suma+ 58
Junio 2008, pp. 49-61

Matemáticas y astronomía en Mesopotamia

En Mesopotamia se desarrollaron las matemáticas desde el inicio de la primera cultura sumeria. Junto a la escritura cuneiforme apareció un sistema de numeración de base sexagesimal. Los escribas del primer Imperio babilónico, además de las operaciones aritméticas elementales, calcularon raíces cuadradas y cúbicas, establecieron relaciones trigonométricas en triángulos rectángulos y resolvieron ecuaciones algebraicas lineales y cuadráticas. En menor proporción consideraron algunos tratamientos geométricos en triángulos, trapecios, circunferencia y círculo.

Mathematics are developped in Mesopotamia from the beginning of the first sumerian culture. Together with the cuneiform writting, a sexagesimal numerals system arised. Apart from basic arithmetic operations, the scribes of the first Babilonical empire knew how to calculate square and cubil roots, discovered trigonometric relations of rectangle triangles, and solved linea and quadratic equations. In a lesser extent they considered some geometric treatments, in triangles, trapezoids, circunferences and circles.

Introducción

La ciencia en las culturas fluviales de Egipto y Mesopotamia estuvo inicialmente relacionada con las tecnologías de uso agrícola y ganadero, e íntimamente unida al comienzo de las respectivas escrituras jeroglífica y cuneiforme (Ordoñez, 2004)[1].

La revolución neolítica tuvo lugar en esta zona del mundo antes que en el resto. Se ha considerado que en el inicio del sexto milenio antes de nuestra era, en Tell-es-Sawan dieron comienzo las sociedades agrarias más antiguas (Maza, 2000)[2]. Se perfeccionaron las herramientas de piedra y se utilizaron hachas y azadas con mangos de madera (Ausejo y Hormigón)[3]. Un milenio más tarde en el poblamiento de El Obeid, cercano a la ciudad de Ur, junto al río Eúfrates comenzaron las técnicas de regadío y los primeros agrupamientos de población en aldeas.

Hacia el año 4000 a.C. aparecieron los primeros signos de civilización, tal como modernamente lo consideramos. Ello ocurrió durante el periodo arcaico de Uruk, ciudad situada al sur de Mesopotamia, ligeramente al norte de Ur (Sanmartín y Serrano, 1998)[4]. En esta etapa todavía protohistórica, se generalizó la ocupación de los valles fluviales, se desarrollaron las ciudades-estados y se inició la división del trabajo. Se conoció la metalurgia del bronce, se comenzó a usar la rueda y se realizaron construcciones con bóvedas en edificios de más de un piso.

Escritura y sistema de numeración

Alrededor del año 3500 a.C. se empezó a perfilar una escritura pictográfica entre los sumerios, en el país de Sumer, como se llamó a esta zona del sur de Mesopotamia (Kramer, 1974)[5]. Poco a poco los signos pictográficos fueron disminuyendo en número, y simplificándose, hasta evolucionar hacia unos signos abstractos, en forma de cuña, realizados sobre tablillas blandas de arcilla, secadas posteriormente en hornos o al fuerte sol de esta región del mundo.

En esta época surgieron también los primeros cálculos matemáticos como medios contables, utilizándose como objetos de medida pequeñas piedras, “bulla” o “calculi”, como fueron llamadas (Maza, 2000)[6].

Desde el año 3000 a.C. hasta el 2340 a.C. los sumerios desarrollaron sus principales ciudades-estados: Ur, Kish,

José C. Illana Rubio
Inspección de Educación de Madrid

Lagash,... Esta época se ha llamado paleosumeria, protodinástica o presargónica, (previa a la llegada de los acadios al país de Sumer, pueblo de origen semítico, que compitió con los sumerios por este espacio geográfico) (Oppenheim, 2003)[7]. Durante este periodo se implantó el sistema de numeración sumerio, sistema posicional de base mixta, decimal y sexagesimal (Caratini, 2004)[8], además del comienzo de la escritura fonética.

Figura 1: Tablilla escritura cueniforme

El sistema de numeración sumerio fue acumulando signos cuneiformes verticales hasta el número 9, utilizando un signo cuneiforme horizontal (base decimal) para 10 unidades, uno o más signos cuneiformes horizontales y los correspondientes verticales para expresar los números entre 10 y 59, y posteriormente otro signo cuneiforme vertical para el número 60 (sistema sexagesimal) con un valor posicional según el lugar ocupado por este signo en el conjunto general de la representación del número.

Figura 2: Sistema de numeración sumerio

La característica esencial de la numeración cuneiforme es que la nueva unidad está colocada a la izquierda de las cantidades anteriormente representadas. Se encuentra así el primer caso histórico de utilización de un sistema de numeración posicional, de base 60.

Otra forma gráfica, previa a la escritura cuneiforme, del sistema de numeración sumerio, utilizaba conos y esferas. Un cono pequeño era una unidad, varios conos pequeños representaban hasta 9 unidades. Una esfera pequeña eran 10 unidades. Los 59 primeros números se representaban con una composición de conos y esferas, conformando un sistema numérico todavía decimal, que se transformaba en sexagesimal al representar el número 60 por un cono grande. Un cono grande perforado da imagen al número 600, una esfera grande al 3600, y una esfera grande perforada al número 36000. Con este sistema pictográfico se podían representar ya números muy grandes (figura 3).

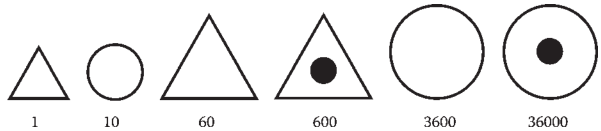

Figura 3: Representación pictórica del sistema arcaico sumerio

El número 118472 se expresaba con 3 esferas grandes perforadas (108000), 2 esferas grandes (7200), 5 conos grandes perforados (3000), 4 conos grandes (240), 3 esferas pequeñas (30) y 2 conos pequeños (2), que hacen el total indicado:

$$108000+7200+3000+240+30+2=118472$$

El sistema sexagesimal mesopotámico, de base 60, facilitaba la subdivisión exacta (fracciones sexagesimales) por dos (30 unidades), tres (20 unidades), cuatro (15 unidades), cinco (12 unidades), seis (10 unidades), doce (5 unidades), quince (4 unidades), veinte (3 unidades), o treinta (2 unidades), además de su idoneidad para las mediciones astronómicas. Todavía se utiliza este sistema para medir ángulos o medir el tiempo, en nuestros días.

En la terminología sumerio-babilónica la sesentena (60) estaba expresada por la palabra “su”, la sesentena de sesentena (60^2) por “sac”, y unidades mayores (60^3) y (60^4) por “gran sac” y “gran sac intangible” respectivamente (Caratini, 2004)[9].

En nomenclatura moderna algunos números pueden transcribirse de la siguiente manera:

5.8 (significa 5 sesentenas y 8 unidades) =
$5 \cdot 60 + 8 = 308$ unidades
(sistema decimal)

$5.9.2 = 5 \cdot 60^2 + 9 \cdot 60 + 2 =$
$18000 + 540 + 2 = 18542$ unidades
(sistema decimal)

Los acadios. Operaciones aritméticas

Cuando los acadios ocuparon el país de Sumer en el año 2340 a.C. y formaron durante el reinado de Sargón I un gran imperio desde Anatolia, al norte, al Golfo Pérsico, al sur, y desde los Montes Zagros, en la frontera del actual Irán, al este, hasta el mar Mediterráneo, al oeste, asumieron la cultura sumeria, la escritura cuneiforme y el sistema de numeración sexagesimal. La lengua sumeria continuó teniendo funciones científicas y culturales, como nuestro latín en la Europa medieval. Se crearon diccionarios en escritura cuneiforme entre los términos acadios y sumerios, y posteriormente con las otras lenguas de los pueblos que después de invadir el espacio mesopotámico asumieron la cultura sumeria y la escritura cuneiforme.

