SUMA 56
Noviembre 2007, pp. 55-61

Resolución de problemas mediante la regla de falsa posición: un estudio histórico

Durante siglos los métodos aritméticos fueron utilizados en la resolución de problemas (entre ellos aquellos para cuya solución había que plantear y resolver una ecuación lineal). Sin embargo, con la aparición del álgebra, los métodos algebraicos fueron sustituyendo paulatinamente a éstos hasta relegarlos a meros métodos de aproximación. Este es el caso de la regla de falsa posición, utilizada hasta el siglo XVIII. Puede resultar interesante analizar la evolución de dicho método en los textos históricos incidiendo en las causas de su desaparición, así como en las consecuencias que ha acarreado para la enseñanza.

Over the centuries, arithmetic methods had been employed in problem-solving (among them, those requiring the analysis and solution of a linear equation for their solving). However, with the emergence of algebra, algebraic methods gradually replaced arithmetic ones to the point of relegating the latter to mere methods of approximation. This is the case of the false position rule, which was employed until the XVIII century. It might be interesting to analyse the evolution of such method within historic texts, focusing particularly on the causes of its disappearance as well as on the consequences which this may bring to the teaching context.

Durante muchos siglos los métodos aritméticos fueron utilizados en la resolución de problemas (entre ellos aquellos para cuya solución había que plantear y resolver una ecuación lineal). Sin embargo, con la aparición del álgebra, los métodos algebraicos fueron sustituyendo paulatinamente a éstos hasta relegarlos a meros métodos de aproximación. Este es el caso de la regla de falsa posición, utilizada hasta el siglo XVIII.

Puede resultar interesante, desde el punto de vista de la didáctica de las matemáticas, analizar la evolución de dicho método en los textos históricos incidiendo en las causas de su desaparición, así como en las consecuencias que ha acarreado para la enseñanza.

Los primeros tratados de aritmética tenían como objeto servir para la resolución de un determinado tipo de problemas.

Este análisis, realizado para la regla de falsa posición, es extensible para otros métodos aritméticos. En Gómez (1999)[i] se analiza el caso de la regla de compañía, obteniéndose aquí conclusiones similares.

Lo que subyace a este proceso de sustitución de unos métodos por otros es un cambio en el enfoque metodológico. La potencia de los métodos algebraicos ha podido con los métodos aritméticos, más intuitivos, y que, en ocasiones, recurren a cantidades no naturales. Además, cada uno de ellos responde a un enfoque radicalmente distinto. Los primeros tratados de aritmética tenían como objeto servir para la resolución de un determinado tipo de problemas. Por ello, los textos se concebían como una colección de problemas. No hay un afán pedagógico sino un propósito práctico. A medida que transcurre el tiempo, la cantidad de métodos va proliferando, así como la variedad de problemas, por lo que se produce un primer intento de concentración de cada tipo de problemas alrededor de un método canónico de resolución. El siguiente paso, que involucra un planteamiento didáctico contrapuesto, es la utilización de los métodos algebraicos para resolver dichos problemas.

Abilio Orts Muñoz
IES Benlliure.
Valencia.

El marco teórico

En el presente trabajo se ha seguido un marco teórico basado en la revisión de documentos históricos. Así, se realiza un estudio de la regla de falsa posición a partir de diferentes textos, desde el papiro de Rhind (1650 a. C.), donde la regla citada era el método utilizado para resolver problemas, hasta textos del siglo XIX (Tratado Elemental de Matemáticas de J. M. Vallejo) en el cual ya es considerado como un método eficaz de aproximación numérica de ecuaciones (no necesariamente lineales).

Metodología

Modelo de competencia formal

¿Qué es la regla de falsa posición?

Se trata de un procedimiento aritmético que permite resolver ecuaciones lineales. Para ello parte de un valor cualquiera (método simple) o de dos valores (doble falsa posición). A partir de estas falsas posiciones se obtiene la solución de la ecuación por proporcionalidad.

Ejemplo 1: Calcula un número tal que ese número más su mitad sea 15.

Para resolver el problema partimos de un número (posición) cualquiera. Sea 2 (puesto que de ella es sencillo calcular su mitad). El número, 2, más su mitad, 1, es 3, distinto de 15. Se trata de una falsa posición. Para encontrar la posición verdadera procedemos por proporcionalidad:

Posición	Solución
2	3
x	15

$$\frac{2}{x}=\frac{3}{15}$$

Luego, x = 10.

