

Este clip versará sobre las medias. Las palabras media / medio ocupan un lugar destacado en nuestro lenguaje al poseer multitud de significados: hay medias para las piernas, hay puntos a la mitad de algo, hay instantes o lugares que se encuentran entre dos referencias, hay medios de comunicación, hay audiencias medias, hay medios de transporte, hay medias horas, hay mediodía, hay medio tontos, hay necesidad de más medios, líneas medias en fútbol, medios culturales y hay medio ambiente, medias naranjas... y las medias propiamente matemáticas.

Con las medias matemáticas logramos poner en práctica esta moderna obsesión por el resumen, pasar de unos datos interesantes a un número (la media) que *condense* en sí mismo todo lo que se ha obtenido. De la misma manera que el malabarista de circo busca los centros de gravedad para aguantar sus platos, nosotros estamos empeñados en el malabarismo numérico de calcular medias, lo cual puede tener mucho sentido estadístico cuando hay muchos datos y muy poco cuando éstos escasean.

Algunas de estas medias tienen consecuencias drásticas: se suprime el programa si baja la aceptación media, se suspende el examen si la media no llega a cinco, etc. Otras medias en cambio tienen repercusiones optimistas: se supera un valor medio europeo, se destaca por encima de la media, etc.



Claudi Alsina
elclip.suma@fespm.org

El caso de los medios de comunicación es curioso. Es evidente que no se llaman así porque sólo expliquen *la mitad* de las cosas sino por el deseo de llegar a medias altas de audiencia de personas medias.

Las personas que son críticas con la educación apelan también a medias de resultados a través de las cuales lloran amargamente por el nivel *degradado*. No obstante, el hecho de que este nivel haya ido bajando desde el 300 a.C. hasta hoy puede tranquilizar a más de uno.

Nuestra responsabilidad no sólo es ser críticos con las medias utilizadas socialmente, sino explicar claramente que de medias hay muchas y hay que elegir bien en cada caso. Veamos los tres casos paradigmáticos.

Media aritmética: $\frac{a+b}{2}$

Esta sencilla media es la que más destaca a nivel social. A menudo con expresiones más complejas (sumar n términos y dividir por n) o incluso con expresiones ponderadas, este promedio nos da un valor central y nos invita a contemplar la dispersión de datos respecto a dicho valor. Ya en un clip anterior dedicamos nuestra atención a la esperanza estadística. Todos calculamos salarios medios, precios medios de alimentos, alturas medias... y notas medias. La selectividad es una típica media ponderada de notas que repercute en el acceso universitario y cuyos pesos (60% y 40%) deberían discutirse algún día.

Media geométrica: \sqrt{ab}

Con valores menores que la media aritmética,

$$\sqrt{ab} \leq \frac{(a+b)}{2}$$

esta media tiene especial interés en problemas geométricos pero también nos puede ayudar en situaciones normales. Por ejemplo, para *promediar razones o factores*. He aquí un bonito ejemplo: si un negocio con una inversión de D euros da un 25% el primer año (es decir, obtenemos $D+25D/100=5/4D$, actuando pues el factor $a=5/4$) y el mismo dinero D permite pasar a un beneficio del 80% al siguiente año (obtenemos $D+80D/100 = 9/5D$ y por tanto el factor es $b=9/5$) entonces el promedio anual de beneficio r viene dado por $r = \sqrt{ab}$ es decir, o sea 50%. Un uso indiscriminado de la media aritmética, promediando los factores $5/4$ y $9/5$ nos llevaría a $61/40 = 1,515$.

Media armónica: $\frac{2ab}{a+b}$

Con valores finales menores que la media geométrica, resulta que esta mítica media de dignos orígenes griegos y parienta cercana del número de oro, también puede ayudarnos en situaciones cotidianas: Si conducimos 100 km a la ida con una velocidad de 80 km/h y recorremos la misma distancia a la vuelta a 120 km/h ¿cuál habrá sido la velocidad *media* de todo el viaje ida y vuelta?... Pues 96 km/h, la media armónica de 80 y 120, como se puede verificar trivialmente mirando bien los tiempos.

eee

Las medias cuadráticas, las medias logarítmicas... y un sinfín de medias matemáticas se ponen al servicio de *promediar* adecuadamente en cada caso. El hecho de que las medias puedan calcularse sobre números hace que nos olvidemos a veces de contemplar los significados y las interpretaciones de las mismas.

Para pensar un rato

Usar bien las medias es una gran idea pues permite relacionar matemáticas con muchísimas situaciones interdisciplinarias: ya sea en la propia matemática (aritmética, estadística, geometría...) o en otras fuentes del conocimiento (física, ciencias sociales, etc...). La lectura de noticias también nos invitará a reflexionar sobre las medias estadísticas.

Aquí se incluye también un bonito problema geométrico de E. Beckenbach y R. Bellman:

Problema. Considere un trapecio $ABCD$ con $\overline{AB} = a$ paralelo a $\overline{CD} = b$. Sea O el punto de intersección de las diagonales. Determine las longitudes que deben tener segmentos XY paralelos a AB y CD para que se den los siguientes casos:

- a) Que XY esté a medio camino entre AB y CD
- b) Que $ABXY$ y $XYCD$ sean figuras semejantes
- c) Que XY pase por el punto de corte O de las diagonales
- d) Que XY divida a la figura en dos de igual área ■

PARA SABER MÁS

MOORE D. (2006): *The basic practice of statistics*, 4th edition, Freeman, New York.

MOORE, D. y NOTZ, I. (2006): *Statistics: Concepts and controversies*, 6th edition, Freeman, New York.