En esta época se iniciaron las operaciones aritméticas elementales. La adición y la sustración, "a-na" y "bazima", en lengua sumeria (Caratini, 2004)[10]. Se realizaron tal como las actuales operaciones con ángulos o medidas de tiempo:

5.38; 30 + 3.25; 45 = (8. 63; 75) = 9.4; 15
ya que 0;75 = 1; 15 ; 25 + 38 +1 = 64 = 1.4 y 5 + 3 +1 = 9
5.38; 30 - 3.45; 45 = (4.97. 90 – 3.45; 45) = 1.52;45

La multiplicación, "du" en el lenguaje de Mesopotamia, se realizaba con plantemientos similares a las operaciones anteriores. La multiplicación del número 7; 30 por 5 se hacía de la manera siguiente:

7; 30 x 5 = 7 x 5 + 30 x 5 / 60 =
35 + 150 / 60 = 35 + 2; 30 = 37;30

y para multiplicaciones de números más complejos se calculaba de esta forma:

7; 30 x 5; 30 = 7 x 5 + (30 x 5 / 60) +
+ (7 x 30 / 60) + (30 x 30 / 3600)=
=35 + (150 /60) + (210 / 60) + (900 / 3600) =
=35 + 2; 30 + 3; 30 + 0; 15 = 41;15
ya que: 0;30 + 0;30 + 0;15 = 1;15

Los escribas mesopotámicos de los alrededores del segundo milenio antes de nuestra era realizaban estos cálculos con el uso de tablas de multiplicación, del 2 al 20 (sistema sexagesimal), y con tablas complementarias del 30, 40 y 50. De esta manera y con las interpolaciones oportunas se podía hacer cualquier multiplicación incluso de números muy grandes. Transcribimos como ejemplo las tablas (sistema sexagesimal) de 20, 30, 40 y 50 por los primeros números enteros.

20 x 2 = 40	30 x 2 = 60 = 1;00	40 x 2 = 80 = 1;20	50 x 2 = 100 = 1;40
20 x 3 = 60 = 1;00	30 x 3 = 90 = 1;30	40 x 3 = 120 = 2;00	50 x 3 = 150 = 2;30
20 x 4 = 80 = 1;20	30 x 4 = 120 = 2;00	40 x 4 = 160 = 2;40	50 x 4 = 200 = 3;20
20 x 5 = 100 = 1;40	30 x 5 = 150 = 2;30	40 x 5 = 200 = 3;20	50 x 5 = 250 = 4;10
20 x 6 = 120 = 2;00	30 x 6 = 180 = 3;00	40 x 6 = 240 = 4;00	50 x 6 = 300 = 5;00

Tabla 1

La división se realizó siempre como una multiplicación por el inverso del número que actuaba de divisor:

a / b = a · (1 / b)

que se hacía mediante el uso de una tabla de inversos. Transcribimos las tablas de inversos del 2 al 60 con su expresión en fracciones unitarias y sus valores sexagesimales.

1/2 = 0; 30	1/8 = 0; 07.30	1/16 = 0; 03.45	1/27=0; 02.13.20	1/45 = 0; 01.20
1/3 = 0; 20	1/9 = 0; 06.40	1/18 = 0; 03.20	1/30 = 0; 02	1/48 = 0; 01.15
1/4 = 0; 15	1/10 = 0; 06	1/20 = 0; 03	1/32=0; 01.52.30	1/50 = 0; 01.12
1/5 = 0; 12	1/12 = 0; 05	1/24 = 0; 02.30	1/36 = 0; 01.40	1/54=0; 01.06.40
1/6 = 0; 10	1/15 = 0; 04	1/25 = 0; 02.24	1/40 = 0; 01.30	1/60 = 0; 01

Tabla 2

Para dividir el número 17.9 (sistema sexagesimal) por 40, se multiplicaba por 1/40:

17.9 x 1/40 = 17.9 x 0; 01.30 =
17 + 17 x 0; 30 + 9 x 0; 01 + 9 x 0; 00.30 =
17 + 8; 30 + 0; 09 + 0; 04.30 = 25; 43.30[11]

Asiria y Babilonia. Primeros imperios

Las tablas de las operaciones matemáticas básicas se desarrollaron en la última fase del imperio acadio y en la etapa histórica siguiente. La invasión de los "gutti", procedentes de las montañas de Irán, y la de los amorreos, que ocuparon Babilonia, produjo de nuevo la atomización del espacio geográfico mesopotámico en ciudades-estado independientes con el predominio de alguna de ellas. Desde el año 2100 a.C. y por espacio de un siglo tuvo preponderancia la ciudad de Ur, la patria del Abraham bíblico, fundador del pueblo de Israel.

En esta etapa, llamada de Ur III, destacó el rey Ur-Nammu, que promulgó el primer código legislativo de la historia, tres siglos antes que el de Hammurabi. De esta época, la última de predominio del pueblo sumerio, nos ha quedado la leyenda de Utnapischtum sobre la inundación de la región mesopotámica, anterior al diluvio del Noe bíblico, y la Epopeya de Gilgamesh, héroe de Uruk, que un siglo antes se había enfrentado a las exigencias territoriales del rey de Kish.

Hacia el año 1900 a.C. Mesopotamia se estructuró políticamente alrededor de la ciudad de Assur, en el norte, cerca de la desembocadura del río Pequeño Zab, afluente del Tigris, donde se estableció el pueblo asirio, y de Babilonia, en el sur, junto al río Eufrates, donde vivían los amorritas (figura 4).

Inicialmente los asirios se expandieron por la zona norte del río Tigris y establecieron relaciones comerciales con Anatolia y Siria, durante el reinado de Shamsi-Adad I (1814-1782 a.C.), etapa conocida como Imperio Asirio Antiguo.

Figura 4. Mapa de Mesopotamia

A la muerte de Shamsi-Adad I, la preponderancia política y militar pasó a Babilonia, con su célebre rey Hammurabi (1792-1750 a.C.). Este monarca fue un buen administrador y legislador. Su famoso Código legislativo fue encontrado grabado en una estela de diorita negra en Susa, capital del reino de Elam, en tierras del actual Irán. Actualmente se encuentra en el Museo del Louvre, de París. El Código reguló la vida social y económica de su tiempo. Hammurabi recopiló también todo el saber científico y literario de sumerios y acadios en numerosas tablillas cuneiformes, que se han encontrado en las excavaciones de Babilonia, lo que ha permitido conocer en buena medida la matemática y la ciencia de este periodo paleobabilónico, o de la antigua Babilonia, para diferenciarlo de la última etapa neobabilónica, en la época de Nabucodonosor II.

Las transacciones comerciales realizadas por asirios y babilonios en este periodo podían ser expresadas mediante ejemplos prácticos como los siguientes, con las correspondientes operaciones matemáticas que fueron transcritas por los escribas en las tablillas cuneiformes encontradas. (se han adaptado los enunciados originales a una terminología moderna).

> Se venden 25 telas al precio de 7 ¼ siclos de plata la pieza. ¿Cuál es el coste total?

Cálculo:

25 x 7 ¼ = 25 x 7+25 x ¼ = 175+25/4 =
175+6 ¼ = 181+¼ = 180 + 1¼ = 3 minas + 1 y ¼ de siclo[12]
(solución expresada en la tablilla)

Las unidades de peso usadas por babilonios y asirios eran las siguientes:

- mina (equivalente a 500 gramos de plata) = 60 gin o siclos

- siclo (equivalente a 500/60 = 8,33 gramos de plata) = 180 se

- se (equivalente a 8,33/180 = 0,046 gramos de plata)

Calcular el precio en plata de 3 talentos y 37 ½ minas de estaño si cada siclo de plata equivale a 14 ½ siclos de estaño.
(1 talento = 3600 siclos de estaño)

Cálculo:

3 talentos · 3600 = 10800 siclos de estaño;
37 ½ minas·60 = 2250 siclos de estaño;
10800 + 2250 = 13050 siclos de estaño;
13050 : 14 ½ = 900 siclos de plata;
900 : 60 = 15 minas (solución expresada en la tablilla)

Los asirios del Imperio Antiguo comerciaban con estaño y telas que vendían en Kanesh (Anatolia) a cambio de plata. La situación práctica citada puede representar alguna de estas transacciones comerciales (Liverani, 1995)[13].