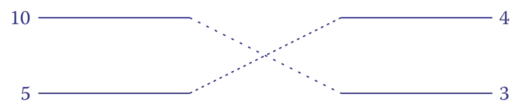
Ejemplo 2: Halla un número tal que cinco veces ese número menos 10 sea 0.

Para resolver este problema por la regla doble partimos de dos posiciones. Sean 3 y 4. Para 3: 5·3-10 = 5 y para 4: 5·4-10=10. Tenemos dos falsas posiciones. Para obtener la solución calculamos:

$$x=\frac{10\cdot 3-5\cdot 4}{10-5}=2$$

que es la solución del problema.

Gráficamente:



- Método simple:

Ecuación: $ax = b$

Falsa posición: $ax_0=e$

Solución:

$$x=\frac{x_0 b}{e}$$

- Método de doble falsa posición:

Por tratarse de una relación de proporcionalidad la relación se puede expresar de forma lineal:

$$ax + b = 0$$

Para nuestras dos aproximaciones:

$$ax_1 + b = e_1 \qquad (1)$$

$$ax_2 + b = e_2 \qquad (2)$$

Restando ambas expresiones:

$$a(x_1 - x_2) = e_1 - e_2 \qquad (3)$$

Multiplicando (1) por x_2 y (2) por x_1:

$$ax_1 x_2 + bx_2 = e_1 x_2$$

$$ax_2 x_1 + bx_1 = e_2 x_1$$

y restando ambas expresiones obtenemos:

$$b(x_2 - x_1) = e_1 x_2 - e_2 x_1 \qquad (4)$$

Por último, dividiendo (4) entre (3):

$$\frac{b(x_2 - x_1)}{a(x_1 - x_2)} = \frac{e_1 x_2 - e_2 x_1}{e_2 - e_1}$$

y como

$$x = \frac{-b}{a} \Rightarrow x = \frac{e_1 x_2 - e_2 x_1}{e_2 - e_1}$$

Revisión histórica

Primer período: Resolución por métodos aritméticos.

El método de falsa posición utilizado para resolver ecuaciones lineales se remonta a los primeros documentos matemáticos que se conocen. Así, en el papiro de Rhind (1650 a. C.) los problemas 24 a 27 son resueltos recurriendo a este procedimiento[ii].

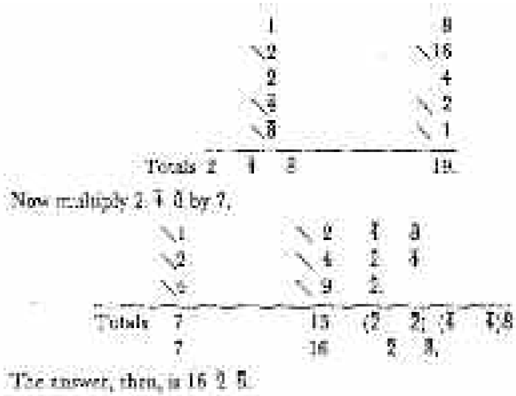
El problema 24 dice así: Una cantidad y su séptima parte suman 19. ¿Cuál es esa cantidad?

Problema 24 del Papiro de Rhind. Tomada de Gillings (1982).

Solución: Tomamos como posición 7 (es el número que permite realizar las operaciones de una forma más sencilla):

Así 7 + 7/7 = 8. Por tanto, se trata de una falsa posición.

