

En las ciudades invisibles III

diálogo entre Marco Polo y Kublai Jan

ди́алого́ между́ Марко́ Поло́ и Кúblайя́н

*De ahora en adelante
 seré yo quien describa
 las ciudades y tú
 verificarás si existen y si
 son como las he pensado.*

*...en un golfo en
 medialuna.*

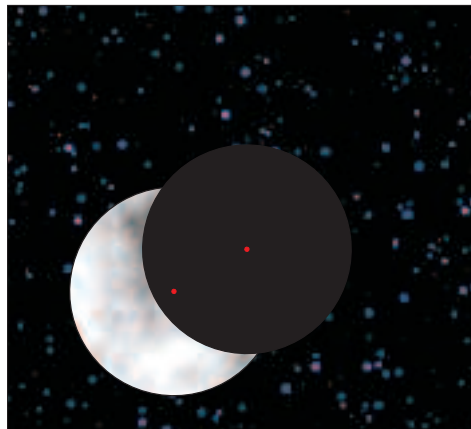
*...del número de ciuda-
 des imaginables hay
 que excluir aquellas en
 las cuales se suman
 elementos sin un hilo
 que los conecte, sin
 una norma interna,
 una perspectiva, un
 discurso.*

*...mis sueños los compo-
 ne la mente o el azar.*

*También las ciudades
 creen que son obra de
 la mente o el azar, pero
 ni la una ni el otro
 bastan para mantener
 en pie sus muros.*

La función de Marco es describir a Kublai ciudades reales mediante el relato de sus características. Pero Kublai quiere saber ahora si una serie de características que él reúne corresponde a las de una ciudad real. La función de Kublai es inversa de la de Marco, pero está por ver si su dominio no es vacío.

Me detengo en esa bahía. El de la medialuna es un problema geométrico interesante: ¿Qué distancia separa los centros de dos círculos cuando uno oculta la mitad del otro?



Si los radios son iguales el ángulo mayor A del rombo formado por los dos centros y las intersecciones de ambos círculos conduce a la ecuación: $\text{sen}(A)=A-\pi/2$. Luego, $A\approx 2,31$ rad y la distancia entre los centros es ($r=R=1$): $d=2\cdot\cos(A/2)\approx 0,808$. El caso general ($r<R$) es más complejo, pero nada que la trigonometría no pueda resolver. Marco advierte que aún recombinando características auténticas no se obtienen ciudades reales. La función de Kublai, inversa de la de Marco, no proporciona imagen para cualquier conjunto de características.

Pero ni el capricho ni el azar erigen ciudades.

Con la una y el otro, mente y azar, se componen las ciudades y se levantan en la intersección determinada por esa conjunción copulativa. La medialuna de dos círculos superpuestos. Fuera de ella la ciudad no se sostiene. ■

Diseño y maquetación FMC

Miquel Albertí Palmer
 ciudadesinvisibles@revistasuma.es



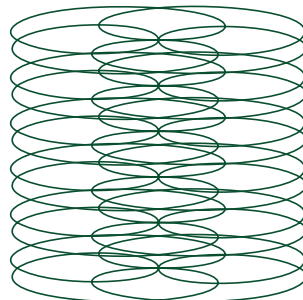
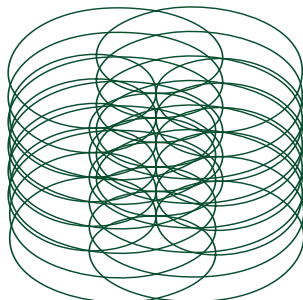
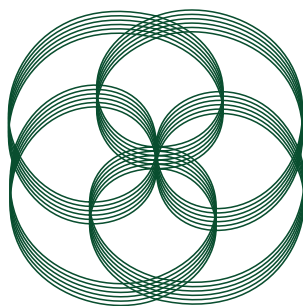
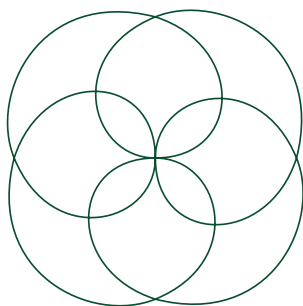
Zobeida Σ

La esencia del ovillo es enrollar un hilo en torno a un pequeño tubo. Vuelta tras vuelta alrededor de ese eje el hilo describe una línea helicoidal con cambio de sentido cada vez que llega a uno de los dos extremos. El modo en que se enrolla y la longitud del hilo determinan la

forma, más o menos abultada del ovillo.

(...) con calles que giran sobre sí mismas como un ovillo.