Cálculo de raíces cuadradas

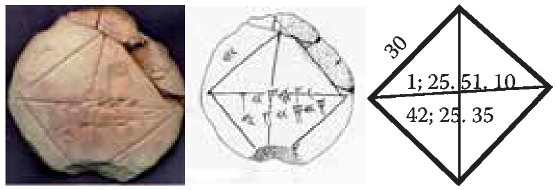

Figura 5. Raíces cuadradas

De la época paleobabilónica se ha encontrado una tablilla cuneiforme (YBC 7289) con el cálculo de raíces cuadradas (Caratini, 2004)[14] y los gráficos e inscripciones de la figura 5. La figura es un cuadrado de 30 milímetros de lado en el que están trazadas las dos diagonales. Encima de la diagonal horizontal está la inscripción 1; 24.51.10 correspondiente al valor sexagesimal de $\sqrt{2}$. Debajo de la diagonal aparece 42; 25.35 correspondiente al valor sexagesimal de $30\sqrt{2}$.

$$1;\ 24.51.10 = 1 + 24/60 + 51/60^2 + 10/60^3 =$$
$$1+0{,}40 + 0{,}01416 + 0{,}00004 = 1{,}4142$$
$$30 \text{ x } 1;\ 24.51.10 =$$
$$30 + (30 \text{ x } 24/60) + (30 \text{ x } 51/60^2) + (30 \text{ x } 10/60^3) =$$
$$30 + 12 + 0;\ 25.30 + 0;\ 00.05 = 42{,}25.35$$

tal como aparece en la tablilla.

Los babilonios de la época de Hammurabi calculaban raices cuadradas por métodos aproximativos. Los mismos métodos los emplearon posteriormente Herón de Alejandría, en el siglo I de nuestra era, y Diofanto en el siglo III, casi dos mil años después (Maza, 2000)[15].

El método consiste de forma general en los cálculos siguientes:

$$\sqrt{x} = a \text{ (primera aproximación)} \Rightarrow x = a^2 + e \text{ (error inicial)}$$
$$\sqrt{x} = a + c \text{ (segunda aproximación)} \Rightarrow$$

$$x = (a + c)^2 = a^2 + c^2 + 2ac = a^2 + e´$$
$$\sqrt{x} = \ldots \text{ (tercera aproximación) } \ldots$$
$$e´ = c^2 + 2ac \cong 2ac \quad c <<< a$$

Para el cálculo de la $\sqrt{2}$ el método considerado se puede concretar de la siguiente forma:

$$\sqrt{2}=1;\ x = 1^2 + e \Rightarrow e=2-1=1;\ \sqrt{2} = 1 + c;$$
$$c = e/2a = 1/2 = 0,5;\ \sqrt{2} = 1 + 0,5 = 1,5$$

$$\sqrt{2} = 1,5;\ x = 1,5^2 + e´ \Rightarrow e´=2-1,5^2 = 2-2,25= -0,25;$$
$$c´= e´/2a = -0,25/2= -0,125;\ \sqrt{2} = 1,5-0,125 = 1,375$$

$$\sqrt{2}=1,375;\ x=1,375^2+e´´ \Rightarrow e´´=2-1,375^2=2-1,890=0,110;$$
$$c´´=e´´/2a=0,110/2= 0,055;\ \sqrt{2} = 1,375 + 0,055 = 1,430$$

$$\sqrt{2}= 1,430;\quad x = 1,430^2 + e´´´ \Rightarrow$$
$$e´´´= 2-1,430^2 = 2-2,045 = -0,045;$$
$$c´´´= e´´´/2a= -0,045/2= -0,022;\ \sqrt{2}=1,430-0,022 = 1,408$$

$$\sqrt{2} = 1,408;\ x=1,408^2 + e^{iv} \Rightarrow$$
$$e^{iv} = 2-1,408^2 = 2-1,982 = 0,018;$$
$$c^{iv} = e^{iv}/2a = 0,018/2 = 0,009;\ \sqrt{2} = 1,408 + 0,009 = 1,417$$

$$\sqrt{2}= 1,417;\ x = 1,417^2 + e^{v} \Rightarrow$$
$$e^{v} = 2-1,417^2 = 2-2,007 = -0,008;$$
$$c^{V} = e^{V}/2a = -0,008/2 = -0,004;\ \sqrt{2} = 1,417 - 0,004 = 1,413$$

$$\sqrt{2}= 1,413;\quad x = 1,413^2 + e^{vi} \Rightarrow$$
$$e^{vi} = 2-1,413^2 = 2-1,996 = 0,004;$$
$$c^{vi} = e^{vi}/2a = 0,004/2 = 0,002;\ \sqrt{2} = 1,413 + 0,002 = 1,415$$

Los valores obtenidos por aproximación van alternando con defecto o exceso el valor actual 1,4142... También se obtuvieron de forma similar raíces cúbicas.

Relaciones trigonométricas

Los escribas babilonios conocían las relaciones entre los catetos y la hipotenusa en los triángulos rectángulos varios siglos antes que fueran consideradas por los matemáticos pitagóricos griegos. Se han encontrado un conjunto de relaciones numéricas de estas características en la tablilla Plimpton 322 (figura 6) de la colección de la Universidad de Columbia (Neugebauer, 1957)[16] (Eves, 1964)[17]. Además de una incipiente teoría numérica puede apreciarse el inicio de una cierta prototrigonometría.

Figura 6: Tablilla Plimpton 322

La tablilla presenta cuatro columnas de números en quince filas horizontales, de las que se transcriben las cinco primeras:

Tabla 3

1; 59.0.15	1,59	2,49	1
1;56.56.58.14.50.6.15	56,7	1,20.25	2
1;55.7.41.15.33.45	1,16.41	1,50.49	3
1;53.10.29.32.52.16	3,31.49	5,9.1	4
1;48.54.1.40	1,5	1,37	5

La columna de la izquierda se ha asociado a valores de la $\sec^2(A)$ variando desde A=45º hasta A = 31º con intervalos de 1º. Puede apreciarse que:

$$\sec 245^\circ = 1,9834028 = 1;\ 59.0.15$$

También se ha considerado que el primer valor de la columna de la izquierda representa la relación c^2/b^2 para un triángulo rectángulo de lados: a=119; b=120 y c=169. Puede comprobarse que para estos lados:

$$c^2/b^2 = 1692/1202 = 28561/14400 = 1,9834028 = 1;59.0.15$$

Las ternas pitagóricas expresadas en la tablilla Plimpton 322 cumplen las condiciones de que los lados a, b y c de los triángulos rectángulos puedan representarse por:

$$a = p^2 - q^2 \qquad b = 2pq \qquad c = p^2 + q^2$$

siendo p y q números enteros sexagesimales que cumplan que: $p > q$ y $p<60$(Boyer, 1986)[18].

Ecuaciones lineales algebraicas

Los escribas mesopotámicos iniciaron el álgebra y la geometría durante la época del primer imperio babilónico. Se han encontrado tablillas con escritura cuneiforme que tienen la resolución de ecuaciones lineales en ejemplos concretos. Pueden suponerse que eran ejercicios escolares utilizados en la formación de los numerosos escribas que precisaba la administración y la sociedad babilónica para sus transacciones comerciales.

Los ejemplos que han llegado hasta nosotros representan aplicaciones prácticas de préstamos, intereses y repartos proporcionales usados en los repartos de herencias entre varios herederos. También se han encontrado tablillas con cálculos geométricos de medidas de rectángulos (tablillas YBC 5037/ YBC 4657/ YBC 4662 y 4663/ YBC 8558), de problemas de irrigación de campos y almacenaje de agua en cisternas y canales de secciones rectangulares o trapezoidales (tablillas YBC 4666/ YBC 7164/ YBC 8594), o de áreas y volúmenes de ladrillos de arcillas o de las dimensiones de las propias tablillas de escritura cuneiforme (tablilla YBC 4607).

