es

1. Pensar y razonar.
2. Argumentar.
3. **Comunicar.** Involucra la capacidad de expresarse, tanto en forma oral como escrita, sobre temas con contenido matemático y de entender enunciados de otras personas sobre estas materias en forma oral y escrita.
4. Modelar.
5. Plantear y resolver problemas.
6. **Representar.** Incluye codificar y decodificar, traducir, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representaciones de objetos y situaciones matemáticas, y las interrelaciones entre distintas representaciones; escoger entre diferentes formas de representación, de acuerdo con la situación y el propósito particulares.
7. Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones.

Normalmente los aspectos de notación se trabajan poco en clase, salvo el lenguaje simbólico y formal, y cuando se tocan se presentan ya acabados. Al pedir al alumno una forma de escribir los pasos seguidos para resolver el problema planteado, que pueda ser entendida y seguida por otro compañero, estamos activando las destrezas de Comunicar y Representar. Ya sabemos la dificultad que muchas veces tienen nuestros alumnos para explicar cómo han hecho un problema y sobre todo ponerlo por escrito, por lo que pensamos que esta parte de la actividad es bastante importante.

Vamos ya con los juegos que os proponemos hoy. Se basan en intercambiar bloques de fichas entre sí y los hemos agrupado en dos tipos: aquellos en que las fichas pueden saltar por encima de una del otro color (Juegos de intercambio con salto) y los que sólo pueden deslizarse a una casilla vacía (Juegos de intercambio sin salto).

Juegos de intercambio con salto

El primero de estos juegos es quizás el más conocido, al menos es el que ha sido más estudiado y ha producido mayor bibliografía. Es nombrado de formas distintas aunque el que más nos gusta a nosotros es:

El salto de la rana

Tenemos un tablero con siete casillas y tres fichas de un color y tres de otro. La distribución inicial del juego es la que aparece en la figura 1.



Figura 1

El objetivo del juego es permutar las posiciones de las fichas azules y rojas. Para ello son válidos los siguientes movimientos:

- Una ficha puede moverse a un lugar contiguo, si éste está vacío.
- Una ficha no puede retroceder, es decir las fichas rojas solo pueden moverse hacia la derecha y las azules hacia la izquierda.
- Una ficha junto a otra de distinto color puede saltar por encima de ella si el salto (por encima de una sola ficha) le lleva a una casilla vacía.
- Si en algún momento no puede hacerse ningún movimiento, el juego termina y hay que comenzar de nuevo.

Como siempre el primer paso que se ha de seguir es familiarizarse con el juego y sus reglas. Una vez conseguido esto hay muchos aspectos que podemos investigar en este juego además de los dos generales que hemos comentado antes:

1. Investiga otras disposiciones, por ejemplo, una, dos, cuatro, cinco fichas de cada color...
2. Si jugamos con n fichas de cada color, dejando una casilla vacía, ¿cuál será ahora ese número mínimo de movimientos?
3. ¿Y si jugamos con n fichas de cada color, pero dejando m casillas vacías en el centro?
4. ¿Cómo se modifica la estrategia si el número de fichas de cada color no es el mismo, por ejemplo tenemos 3 fichas rojas y 1 azul? ¿Y si tenemos tres fichas de un color y dos de otro?... ¿Y si tenemos n rojas y m azules?

El salto de tres

Siguiendo la misma filosofía, los tres siguientes juegos lo que modifican es el tablero y el número de fichas con que se juega. Un ejemplo sería el salto de tres que se juega sobre el tablero de la figura 2.

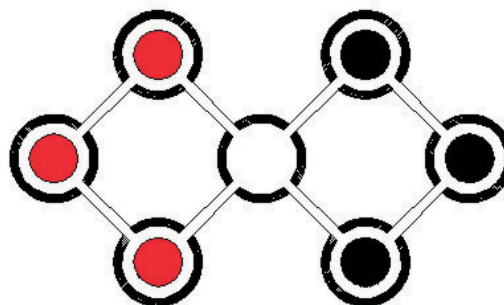


Figura 2

Las reglas del juego son las usuales:

- En cada movimiento sólo se puede mover una ficha.
- Las fichas rojas se desplazan hacia la posición de las negras y las negras hacia la posición de las rojas.
- Las fichas no pueden retroceder.
- Los movimientos posibles son mover una ficha a una casilla vacía o saltar sobre una ficha de distinto color a una casilla vacía.

El salto del ocho

Este es una generalización el caso anterior.

Ahora hay que intercambiar ocho fichas de cada color con las mismas restricciones que en el juego de tres. Se ve que la distribución sobre el tablero (tal como tenemos en la figura 3) sigue la misma estructura que el salto de tres.