Perdido en Zobeida tuve tiempo de esbozar un modelo del ovillo que sus calles me obligaron a recorrer:



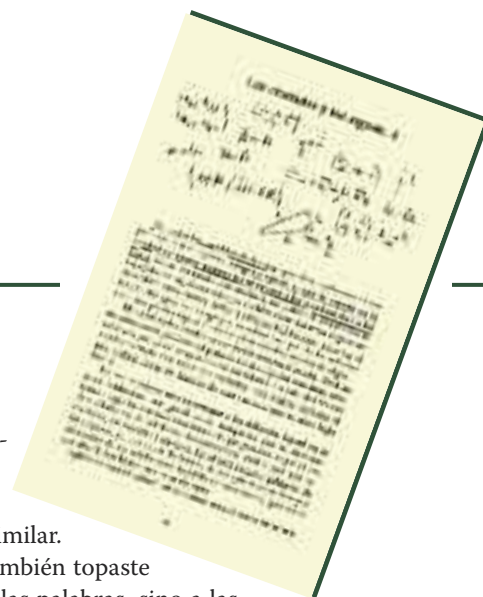
La fórmula de este lío abarca las 24 vueltas que para $t \in [0, 12\pi]$ di en torno a sus ejes:

$$[\cos(t)\text{sen}(t)\cos(3t), \cos(t)\text{sen}(t)\text{sen}(3t), t]$$

Pero la clave de Zobeida no es deshilvanar su ovillo, sino averiguar qué parte o partes de la ciudad son los ejes que le dan forma. ■

Zobeida: ciudad ovillo de ejes múltiples.

niɔɔqɪ Ipazia



De todos los cambios de lengua (...) ninguno iguala al que le espera en la ciudad de Ipazia, porque no se refiere a las palabras sino a las cosas.

Al poco de llegar a esta ciudad tienes la impresión de haber vivido antes la desazón del cambio de significados. Un breve paseo basta para recordar cuándo y dónde viviste algo similar.

Fue al entrar en clase de Matemáticas. Ahí también topaste con un cambio de lengua que no se refería a las palabras, sino a las cosas, pues, como en Ipazia, muchos términos que hasta entonces habías utilizado con seguridad significaban otras cosas:

Adjunto, anillo, base, cerrado, compacto, complejo, complementario, composición, cuerpo, dependiente, dominio, grupo, unidad, inversa, irracional, límite, matriz, menor, razón, real, recorrido, seno, ...

También la gramática que articulaba sus explicaciones era distinta. Y cuando creías haber aprendido qué cosas daban nuevos significados a tu vocabulario, de pronto esas mismas cosas se habían renovado en estructuras mayores de las que acababan siendo meros casos particulares. Algunas palabras como número y curva nunca adquirirían un significado definitivo.

Los signos forman una lengua, pero no la que crees conocer —comprendí que debía liberarme de las imágenes que hasta entonces me habían anunciado las cosas que buscaba: sólo entonces lograría entender el lenguaje de Ipazia.

Como en Ipazia, tu asimilación de conocimiento no hallaba sosiego. Por eso muchos no querían ni oír hablar de Matemáticas y tenían a sus ministros por estafadores al prometer una felicidad que no llegaba nunca y a la que muy pocos accedían. Muchos las abandonaron para no volver jamás.

Alcanzaron aquella felicidad prometida quienes se sometieron a la premisa de liberarse de las imágenes que hasta entonces les habían anunciado las cosas que buscaban. Sólo así se introdujeron en una nueva interpretación del mundo y del lenguaje. Ahora, cuando oyen a alguien decir lo suave que es la seda, se imaginan la caricia de un pañuelo de esa tela en la mejilla o el roce de otra piel con la suya, pero saben también que esa suavidad está en la tangencia común de dos variedades topológicas diferenciables.

No hay lenguaje sin engaño.

Abandonas Ipazia preguntándote qué es más verdadero y real, ¿el roce entre la piel y la seda o el de superficies diferenciables? Acabas pensando que no hay uno sin el otro y que, al mismo tiempo, ambos se desmienten. ■

Ipazia: *un modelo para el lenguaje matemático.*

Valdrada

El espejo de agua en Valdrada es un verdadero plano de simetría geométrica. Su papel no se reduce a reflejar lo que el observador ve, sino que también refleja lo invisible. Tras cada fachada de la Valdrada virtual se extiende el interior de una casa y los actos de quienes la habitan.

La relación establecida, aunque biyectiva, no es una identidad. Si *a cada rostro y gesto responden desde el espejo un rostro o gesto invertido punto por punto*, las cosas son y ocurren siguiendo direcciones distintas. ¿Quiere decir Calvino que el espejo invierte lo que refleja, que permuta izquierda con derecha?