La mayor parte de estas tablillas han sido catalogadas por Otto Neugebauer, matemático y arqueólogo alemán (Neugebauer, 1935-37)[19] (Neugebauer y Sachs, 1945)[20] entre las obtenidas en el yacimiento arqueológico de Nipur, donde han aparecido más de 50000 tablillas. La mayoría de ellas se encuentran actualmente en las bibliotecas de las Universidades americanas de Columbia, Pensilvania o Yale. Una de estas tablillas (YBC 4652) tiene ejemplos de problemas algebraicos sobre el peso de piedras, resueltos mediante ecuaciones de primer grado. En ella se plantean enunciados y soluciones, y en algunos casos métodos de cálculo. Pertenece a la época de Hammurabi y está escrita en lengua sumeria. Entre los enunciados más habituales, adaptados a un lenguaje moderno, podemos destacar los siguientes:

> Tengo una piedra, de la que no sé su peso. La añado 1/7 de su peso, y después 1/11 del resultado. Este peso final es una mina. ¿Cuál es el peso de la piedra?

La tablilla da la solución 2/3 de mina**,** 8 gin, y 22 1/2 se. El planteamiento actual de resolución podría suponerse así:

$x + x/7 + (1/11)(x + x/7) = 1 \text{ mina} = 60 \text{ gin};$
$x + x/7 + (1/11)(x + x/7) = 60$
$12(x + x/7)/11 = 60;\ x + x/7 = 55;\ x = 55 \cdot 7 = 385;\ x = 48{,}125^*$
$x = 40 + 8 + 0{,}125 =$ 2/3 de mina, 8 gin y 22 y 1/2 se.
$^*\ (0{,}125 \cdot 180 = 22{,}5)$

> Tengo una piedra, de la que no sé su peso. Le resto a su peso una sexta parte y añado una tercera parte de una octava parte de todo lo anterior. Si peso el conjunto es una mina. ¿Cuál es el peso de la piedra?

La solución propuesta es 1 mina, 9 gin, 21 ½ se y además 1/10 de se. El planteamiento de resolución sería:

$$(x - x/6) + (1/3)(1/8) \cdot (x - x/6) = 1 \text{ mina} = 60 \text{ gin};$$
$$(x - x/6) + (x - x/6)/24 = 60$$
$$25(x - x/6)/24 = 60;\ 25x - 25x/6 = 24 \cdot 60 = 1440;$$
$$150x - 25x = 8640;\ 125x = 8640$$
$$x = 8640:125 = 69{,}12 \text{ gin} = 60 + 9 + 0{,}12 =$$
1 mina + 9 gin + 21 ½ se + 1/10 de se 0,12 gin =
$$0{,}12 \cdot 180 = 21{,}6 \text{ se} = 21{,}5 + 0{,}1 = 21\tfrac{1}{2} \text{ se} + 1/10 \text{ se}$$

Cálculos geométricos. Triángulos y trapecios

La geometría mesopotámica estuvo menos desarrollada que el cálculo aritmético y algebraico. Las figuras geométricas interesaron a los escribas asirios y babilonios en tanto en cuanto tenían un sentido utilitario (superficie de tierras, volúmenes de agua,...), o podían ser consideradas como un problema algebraico. Otra característica de la geometría mesopotámica es el estilo aproximativo, y no siempre necesariamente exacto de sus cálculos. Se utilizaron por ello métodos de agrimensura para obtener el valor de las superficies de figuras geométricas (trapecios, cuadriláteros irregulares, triángulos, polígonos o círculos).

La expresión del área de un trapecio:

$$A = (b + c)\, a/2$$

se puede generalizar, según las consideraciones aproximativas anteriores, a un cuadrilátero irregular (trapezoide, figura 7), como:

$$A = ((b + c)/2) \cdot ((a + d)/2) \quad \text{(Maza, 2000)}^{21}$$

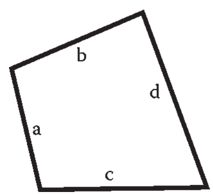

Figura 7: Cuadrilátero irregular

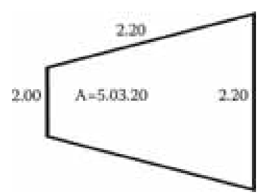

Figura 8: Trapecio isósceles

Se han encontrado las tablillas YBC 7290 e YBC 11126 sobre figuras trapezoidales (Caratini, 2004)[22]. En una de ellas se representa un trapecio isósceles cuyos lados valen (sistema sexagesimal):

base pequeña: 2.00 base grande: 2.20
lados laterales: 2.20 (figura 8)

En forma aproximada, mediante la expresión anterior, su superficie sería:

$$A = ((2.20 + 2)/2) \cdot ((2.20 + 2.20)/2) = 2.10 \cdot 2.20 =$$
$$4 + 0.20 + 0.40 + 200/360 = 5 + 0.03.20 = 5.03.20$$

tal como aparecía en la tablilla.

Ejemplos concretos de problemas sobre la geometría de triángulos (sag-du en lengua sumeria) han sido encontrados en 15 tablillas de las catalogadas por Otto Neugebauer. En una de ellas (tablilla MLC 1950) se describe el cálculo de las bases AC y DE de dos triángulos rectángulos semejantes (figura 9).

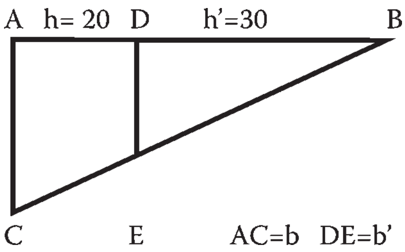

Figura 9: Triángulos rectangulos

La solución actual se plantearía como un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, una de ellas entre ambos triángulos semejantes, y la otra con las dos bases AC y DE del trapecio formado, y el área de ese trapecio, de la forma siguiente:

semejanza de triángulos:

$$h'/DE=(h + h')/AC;\ 30/DE=(20 + 30)/AC;\ 30AC=50DE;$$
$$30b =50b';\ b'= 30b/50$$

área del trapecio:

$$(b + b') \cdot h/2 = A;\ (b + b') \cdot 20/2 = 320;\ b + b'= 320 \cdot 2/20 =$$
$$32;\ b + b'= 32$$

solución del sistema de ecuaciones:

$$b + (30b/50)= 32;\ 50b + 30b= 32 \cdot 50 = 1600;\ 80b = 1600;$$
$$b = 1600/80 = 20$$
$$20 + b'=32;\ b'=32 - 20 = 12$$

En la tablilla mesopotámica se propone como método de resolución lo siguiente:

	Descripción del proceso	Notación sexagesimal	Notación decimal
1º	Toma el inverso de 20	0;03	0,05
2º	Multiplica este inverso por el área del trapecio	0;03·5.20=0.15+0;60=0.16	320·0,05=16
3º	Añade 60 (h'·2) a 20	80	1.20
4º	Toma el inverso de 80 y multiplícalo por 320	1/80=0; 00.45; 0; 00.45 · 5.20= 3.45 + 0.15 = 4	320/80=4
5º	Añade 4 a16	20	20
	Resta 4 a 16	12	12

Circunferencia y círculo. Número π

En tablillas catalogadas como YBC 7302 e YBC 11120 se plantean relaciones entre el área del círculo y la longitud de su circunferencia representados en la figura 10 (Caratini, 2004)[23]. Dados 14 valores de longitud de la circunferencia y los 14 valores correspondientes a las áreas de los respectivos círculos que aparecen en las tablillas, puede determinarse que:

$$A = c^2/12 = 9.00/12 = 540/12 = 45$$

tal como aparece en la figura 10.