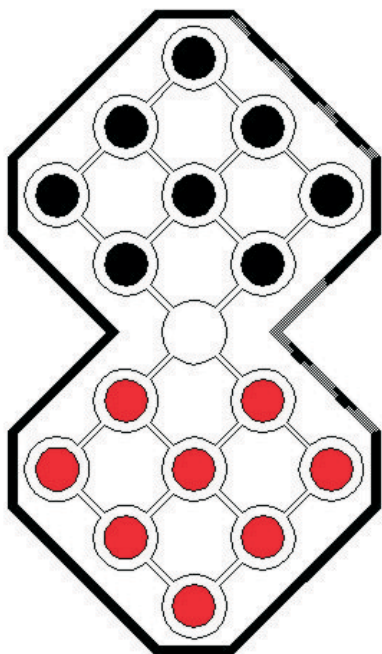


Figura 3

El solitario del Alquerque

Por último un solitario planteado sobre el tablero del juego Alquerque (juego al que en una próxima entrega tendremos que dedicarle más tiempo).

Ahora tenemos que intercambiar doce fichas de cada color sobre el tablero que aparece en la figura 4.

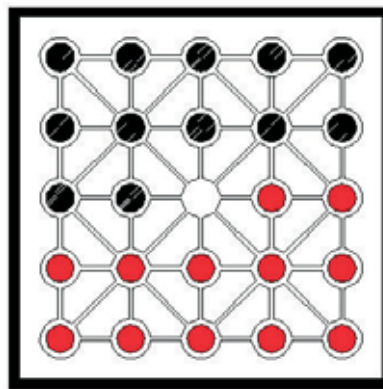


Figura 4

La intención es la misma que en los juegos anteriores, pero la cosa se complica al aumentar el número de fichas. En cada caso, con este aumento, se ve más importante el seguir una estrategia clara, pues si no se pierde uno y se eterniza el intercambiar las fichas.

Cuatro caballos

En un tablero 3X3 de ajedrez (figura 5) el único movimiento permitido es el movimiento de un caballo a otra casilla según las reglas del ajedrez. Por supuesto, dos caballos no pueden ocupar la misma casilla. El objetivo del rompecabezas es intercambiar los caballos rojos y azules en el menor número de movimientos.

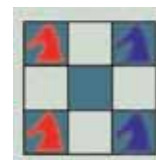


Figura 5

Con un tablero algo más extraño, pero con el mismo objetivo de intercambio entre los caballos, está el siguiente problema. Está prohibido salirse del tablero de la figura 6.

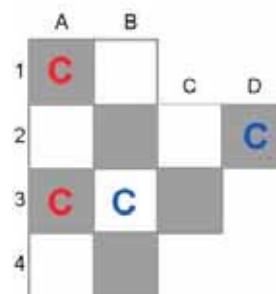


Figura 6

Transformación numérica

Cuatro fichas con números forman 1423. En ocho movimientos forma 1234 en el mismo espacio. Un movimiento consiste en hacer saltar un número sobre uno, dos o tres números contiguos (a la izquierda o derecha), para ir a la casilla vacía inmediata siguiente. No se puede mover sin saltar.



Juegos de intercambio sin salto

Veamos ahora los juegos en los que no se puede saltar. Suelen ser conocidos como juegos de “moviendo peones”. En este tipo de juegos el tablero suele disponer de alguna casilla que sirve para colocar en ella una ficha y permitir el paso de las restantes.

Es importante la restricción en este caso de que los movimientos pueden ser en horizontal o vertical, nunca en diagonal, y como es de suponer las fichas no pueden saltar una sobre otra.

Quizás el tablero más simple sería el que aparece en la figura 7.



Figura 7

Una línea de investigación, una vez encontrada la solución, es plantear si es posible resolver el mismo juego si el tablero tuviese alguna casilla blanca menos. Es interesante ver la argumentación que se sigue para afrontar este problema.

Otra investigación sería cómo cambiaría la resolución del solitario si se añaden fichas de colores en casillas adyacentes. Por ejemplo si en el tablero de la figura 7 hubiese una casilla más en cada extremo y tres fichas rojas y tres azules, ¿seguiría teniendo solución?

Otra distribución distinta aparece en la figura 8.

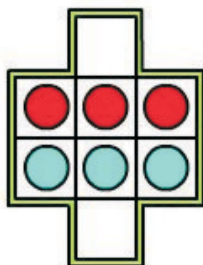


Figura 8

Aquí hay varias investigaciones que podríamos hacer:

- ¿Alguna de las dos casillas vacías podría desaparecer del tablero y seguir teniendo solución?
- ¿Qué pasaría si en la figura 8 tuviésemos cuatro fichas rojas y cuatro azules?
- ¿Importaría si las casillas blancas de la figura 8 no estuviesen una enfrente de la otra?