Reflexiono contemplado la Valdrada sumergida mientras mi yo virtual parece mirarme desde el otro lado del cristal. Su derecha se corresponde con mi izquierda, su izquierda con mi derecha. Pero esa relación es la que le atribuyo yo al considerar mi reflejo otra persona y puesto que cuando alguien me mira de frente sé que su derecha se corresponde con mi izquierda y al revés, lo mismo pienso de mi yo virtual.

Sin embargo, quien parece mirarme se ha dado media vuelta para hacerlo. ¿Qué papel juega ese giro cenital de 180° en la permutación de derecha e izquierda?

Mi reflejo no soy yo. Ni tan siquiera es otra persona. Pero como su aspecto me remite al de otro le trato como tal. Pese a ser ciego, diría que mi reflejo me mira. Y como lo tomo como tomaría a alguien frente a mí, es decir, como otra persona, le atribuyo las mismas características que a quienes me miran. Le interpreto como alguien que se ha dado media vuelta para hablar conmigo: *...pensamos que es otro el que tenemos delante, ...pero nosotros no somos esa persona virtual que está dentro del espejo* (Eco, 1999, pag. 423).

Veo que esa copia de mi mismo que tengo delante lleva el reloj en una muñeca distinta. Si lo creo así es porque le veo como un doble mío. Un doble del que me separan unos pasos y una media vuelta. Así es como le percibo. La causa de la permuta de izquierda con derecha está en un giro de 180° , media vuelta (fig. 1).

Ése es el giro que atribuyo a mi imagen dentro del espejo y que es falso, fruto de mi imaginación. Un espejo no produce giros ni da medias vueltas a lo que se le pone delante, sólo replica cada punto en otro equidistante de él, simetriza con respecto a un plano, refleja.

Lo que ocurre es que la imagen en un espejo de una figura con simetría axial no se distingue de la que se obtiene mediante rotación de 180° alrededor de un punto. En efecto, merced a la simetría axial del objeto original, el reflejo en el espejo puede ser interpretado como resultado de un giro de 180° con centro en el punto de intersección del espejo con el eje de simetría del objeto (fig. 2).

(...) el viajero ve dos ciudades: una directa sobre el lago y una de reflejo, invertida. (...) la ciudad fue construida de manera que cada uno de sus puntos se reflejara en su espejo, y la Valdrada del agua (...) contiene no sólo todas las canaladuras y relieves (...), sino también el interior de las habitaciones ...

Las dos ciudades gemelas no son iguales, porque nada de lo que existe o sucede en Valdrada es simétrico: a cada rostro y gesto responden desde el espejo un rostro o gesto invertido punto por punto.

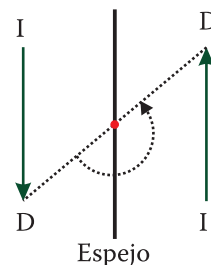
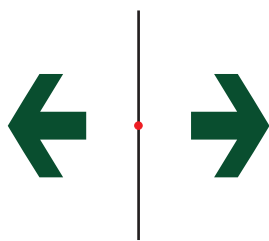


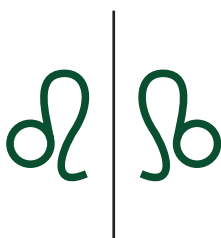
Figura 1: Simetría de reflexión y de giro