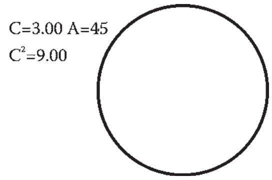

Figura 10: Área del círculo y longitud de la circunferencia

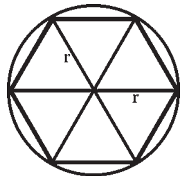

Figura 11: Circunferncia circunscrita y perímetro del hexágono

De la expresión anterior y con los conocimientos actuales puede deducirse que: $\pi = 3$ valor aproximado utilizado por los babilonios en los primeros tiempos.

Posteriormente en otra tablilla encontrada en Susa (Maza, 2000)[24]. se ha consignado un valor de $\pi = 3\ 1/8 = 3{,}125$ (notación decimal).

En ella se relaciona el perímetro de un hexágono regular y la circunferencia circunscrita (figura 11) y se da el valor:
0; 57.36.

$$\text{Perímetro} = 6\ r \qquad c = 2\ \pi\ r$$

$$6\ r / 2\ \pi\ r = 0;\ 57.36; \qquad 6 / 2\ \pi = 0;57.36;$$
$$\pi = 3 / 0;\ 57.36 = 3 \cdot (1/0;\ 57.36) = 3 \cdot (1/0{,}96) = 3{,}125$$
$$0;\ 57.36 = 57/60 + 36/3600 = 0{,}95 + 0{,}01= 0{,}96$$ (notación decimal)

Ciencia y astronomía en el imperio babilónico antiguo

Además de las matemáticas los babilonios destacaron en la organización de la medicina, y la implantación de unas técnicas curativas, que aunque no siempre alejadas de procedimientos mágicos utilizaron plantas y brebajes diversos para el tratamiento de patologías de la piel, el estómago, el resto del aparato digestivo y las vías urinarias. Se han encontrado tablillas cuneiformes en que se describen los síntomas de algunas enfermedades habituales y una relación de diagnósticos y pronósticos sobre su evolución. A nivel farmacológico en Babilonia se usaban pomadas, cataplasmas, inhalaciones, supositorios, e incluso inyecciones de líquidos, sobre todo en las vías urinarias. También se realizaron estudios anatómicos y fisiológicos de alguna relevancia. Es digno de citar las descripciones del hígado, incluso sus representaciones en maquetas tridimensionales realizadas como modelos escolares para iniciar en el arte adivinatorio a futuros augures (Ordoñez, 2004)[25].

La astronomía fue otro de los conocimientos científicos, que aunque también relacionado con fines predictivos de acontecimientos venideros, y poco diferenciada de la astrología, permitió a estos mesopotámicos tener un conocimiento detallado de los movimientos del Sol, la Luna, planetas y cometas, y posiciones de las estrellas y de los ciclos lunares.

Hacia el año 1700 a. C. se estableció un calendario de 12 meses de 30 días, en función de los movimientos del Sol y de la Luna. El día se dividió en 24 horas. Este calendario estuvo vigente hasta el año 500 a. C. Para evitar los errores producidos por estos años de 360 días se añadía otro mes de 30 días cada seis años. Se conseguía así una situación similar a la actual con los años de 365 días.

Hacia el año 1700 a. C. se estableció un calendario de 12 meses de 30 días, en función de los movimientos del Sol y de la Luna. El día se dividió en 24 horas.

Del periodo acadio y del renacimiento sumerio (época de Ur III) se han encontrado representaciones en “cilindros sellos” de constelaciones estelares (Aguila, Acuario, Tauro, Leo,...). Ya en la época babilónica, en la “Oración a los dioses de la noche” aparecen los nombres de más de 17 estrellas (*mul-mul* en lengua sumeria). Entre las constelaciones conocidas por los mesopotámicos pueden citarse: *Margidda* (Osa Mayor), *Girtab* (Escorpión), *Ti* (Aguila), *Guanna* (Tauro), *Iku* (Pegaso), *Urgula* (Leo), *Gula* (Acuario), *Pabilsag* (Sagitario), *Luz* (Lira), *Absin* (Virgo) o *Allul* (el Cangrejo/Cáncer) (Marín Arcones) [26].

Fin del imperio babilónico antiguo

El imperio babilonio antiguo, heredero de los días prósperos de Hammurabi, fue declinando hasta la invasión de la ciudad por los hititas en el año 1595 a.C., durante el reinado de Murshilis I.

Los hititas fueron en esta época (1550 a 1250 a. C.), con Egipto y Asiria, la tercera potencia política del espacio mesopotámico. Si bien su localización fundamental fue Anatolia y su lengua y raza indoeuropeas. Eran procedentes de las montañas del Cáucaso y en la época de mayor apogeo ocuparon Siria y Palestina. Se enfrentaron con éxito al reino hurrita de Mittani y posteriormente a los egipcios del Imperio Nuevo en el año 1296 a. C. (batalla de Qadesh contra Ramses II).

Los hititas adoptaron la escritura cuneiforme y en ella escribieron la historia de sus guerras, relaciones y tratados políticos. Se han encontrado en los alrededores de su capital, Hattusas, en Anatolia, y en Tell-el-Amarna, Egipto, tablillas cuneiformes que describen su enfrentamiento con los egipcios (Ceram, 1985)[27]. Los hititas desarrollaron como los babilonios la astronomía y la astrología, fundamentalmente por su carácter adivinatorio de acontecimientos futuros, preocupación generalizada de los pueblos de la antigüedad.

Tras la invasión de Babilonia por los hititas, ocuparon esta ciudad los cassitas (1530 a 1160 a.C.), pueblo procedente de las montañas de Irán. Los cassitas asimilaron la cultura mesopotámica antigua de la ciudad formando el llamado periodo medio de Babilonia. En esta época se desarrolló la escritura cuneiforme alfabética (1400 a 1300 a.C.) y se potenció grandemente la astronomía durante el reinado de Nabucodonosor I (1124-1103 a.C.). Los sacerdotes y los escribas babilonios realizaron más de siete mil observaciones astronómicas, consistentes en salidas y ocasos de estrellas, conjunciones planetarias y fenómenos meteorológicos, que registraron en setenta tablillas encontradas en las excavaciones de la biblioteca de Nínive.

Anteriormente las llamadas “Tablas de Venus”, del final de la época paleobabilónica, contenían los registros de salidas y puestas del segundo planeta del Sistema Solar, y de varios eclipses de sol. De este periodo se conservan representaciones clásicas de algunas de las constelaciones conocidas por los mesopotámicos, en estelas, *kudurrus*, que refrendaban operaciones comerciales o donaciones de terrenos o inmuebles, por herencias entre padres e hijos (Marín Arcones)[28]. Las constelaciones zodiacales Tauro, Leo, Escorpio, Sagitario, Capricornio y Acuario, quedaron determinadas en este periodo.

Desde 1365 a.C. se inició la política expansionista de Asiria, etapa conocida como Imperio Asirio Medio, en coexistencia con los hititas y los cassitas de Babilonia. En 1235 a.C. el rey asirio Tikulti-Ninurta I ocupó Babilonia, quedando esta ciudad en una posición política debilitada en el escenario mesopotámico durante el resto del milenio.

Durante el siglo XIV antes de nuestra era, en la ciudad siria de Ugarit se desarrolló la escritura fonética y el primer alfabeto cuneiforme compuesto de treinta signos. Posteriormente, en el siglo XII, los fenicios crearon otro alfabeto de base consonante, más simplificado. En esta época se estructuraron los astrolabios, listas de estrellas que asignaban tres astros a cada mes del año, uno por cada región del cielo, lo que atestigua el gran conocimiento astronómico del mundo mesopotámico.