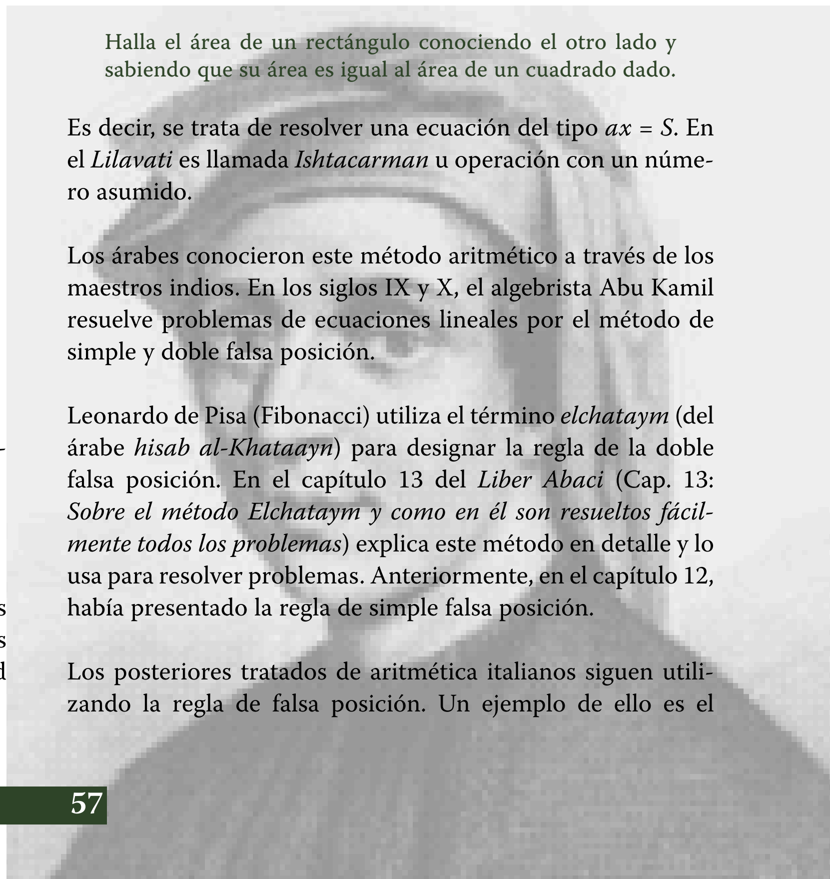
Entonces, el escriba procede de la siguiente manera: Tantas veces como 8 debe ser multiplicado para dar 19 es tantas veces como 7 debe ser multiplicado para dar la cantidad correcta. El resultado es 16 ½ ⅛.



Solución del problema 24 propuesta en el papiro de Rhind. Es interesante observar el método utilizado para multiplicar basado en la duplicación y partición (división entre 2) así como el empleo de fracciones unitarias. Tomado de Gillings (1982).

Las matemáticas chinas también utilizaron la regla de falsa posición. El libro más célebre de la época *Zhui Zhang Suan Shu* (El arte matemático en nueve secciones), escrito alrededor del año 250 a.C., contiene 246 problemas sobre agrimensura, agricultura, pertenencia de bienes, contribución, cálculo de longitudes y superficies, solución de ecuaciones y propiedades de los triángulos rectángulos. En la sección séptima se utiliza la regla de falsa posición para resolver ecuaciones lineales.

Posteriormente, en el siglo III d.C., aparece en los *Sulvasütras* como ayuda para resolver problemas que permitieran la construcción de templos. Uno de ellos es el siguiente:



> Halla el área de un rectángulo conociendo el otro lado y sabiendo que su área es igual al área de un cuadrado dado.

Es decir, se trata de resolver una ecuación del tipo $ax = S$. En el *Lilavati* es llamada *Ishtacarman* u operación con un número asumido.

Los árabes conocieron este método aritmético a través de los maestros indios. En los siglos IX y X, el algebrista Abu Kamil resuelve problemas de ecuaciones lineales por el método de simple y doble falsa posición.

Leonardo de Pisa (Fibonacci) utiliza el término *elchataym* (del árabe *hisab al-Khataayn*) para designar la regla de la doble falsa posición. En el capítulo 13 del *Liber Abaci* (Cap. 13: *Sobre el método Elchataym y como en él son resueltos fácilmente todos los problemas*) explica este método en detalle y lo usa para resolver problemas. Anteriormente, en el capítulo 12, había presentado la regla de simple falsa posición.

Los posteriores tratados de aritmética italianos siguen utilizando la regla de falsa posición. Un ejemplo de ello es el siguiente problema propuesto por Luca Di Borgo (Luca Pacioli):

> Una persona compra una joya por una cierta cantidad desconocida de fiorini y la vende por 50. Una vez realizada la operación obtiene unos beneficios de 3 ⅓ soldi por cada fiorino, que contiene 100 soldi. Pregunto el primer coste.