La ampliación de número de fichas en el puzzle hay veces que provoca que no se pueda resolver y en otros casos no. A continuación tenemos otro modelo en el que vemos que trabajar con tres fichas o con cuatro no importa para poder encontrar la solución.

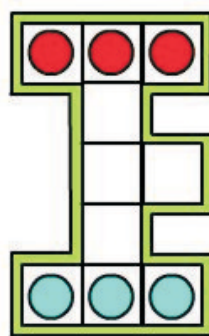


Figura 9

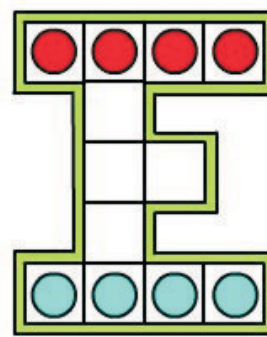


Figura 10

La pregunta lógica sería, si tenemos cinco fichas en cada extremo, ¿sigue siendo resoluble el juego?

Y ya que hemos visto un tablero parecido a una E bien está que veamos otra letra, la H de la figura 11.

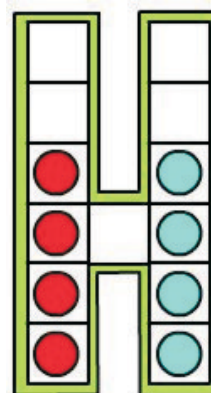


Figura 11

Las cinco letras

Se toman cinco discos de colores con las letras A (naranja), B (rojo), C (azul), D (verde) y E (amarillo) y se colocan en el tablero en su letra correspondiente (figura 12). Hay que mover los discos a los círculos de su color, sin levantarlos, sin pasar unos por encima de otros y sin atravesar las líneas marrones. Un movimiento puede recorrer varios círculos.

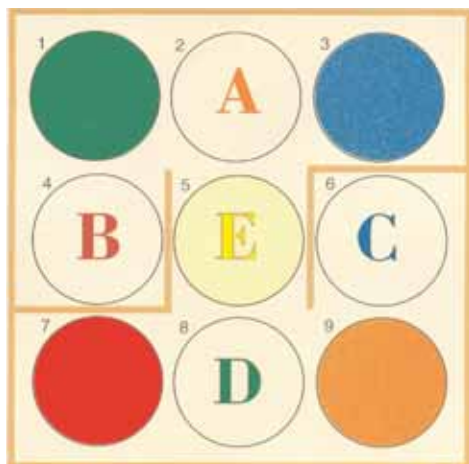


Figura 12

Para terminar, más para jugar

Este último tipo de juego de intercambio es en cierta forma la presentación esquematizada de una inmensa colección de puzzles o juegos que tienen como objetivo intercambiar piezas entre sí dentro de una zona limitada y siempre moviendo las fichas en horizontal o vertical, pero nunca en diagonal. Dentro de ellos está el conocido *Juego del 15* creado por Sam Loyd en la década de 1870 o en tres dimensiones el *Cubo de Rubik*.

A continuación tenemos dos puzzles de este tipo (algunos son bastante antiguos como por ejemplo el de la figura 14). El objetivo del primero es intercambiar **ON** con **OFF** y el del segundo meter la cabra dentro del redil. Aunque pueden parecer de estructura simple, el primero necesita 44 movimientos para resolverlo mientras que el segundo requiere solo 28.



Figura 13

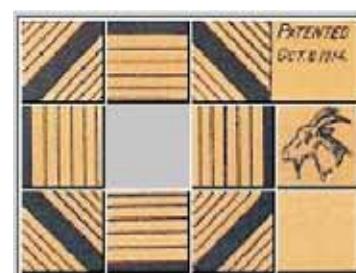


Figura 14

Agrupamiento

Tenemos ahora cinco monedas, tres de 10 céntimos y dos de 1 euro, colocadas alternadas. Usando dos dedos (índice y medio) de una mano se han de coger a la vez dos monedas de distinto valor y que estén contiguas, para en el menor número de movimientos alcanzar la posición final donde las monedas de igual valor estén juntas ya sea a la izquierda o a la derecha.

Por si les apetece probar con ellos, existe una página donde hay una gran cantidad de estos juegos en formato Java que se pueden jugar on-line. Pueden encontrarlos en: <http://www.johnrausch.com/SlidingBlockPuzzles/>

Ánimo y mucha suerte.

JUEGOS ■