Hacia el año 1200 a.C. los Pueblos del Mar, de procedencia aquea (griega) invadieron Hattusas y acabaron con el Imperio Hitita. En 1190 a.C. fueron derrotados en Egipto por Ramses III, después de asolar Siria y Palestina. En 1050 a.C. los arameos invadieron Asiria, aunque poco después (año 1000 a.C.) quedaron supeditados al poder del reino israelita de David y Salomón. Sin embargo la lengua aramea, de estructura lingüística más sencilla, sustituyó desde esta época a la lengua sumeria y acadia en el espacio cultural del mundo mesopotámico. Todas estas alteraciones políticas y sociales se han conocido como "la crisis final del Bronce", coincidiendo con el final del segundo milenio antes de nuestra era (Roux, 1987)[29].

Imperio neoasirio

Durante el principio del primer milenio mesopotámico Asiria ejerció la preponderancia política y militar sobre los demás estados, estableciendo el Imperio Neoasirio, que ocupó toda Mesopotamia, Siria y Palestina, especialmente durante los reyes de la dinastía sargónida: Assurnasirpal II, Tiglat- Piliser III, Salmanasar V y Sargón II. Senaquerib destruyó Jerusalén en 701 a.C. y Babilonia en 689 a.C. Assurbanipal conquistó Egipto y destruyó la ciudad de Tebas en el año 669 a.C. Los ejércitos asirios asolaron todo lo que encontraron a su paso durante más de un siglo hasta que una coalición de medos y babilonios destruyó definitivamente Nínive, la capital asiria, en el año 612 a.C.

Además de la actuación bélica los asirios también desarrollaron una gran actividad diplomática y una política cultural de primer orden. La biblioteca de Assurbanipal proporcionó más de 20000 tablillas cuneiformes que contenían todo el conocimiento literario y científico de la época (Roux, 1987)[30]. Los astrónomos neoasirios continuaron las observaciones celestes de sumerios, acadios y babilonios. Denominaron estaciones de Marduk (Júpiter) a los equinocios, y camino del dios An, al ecuador celeste. Redactaron las tablillas astronómicas llamadas *mul-apin*, que catalogaban más de setenta estrellas por diversos criterios (salida y puesta/cenit y horizonte) y determinaron las constelaciones del "camino de la Luna" (Zodiaco) (Marín Arcones)[31]. Describieron los movimientos de los planetas y sus diversos ciclos y establecieron periodicidades en los eclipses de sol (observación del ocurrido el 15 de junio del año 763 a.C.) y de luna (eclipse observado en Nínive el 19 de marzo del año 721 a.C.). También se han encontrado calendarios estelares y astrolabios de este periodo, así como el planisferio del siglo VII a.C. con las constelaciones visibles desde la ciudad de Nínive, durante el reinado de Assurbanipal (668 a 626 a.C.), que actualmente está en el "British Museum".

Imperio neobabilónico

Después de la destrucción de Nínive y la anexión de los territorios asirios Babilonia lideró otra vez el espacio mesopotámico, floreciendo el Imperio Neobabilónico. Nabopolasar, antiguo gobernador de la ciudad en la etapa asiria instauró la dinastía caldea. Su hijo Nabucodonosor II (605 a 562 a.C.) derrotó a los egipcios en Karkemish, invadió Israel y destruyó Jerusalén en el año 587 a.C. deportando a los judíos a Babilonia. El Imperio Neobabilónico ocupó toda Mesopotamia, Siria y Palestina.

La característica más importante de esta etapa histórica fue la magnificencia de la capital del Imperio, la ciudad de Babilonia, la urbe más grande y lujosa de todo el Oriente próximo en las referencias de los cronistas de la época. Herodoto visitó la ciudad en el siglo V a.C. y su relato sirvió para su conocimiento por el emergente mundo griego hasta su conquista por Alejandro Magno en el año 331 a.C.

> *La biblioteca de Assurbanipal proporcionó más de 20000 tablillas cuneiformes que contenían todo el conocimiento literario y científico de la época.*

Los Jardines Colgantes fueron construidos por Nabucodonosor II en el año 580 a.C. en una de las alas de su palacio. Junto a ellos discurría la Vía Procesional, gran avenida de más de un kilómetro de longitud que partía la ciudad en dirección norte-sur. En uno de los patios del palacio estaba el imponente "Zigurat", que la Biblia llamó la "Torre de Babel". Las murallas exteriores de la ciudad tenían un millar de torres defensivas y más de 18 kilómetros de perímetro total, con una calzada en lo alto que permitía el paso de un carro de guerra con cuatro caballos (cuadriga).

En el siglo XIX d.C. el arqueólogo alemán Robert Koldewey excavó sistemáticamente la ciudad de Babilonia durante 18 años, en la zona del barrio residencial de Merkes, cercano al palacio de Nabucodonosor II. Además de la estructura de la ciudad en el periodo neobabilónico (612 a 539 a.C.) Koldewey encontró millares de tablillas cuneiformes de esta época, con observaciones astronómicas realizadas desde el *Etemenanki* (Zigurat) (Champdor, 1985)[32].

El Zodiaco, “camino de la Luna” tenía 18 constelaciones. Durante el reinado de Nabucodonosor II se redujeron a 12 para igualarlas al número de meses del año (lunaciones), siendo similares a las actuales con las excepciones de las Pléyades por Tauro y Orión por Géminis. De esta época son los textos “Ziqpu” sobre las estrellas del meridiano del observador, o el texto “Gu” (cuerda) aparecido en la tablilla catalogada como BM 78161 perteneciente al “British Museum”, que detalla las diferentes estrellas que componen las constelaciones y su forma en el cielo.

El Zodiaco, “camino de la Luna” tenía 18 constelaciones. Durante el reinado de Nabucodonosor II se redujeron a 12 para igualarlas al número de meses del año (lunaciones), siendo similares a las actuales con las excepciones de las Pléyades por Tauro y Orión por Géminis.

La astronomía mesopotámica influyó directamente en la mitología y la astronomía griega. Las relaciones entre las constelaciones citadas por Hiparco son similares a las del texto “Gu”. Las referencias astrales citadas por Homero tienen relación con las tablas “mul-apin” de la época neoasiria. La influencia de la astronomía mesopotámica llegó a la India (nakshatras) y a los árabes (Marín Arcones)[33].

Renacimiento algebraico en Babilonia

En el Imperio Neobabilónico se produjo un renacimiento del álgebra. Aunque ya se habían desarrollado en el periodo antiguo las ecuaciones cuadráticas y cúbicas, es en esta etapa histórica cuando se afianza la resolución de problemas del estilo siguiente:

> Hallar el lado de un cuadrado si su área menos el lado es igual a 14.30 (valor sexagesimal)

Neugebauer ha catalogado en la década de 1930 tablillas cuneiformes con soluciones de problemas de este tipo de la forma siguiente:

1º Toma la mitad de 1. Igual a 0; 30 (valor sexagesimal)

2º Multiplica 0; 30 por 0; 30. Corresponde a 0; 15 (valor sexagesimal)

3º Suma 0; 15 a 14.30: 14.30 + 0; 15 = 14.30; 15 (valor sexagesimal)

4º 14.30; 15 es el cuadrado de 29; 30:
29; 30 · 29; 30 = 29 · 29 + 29 · 0; 30 + 29 · 0; 30 + 0; 30 · 0; 30 = 4.01 + 14; 30 + 14; 30 + 0; 15 = 14.30; 15 (valor sexagesimal)

5º Suma 0; 30 a 29; 30 y se obtiene 30 que es el valor del lado del cuadrado.

Actualmente el planteamiento del problema sería el siguiente:

$x^2 - x = 870$ (valor decimal de 14.30);

$$x^2 - x - 870 = 0, \quad x = (1 \pm \sqrt{1 + 3480})/2 = \begin{cases} 30 \\ -29 \end{cases}$$

La mayoría de estas ecuaciones cuadráticas son del tipo:

$$x^2 \pm bx = c, \text{ siendo } b > 0 \text{ y } c > 0.$$

Un ejemplo que cumple estas condiciones sería el siguiente:

> La longitud de un rectángulo excede a su anchura en 7 unidades, y su área es 1.00 (valor sexagesimal). Hallar su longitud y su anchura.