En España, en 1482, Francesc Santclimentiii presenta la regla de falsa posicióniv, distinguiendo tres casos en la resolución de la ecuación $ax + b = c$:

1. que x_1 y x_2 sean ambos mayores que c (al calcular ax_1+b y ax_2+b). Santcliment dice que ambas posiciones dan más.
2. que x_1 y x_2 sean más pequeñas que c. Santcliment dice que ambas posiciones dan menos.
3. que x_1 y x_2 sean alternos. Santcliment dice que una posición da más y otra menos.

Esta distinción en tres casos perdura todavía en el *Tratado de Arithmetica Práctica y Speculativa* de *Pérez de Moya*v (1573). Sin embargo, aquí se introduce ya un tratado de la *cosa* o arte mayor.

Segundo período: Convivencia de ambos métodos

De esta forma, en la página 457, recurre a este método para resolver el siguiente problema:

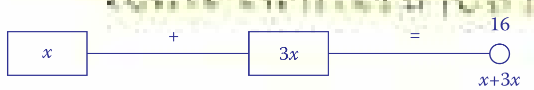
> Dame dos números en proporción tripla que summados hagan 36,

cuya solución es:

> Para hazer ésta presuppondrás que el número es una cosa (que se figura assí: 1 co.), el segundo, porque dize que ha de ser de tripla proporción, será 3 co., los quales dos números summados montarán 4 co. Estas 4 co. dirás que es ygual a los 36 números que quisieras que vinieran,... Decir que 4 co. son yguales a 36 números no es otro sino que 4 co. valen 36 números, que partidos 36 a 4 viene 9, y éste es el valor de una cosa.

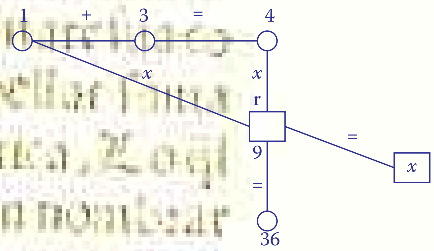
Es decir, está resolviendo la ecuación lineal $x + 3x = 36$ mediante un procedimiento de tipo algebraico.

Si resolvemos el problema mediante una solución de tipo algebraico obtenemos un diagrama del siguiente tipo (en la nomenclatura de Puig, (1996)vi):



En cambio, la solución aritmética (regla de falsa posición):

Supongamos que el número es 1. Por tanto, el triple es 3. Sumándolos obtenemos 4, que se trata de una falsa posición. Como 4·9 = 36, entonces 1·9 = 9, que es la solución correcta:



También realiza mediante este método otros problemas como: *uno compró 11 paños por 108 ducados, entre los quales ay paños que costavan a 9 ducados y otros que costavan a 12, pídese ¿quántas piezas ay de cada precio?*

Pero no abandona el método de falsa posición (en la mayoría de problemas resueltos por esta regla aparecen partes de un número):

Dame un número que juntándose su quinto y su tercio mente 6.

Dame un número que añadiéndole su mitad y tercio más 9 mente sesenta.

Uno fue a comprar carneros, y vistos los carneros que avía menester y los dineros que llevaba, halló que si comprava cada carnero a 20 reales le faltavan 10 ducados, si los comprava a 18 reales le sobravan 6 ducados, pídese: ¿quántos eran los carneros y quántos ducados llevava?

Uno hizo tres viajes, en el primero dobló el dinero que sacó de su casa y gastó 12 ducados, en el segundo tresdobló y gastó 7 ducados, en el tercero dobló lo que le avía quedado de los primeros viajes y gastó 9. Al fin de todos tres viajes hizo cuenta qué dinero tenía y hallóse con tres ducados, pídese: ¿quánto sacó de su casa?

Parece que, debido a las dificultades que tienen para manejar expresiones algebraicas, todavía recurren a diferentes métodos aritméticos para resolver problemas de mayor dificultad. Por ello, en el libro tercero enuncia un gran número de métodos: regla de tres, regla de compañía, división de rentas eclesiásticas y averiguación de algunos contratos y leyes que consisten en cuenta, pujas (*que dizen*) de rentas, regla que *dizen* de baratar o trocar: barata simple, barata compuesta y barata con tiempo, regla de aneajes, regla de una y dos falsas posiciones y finezas de oro y plata y sus aleaciones.