nbortbV



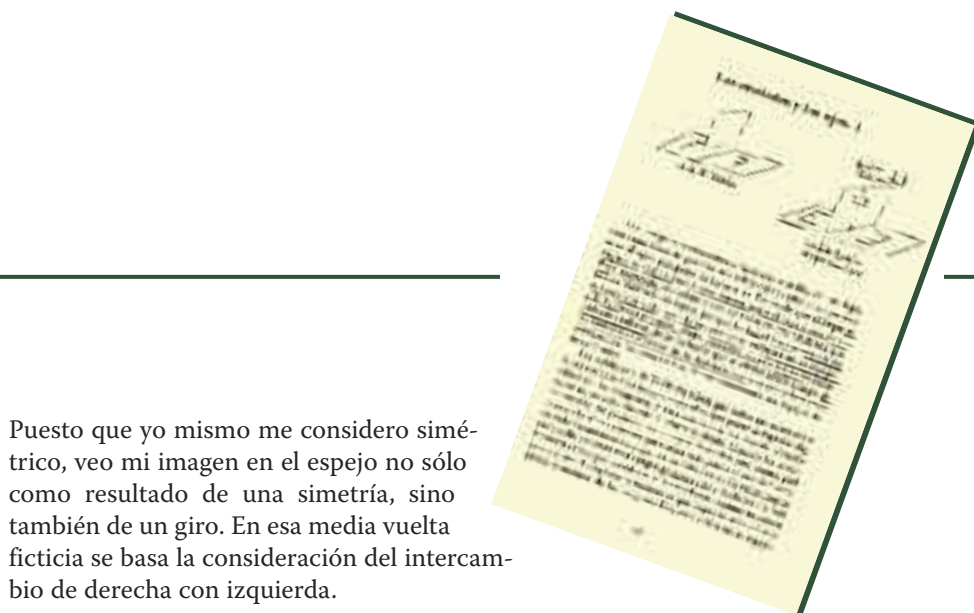
Espejo

Figura 2: Simetría de reflexión y de giro



Espejo

Figura 3: Simetría de reflexión



Puesto que yo mismo me considero simétrico, veo mi imagen en el espejo no sólo como resultado de una simetría, sino también de un giro. En esa media vuelta ficticia se basa la consideración del intercambio de derecha con izquierda.

Si el objeto original carece de simetría axial su reflejo sólo puede interpretarse en términos de simetría, no de giro (fig. 3), y no hay lugar para la confusión.

Si nuestra cara y cuerpo no fuesen simétricos y nos pareciésemos al objeto de la figura 2, no tomaríamos por otra persona la imagen reflejada.

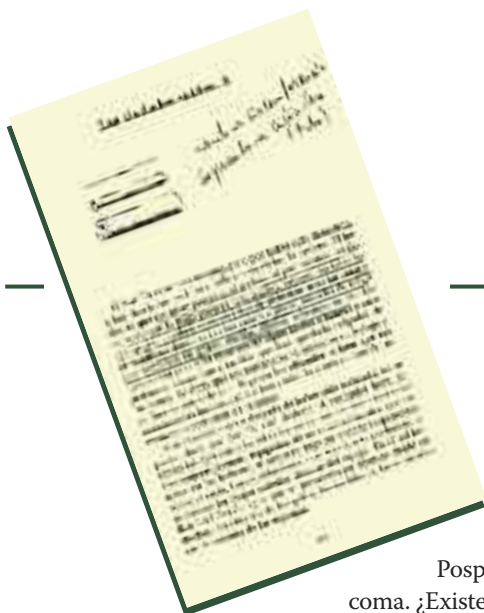
Quienes se sorprenden al considerar que los espejos permutan izquierda y derecha pero no arriba y abajo, deberían pensar qué sucede si se pone un espejo en el techo. 'Si miro un espejo en el techo debería pensar que cambia lo de arriba con lo de abajo' (Eco, 1999: 423).

El lago de Valdrada es un espejo en el suelo. Cuando lo contemplo veo que, en efecto, el cielo está allí abajo, el suelo encima. Pero sé que no es así. En la Valdrada del lago las cosas están en su sitio. ■



Valdrada: elogio de la simetría.

ECO, U. (1999): *Kant y el ornitorrinco*. Editorial Lumen. Barcelona.



Armillla

ARMILLA

Me detengo en este punto y coma. ¿Es posible que una ciudad carezca de paredes, techos y pavimentos?

(...) no tiene paredes, ni techos, ni pavimentos; (...)

Pospongo la continuación de la lectura al llegar a esa coma. ¿Existe una ciudad que *no tiene nada que la haga parecer una ciudad*? Tal vez valdría como modelo de una ciudad semejante una población muy numerosa viviendo al raso en medio del desierto. Una aglomeración de personas sin casas y sin calles cuyo número la distinguiese de aldeas y pueblos.

(...) no tiene nada que la haga parecer una ciudad...

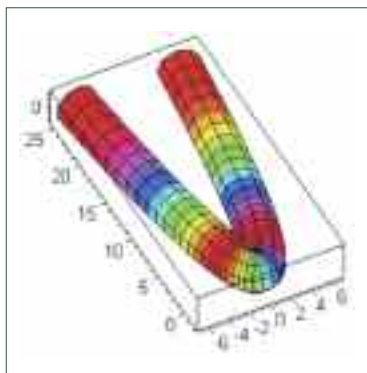
Poco antes de visitar Armilla soñé que un atardecer sobrevolaba la sabana africana. Al pasar por encima del lago Nakuru me sorprendió su color exageradamente rosado. Descendí, y la masa se transformó en una nube de puntos. Miles y miles de flamencos bebían y se refrescaban agitando las alas. Por la noche hallarían cobijo en las ramas altas de las acacias. En mi sueño pensé que un árbol es una casa sin paredes ni techo y que las calles y avenidas del vuelo de un ave carecen de pavimento. Desperté convencido que Armilla era la ciudad de los flamencos, ya que no tiene nada que la haga parecer una ciudad.