Los babilonios lo plantearon de la siguiente manera:

1º La diferencia 7 divídase por 2. Resultado 3; 30 (valor sexagesimal).

2º Multiplica 3; 30 por si mismo:
3; 30 · 3; 30 = 9 + 1; 30 + 1; 30 + 0; 15 = 12; 15.

3º Añade 1.00 a 12; 15. Resultado 1.12; 15.

4º Halla la raíz cuadrada de 1.12; 15. Resultado 8; 30:
8; 30 · 8; 30 = 64 + 4 + 4 + 0; 15 = 1.12; 15.

5º Suma 3; 30 a 8; 30. Resultado 12. Resta 3; 30 a 8; 30. Resultado 5.

Son los valores de la longitud = 12, y de la anchura = 5.

La ecuación propuesta en la actualidad sería:

$$x \text{ (anchura)} \cdot (x+7) \text{ (longitud)} = 60;$$

$$x^2 + 7x = 60; \quad x^2 + 7x - 60 = 0;$$

$$x = (-7 \pm \sqrt{49 + 240})/2 = (-7 \pm \sqrt{289})/2 =$$

$$(-7 \pm 17)/2 = \begin{cases} 5 \\ -12 \end{cases} \quad \text{anchura} = 5; \quad \text{longitud} = x + 7 = 12$$

Otros ejemplos en que se hallan dos números x e y, dada su suma: $x + y$ o su diferencia $x - y$ y su producto $x \cdot y$ fueron habituales en la matemática babilónica. En una tablilla cuneiforme, actualmente en la Universidad de Yale (Boyer, 1986)[34] se plantea resolver un sistema de ecuaciones cuadráticas con los datos:

$x + y = 6;\ 30$ $\qquad x \cdot y = 7;\ 30$ (valores sexagesimales)

Thureau-Dangin, asiriólogo francés, planteó un problema similar a los anteriores (Thureau-Dangin)[35], expresado de la manera siguiente:

> He sumado siete veces el lado de mi cuadrado y once veces su superficie. Me ha dado 6,25. ¿Cuánto vale el lado?

Para su solución se dan estas indicaciones:

1ª Inscribirás 7 y 11.

2ª Multiplicarás 11 por 6,25. Resultado 68,75.

3ª Fraccionarás 7 por 2. Resultado 3,5.

4ª Elevarás 3,5 al cuadrado. Resultado 12,25.

5ª Añadirás este resultado a 68,75. Ello da 81, que es el cuadrado de 9.

6ª Restarás 3,5 a 9. Resultado 5,5.

7ª Multiplicaras 5,5 por el inverso de 11. Resultado 0,5, que es el valor del lado del cuadrado.

La solución actual a este problema sería la siguiente:

Lado del cuadrado = x; Superficie del cuadrado = x^2;

Ecuación: $11x^2 + 7x = 6{,}25$;

$11x^2 + 7x - 6{,}25 = 0$; $\quad a = 11 \quad b = 7 \quad c = -6{,}25$

$\Delta = b^2 - 4ac = 49 - ((4 \cdot 11 \cdot (-6{,}25)) = 49 + 275 = 324$;
$\sqrt{324} = 18$;

$$x = (-7 \pm 18)/22 = \begin{cases} 11/22 = 0{,}5 \\ -25/22 \end{cases}$$

La relación entre la resolución mesopotámica y el planteamiento actual puede considerarse de la siguiente manera:

	Forma mesopotámica	Forma actual
1º	Inscribirás 7 y 11	$a = 11, \quad b = 7.$
2º	Multiplicarás 11 por 6,25	$a \cdot c = 11 \cdot 6{,}25 = 68{,}75.$
3º	Fraccionarás 7 por 2	$b/2 = 7/2 = 3{,}5.$
4º	Elevarás 3,5 al cuadrado	$(b/2)^2 = b^2/4 = 3{,}5^2 = 12{,}25.$
5º	Añadirás este resultado a 68,75 Resultado 81. Es el cuadrado de 9	$(b^2/4) - a \cdot c = (b^2 - 4ac)/4 = 12{,}25 + 68{,}75 = 81.$ $\sqrt{b^2 - 4ac}/2 = \sqrt{81} = 9.$
6º	Restarás 3,5 a 9	$-(b/2) + \sqrt{b^2 - 4ac}/2 = -3{,}5 + 9 = 5{,}5.$
7º	Multiplicaras 5,5 por el inverso de 11	$5{,}5 = 11x;\ x = 5{,}5/11 = 0{,}5$

Las ecuaciones cúbicas más sencillas estarían expresadas de la forma siguiente:

$x^3 = 0;\ 07.30 \qquad x^3 = a$

en que 0; 07.30 es un número en el sistema sexagesimal y a representa un valor general.

Los escribas mesopotámicos las resolvían con tablas de cubos o raíces cúbicas. En el caso indicado la solución es: $x = 0;\ 30$ (valor sexagesimal). En el sistema decimal la ecuación anterior estaría representada por: $x^3 = 0{,}125 \quad x = 0{,}5$

Cuando los valores no estaban en las tablas se realizaba una interpolación lineal, ligeramente aproximada:

$x^3 = 0{,}15 \quad 0{,}6 > x > 0{,}5$
$0{,}5^3 = 0{,}125;\ 0{,}6^3 = 0{,}216;\ 0{,}216 > 0{,}15 > 0{,}125$
$0{,}216 - 0{,}125 = 0{,}091;\ 0{,}15 - 0{,}125 = 0{,}025;$
$0{,}025/0{,}091 = m/0{,}1;\ m = 0{,}027$
$x = 0{,}5 + 0{,}027 = 0.527$

Ecuaciones cúbicas mixtas, del tipo: $x^3 + x^2 = a$ también podían resolverse por interpolación en tablas: $n^3 + n^2$ existentes para valores de n entre 1 y 30.

$x^3 + x^2 = 4{,}12$; para $n = 1$, $n^3 + n^2 = 1 + 1 = 2$;
para $n = 2$, $n^3 + n^2 = 8 + 4 = 12$

$12 - 2 = 10;\ 4{,}12 - 2 = 2{,}12;\ 2 - 1 = 1;\ 2{,}12/10 = m/1;$
$m = 0{,}212 \quad x = 1 + 0{,}212 = 1{,}212$

Las ecuaciones de cuarto grado del tipo: $ax^4 + bx^2 = c$ fueron también consideradas por los escribas babilónicos como ecuaciones cuadráticas en:

$ay^2 + by = c$ suponiendo $x^2 = y$

Últimos tiempos

La ciudad de Babilonia fue conquistada por los persas de Ciro II el Grande en el año 539 a. C. y toda Mesopotamia quedó integrada en el Imperio Persa durante doscientos años, hasta la conquista de Alejandro Magno en el año 331 a. C. Después de la muerte de Alejandro, Babilonia fue regida por la dinastía seléucida, iniciada por Seleuco, uno de los generales de Alejandro Magno. La cultura mesopotámica se fue diluyendo poco a poco en el helenismo dominante. La última inscripción cuneiforme conocida data del año 75 d. C. ■

NOTAS

1 Así lo considera Javier Ordoñez, profesor de Filosofía e Historia de la Ciencia. (Ordoñez, 2004, pp 27).

2 Aunque hay dataciones ligeramente diferentes sobre el inicio del Neolítico nos remitimos a la que cita Carlos Maza en “Las Matemáticas de la antigüedad y su contexto histórico”. (Maza, 2000, pp 17).

3 Elena Ausejo y Mariano Hormigón, plantean una cronología sobre los perfeccionamientos tecnológicos producidos con la revolución neolítica: http//www.oei.es/selectisi/historia1.htm.

4 Aprecian los profesores Sanmartin y Serrano en “Historia antigua del próximo oriente” que signos incipientes de civilización pueden observarse durante el periodo arcaico de Uruk, en el sur de Mesopotamia. (Sanmartin y Serrano, 1998, pp 20).

5 La historia empieza con la inicial escritura pictográfica en el país de los sumerios (Kramer, 1974).

6 Op. cit. (Maza, 2000, pp 24).

7 En “La antigua Mesopotamia. Retrato de una civilización extinguida”, se describe el inicio de las ciudades-estado en el país de los sumerios, antes de la llegada de los acadios, y del posterior imperio sargónido. (Oppenheim, 2003, pp 22).

8 El sistema de numeración sumerio está tratado por Roger Caratini en “Los matemáticos de Babilonia” como un sistema de numeración posicional sexagesimal (base 60) análogo a nuestro sistema decimal (base 10) expresado con signos cuneiformes. (Caratini, 2004, pp 91-92).

9 Op. cit. (Caratini, 2004, pp 90).

10 Op. cit. (Caratini, 2004, pp 190-193).

11 El número 17.9 corresponde en sistema decimal a 1029. El resultado de la división 25;43.30 corresponde al número decimal 25,725. Puede comprobarse que ese es el resultado de la división 1029/40.

12 En esta época no existía el uso monetario en la mayoría de las transacciones comerciales. Se utilizaban en el cambio cantidades de algún metal (estaño, plata, oro).

13 Mario Liverani ha descrito esta situación en “El antiguo oriente. Historia, sociedad y economía” con ejemplos similares a los citados, durante el primer Imperio asirio, antes del apogeo de Babilonia con Hammurabi. (Liverani, 1995, pp 289).

14 El tratamiento de las raices cuadradas y de la geometría puede verse en el libro de Roger Caratini. Op. cit. pp 162-163.

15 Según Carlos Maza. Op. cit. pp 44.

16 Una descripción más completa puede verse en el libro de Otto Neugebauer ”The Exact Sciences in Antiquity”. (Neugebauer, 1957, pp 36-40).

17 También realiza un estudio de la tablilla Plimpton 322 Howard Eves en “An Introduction to the History of Mathematics”. (Eves, 1964, pp 35-37).

18 Analizado por Carl B. Boyer en “Historia de la matemática”, donde considera la relación de los valores expresados en las columnas de la tablilla Plimpton 322 con los de la secante al cuadrado de ángulos entre 45º y 31º. (Boyer, 1986, pp 58-62)

19 Textos matemáticos originales de la primera versión alemana de Otto Neugebauer: Mathematische Keilschift Texte (MKT). (Neugebauer, 1935-37, pp 95 y ss.).

20 Versión inglesa de Neugebauer y Sachs: Mathematical Cuneiform Text (MCT). (Neugebauer y Sachs, 1945, pp 43).

21 Según aproximación dada por Carlos Maza en “Las Matemáticas de la antigüedad y su contexto histórico”. Op. cit. pp 61.

22 Roger Caratini cita los casos encontrados sobre figuras trapezoidales en las tablillas catalogadas por Otto Neugebauer en “Los matemáticos de Babilonia”. Op. cit. pp 164.

23 Según Roger Caratini. Op. cit. pp 168.

24 Aproximación mayor del valor de π citada por Carlos Maza en “Las Matemáticas de la antigüedad y su contexto histórico”.Op. cit. pp 62.

25 Javier Ordoñez en su “Historia de la Ciencia” describe las características de la medicina en la época del Imperio babilónico de Hammurabi. El famoso código legislativo trataba las posibles penas por el uso fraudulento de ésta. Op. cit. pp. 35.

26 Daniel Marín Arcones en “Atlas de constelaciones mesopotámicas” cita las diversas constelaciones conocidas en Mesopotamia durante el imperio babilónico antiguo:

http//www.danielmarin.es/hdc/atlamesop.htm

27 Los hititas, pueblo de lengua indoeuropea, escribieron sus documentos oficiales en tablillas de escritura cuneiforme (Ceram, 1985, pp 91 y ss.).

28 Daniel Marín Arcones en “Astronomía mesopotámica” cita estas estelas como documentos de uso diverso en el ámbito mesopotámico en esta época:

http://www.danielmarin.es/hdc/AAGC%20-%20mitomesop.htm

29 George Roux en “Mesopotamia. Historia política, económica y cultural” describe el tiempo de confusión que se produjo en la península de Anatolia y en Mesopotamia al final del segundo milenio antes de nuestra era (Roux, 1987, pp 291-303).

30 Así lo cita George Roux en el capítulo sobre los escribas de Nínive en el libro “Mesopotamia. Historia política, económica y cultural Op. cit. pp 376-382.

31 Daniel Marín Arcones en “Historia del zodiaco” describe estas constelaciones: http://www.danielmarin.es/hdc/zodiaco.htm

32 Champdor ha escrito en “Babilonia” sobre las observaciones astronómicas realizadas durante el Imperio neobabilónico. (Champdor, 1985, pp 134-135).

33 Daniel Marín Arcones considera la influencia del la Astronomía mesopotámica en la India y en el mundo árabe: http://www.danielmarin.es/hdc/zodiaco.htm

34 Sobre ecuaciones cuadráticas ver “Historia de la matemática” de Carl B. Boyer. Op. cit. pp 56-57

35 Thureau-Dangin en “Revue d’ asyriologie“. nº 33, ha descrito problemas con ecuaciones algebráicas de segundo grado procedentes de planteamientos geométricos. (Thureau-Dangin, 1936, pp 65-84).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOYER, C. B. (1986). *Historia de la matemática*. Ed. Alianza Universitaria. Madrid.

CARATINI, R. (2004). *Los matemáticos de Babilonia*. Ed. Bellaterra - Arqueología.

CERAM, C. W. (1985). *El misterio de los hititas.* Ed Orbis. Biblioteca de la Historia. Barcelona.

CHAMPDOR, A. (1985). *Babilonia*. Ed Orbis. Biblioteca de la Historia. Barcelona.

EVES, H. (1964). *An Introduction to the History of Mathematics*. Ed Holt. New York. 2ª edición.

KRAMER, S. (1974). *La historia empieza en Sumer*. Ed. Ayma. Barcelona.

LIVERANI, M. (1995). *El antiguo oriente. Historia, sociedad y economía*. Ed. Grijalbo Mondadori. Barcelona.

MAZA, C. (2000). *Las Matemáticas de la antigüedad y su contexto histórico.* Universidad de Sevilla. Sevilla.

NEUGEBAUER, O. (1935-37). *Mathematische Keilschift Texte (MKT)*. Springer. Berlín.3 volúmenes.

NEUGEBAUER, O. (1957). *The Exact Sciences in Antiquity*. Brown University Press. New York.

NEUGEBAUER, O. y SACHS, A. (1945). *Mathematical Cuneiform Text (MCT)*. Yale University Press. New Haven, Conn.

OPPENHEIM, A. L. (2003). *La antigua Mesopotamia. Retrato de una civilización extinguida*. Ed. Gredos. Madrid.

ORDOÑEZ, J. et al. (2004). *Historia de la Ciencia*. Ed. Espasa Calpe. Madrid.

ROUX, G. (1987). *Mesopotamia. Historia política, económica y cultural*. Akal Universitaria. Madrid.

SANMARTIN, J. y SERRANO, J.M. (1998). *Historia antigua del próximo oriente*. Akal Textos. Madrid.

THUREAU-DANGIN, F. (1936). "Textes mathematiques babyloniens". *Revue d' asyriologie*. 33.

En internet

AUSEJO, E. y HORMIGON, M. Universidad de Zaragoza.

http//www.oei.es/selectisi/historia1.htm

MARÍN ARCONES, D. "Atlas de constelaciones mesopotámicas".

http//www.danielmarin.es/hdc/atlamesop.htm

MARÍN ARCONES, D. "Astronomía mesopotámica".

http://www.danielmarin.es/hdc/AAGC%20-%20mitomesop.htm

MARÍN ARCONES, D. "Historia del Zodiaco".

http://www.danielmarin.es/hdc/zodiaco.htm

Himno a Iddin-Dagan, rey de Larsa.
Inscripciones cuneiformes en sumerio
de en trono al 1950 a. C.