Sin embargo, la frase de Calvino no termina donde la dejé, sino que habla de un aspecto eminentemente urbano como es el agua corriente.

La esencia de Armilla no está en la sabana, sino en la *selva de tubos que acaban en grifos, duchas, sifones, rebosaderos*. Esa selva certifica su urbanidad. Una maraña de caños convertida en estructura arquitectónica vicaria de la que en su día sostuvo la población.

(...) excepto las tuberías del agua que suben verticales donde deberían estar las casas y se ramifican donde deberían estar los pisos: una selva de tubos que terminan en grifos, duchas, sifones, rebosaderos.

Desde que me fui de Armilla mis representaciones gráficas han cambiado. Antes, al ver $f(x)=x^2$, pensaba en (x, x^2) . Ahora, en cambio, pienso en **tubeplot** $(x, x^2, 0)$: ■



Armillla: ciudad tubular

solD

Cloe



*Algo corre entre ellos,
 un intercambio de miradas como líneas que unen una figura con otra y dibujan flechas, estrellas, triángulos, hasta que en un instante todas las combinaciones se agotan (...)*

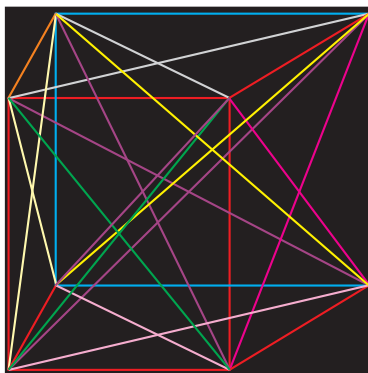
Y nos vemos inmersos en la versión tridimensional de un problema geométrico. ¿Cuántas líneas, aristas y diagonales, pueden trazarse en un polígono irregular, cóncavo o convexo?

El número de diagonales de un polígono regular convexo de n lados es $n(n-3)/2$. Pero en Cloe el intercambio de miradas no se refiere a los lados, sino a los vértices. Si n representa los vértices, el número de líneas posibles (aristas y diagonales) se obtiene sumando las n aristas a las diagonales:

$$n(n-3)/2 + n = n(n-1)/2.$$

Puntos	Líneas
1	0
2	1
3	3
4	6
5	10
6	15
...	...
n	$L_n = C_n^2 = n(n-1)/2$

Tampoco los vértices que las miradas conectan en Cloe se restringen a los de un poliedro regular. Abarca todos los segmentos que las miradas dibujan uniendo parejas de puntos *hasta que todas las combinaciones se agotan*. El número de líneas L_n que pueden trazarse en un poliedro irregular, es decir, en un conjunto de n puntos en el que no hay tres alineados, es independiente de la regularidad, es el mismo de antes. ■



Cloe: en la mirada se origina el espacio

diálogo entre Marco Polo y Kublai Jan

διαλόγος εντρε Μάρκο Πόλο λ Κιβλαϊ Ταν

Kublai sueña una ciudad, se la describe a Marco, y luego le ordena que la busque.

Kublai quiere saber si la ciudad que ha soñado existe realmente.

De la ciudad se puede partir pero no regresar. Se trata de una ciudad centrífuga que sólo admite una visita.

Si Marco jamás ha estado en ella, ¿qué problema hay en ir allí y volver después para contarle a Kublai que ciertamente existe? Si nunca la ha visitado, ¿cómo sabe de su existencia y peculiaridad? Si es por boca de otros, también éstos podrían habérsela dado a conocer a Kublai.

Si la conoce por haberla visitado, ya no puede regresar a ella. Pero como Marco afirma que tarde o temprano se embarcará en aquel muelle, tiene que poder ir allí. Luego, no ha estado todavía. Por tanto, una de dos. O bien lo que sabe –entre otras cosas la premisa particular de esa ciudad centrífuga–, debe saberlo por otros. O bien no quiere negar las ensoñaciones de Kublai.

Puesto que sólo se pasa una vez por esa ciudad X tan peculiar, desde una ciudad D_1 posterior a X no hay modo de regresar a una A , anterior a X . A no ser que uno se quede por siempre en A , Bisagra del espacio y del tiempo, X separa el antes y el después del viajero que la visita. ■

Después vuelve a decirme si mi sueño responde a la verdad.

(...) no hay duda de que tarde o temprano me embarcaré en aquel muelle – dice Marco –, pero no volveré para contártelo. La ciudad existe y tiene un simple secreto: sólo conoce partidas y no retornos.