Posteriormente, en 1715, Andrés Puig publica una *Arithmetica Especulativa y Practica*; y *Arte de Algebra*vii en el que también se exponen ambos métodos: el aritmético y el algebraico. Así, en el libro cuarto (pg. 225) introduce la regla de una y dos falsas posiciones.

En el capítulo III define la falsa posición como:

> No es otra cosa que de un numero fingido hallar, y alcanzar la verdad de lo que se pide. Llamaronle falsa posicion, no porque nos enseñe cosa falsa, sino porque de numero fingido, o imaginado se alcanza la verdadera respuesta de la demanda. Dividese en simple, y en compuesta; la simple es quando con un solo numero fingido, o imaginado se alcanza lo que se pide. La compuesta, es quando para responder en alguna question se han de fingir, e imaginar dos numeros, ò mas, como adelante veràs: Advirtiendo, que todos los exemplos o demandas de la simple se pueden hazer por la compuesta, pero no al contrario. (pg. 241).

Más adelante, en el capítulo IV en el que pone ejemplos de las dos falsas posiciones, comienza con una aclaración interesante al lector pues en los anteriores textos no se hacía constar:

> De dos modos acostumbran los Arithmeticos enseñar esta regla de dos falsas posiciones, de los quales he determinado tratar primeramente el menos usado; pero como dizen el mas celebrado de los mas insignes Autores, el mas curioso, facil y breve, y de mas arte, que es la regla de tres, tomando por el primer numero, la diferencia de los dos errores o la suma de aquellos; y por segundo numero, la diferencia que huviere entre los dos numeros fingidos, y el tercero numero será el numero que mas se llegará a la verdad, y el cociente se añadirá o quitará del numero fingido que mas se allegará a la verdad, según la demanda pidiere, lo que con los exemplos siguientes entenderás.

Exemplo 1: Dame tres numeros que el segundo sea duplicado del primero menos 19, y el tercero sea triplicado del segundo más 39 y que sumado montan 1748.

Pon que el primero sea 240. Según esto el segundo serà 461, esto es el duplo del primero menos 19, y tercero serà 1422, esto es, el triplo del segundo mas 39. Y sumados estos tres numeros 240, 461 y 1422 hazen 2123. Porque avian hazer 1748, figurese que vienen 375 mas de lo que se pide. Por tanto assentarás primeramente los 240 que pusistes por el primero, y adelante los 375 que vienen de mas, diziendo, por 240. mas 375. Ya que por la primera posicion no hallamos la verdad, pongamos por segunda posicion que el primero numero de los tres que se piden sea 200, el segundo serà 381 y el tercero 1182 y sumados hazen 1763 que son 15 mas de los 1748. Por tanto assentaràs esta segunda posicion, diziendo, por 200. mas 15 lo que assentaràs debaxo de la primera posicion desta manera

Por 240. más 375
Por 200. más 15

Mira ahora la diferencia de los errores, y hallaràs sea 360. Mira assimismo la diferencia de los numeros fingidos, y hallaràs ser 40. Dì ahora por regla de tres: si 360. vienen de 40. de quantos vendran 15? (error que mas se allega à la verdad). Sigue la regla y hallaràs lo que quitaràs del numero fingido que mas se allega a la verdad que es 200 (por razon que dize mas, si dixera menos se añadieran) y quedaran 198[viii] *por el primer numero demandado, y según esto el segundo serà y el tercero 1172, y sumados hazen 1748, como se propone. (pp. 245 a 247).*

En cuanto al segundo método aritmético empleado para resolver problemas mediante las dos falsas posiciones, Puig lo introduce del siguiente modo: *Aora passarèmos adelante, declarando el otro modo mas frequentado de los Arithmeticos, y hazese multiplicando en cruz los numeros fingidos por los errores, y luego seguir las reglas del mas, y menos, que dizen, que mas, y mas con el menos, y menos se han de restar; y que el mas, y menos con el menos, y mas, se han de sumar; lo que con los siguientes exemplos entenderàs.*

Exemplo 11: Dame dos numeros, que el primero junto con 12. del segundo, la suma sea igual con la resta del segundo; y el segundo junto con 8. del primero, la suma sea duplicada de la resta del primero.[ix]

Pongamos que el primero sea 12. Serà el segundo 36 porque 12 del primero junto con 12 del segundo, la suma es igual con la resta del segundo, pero 36 del segundo juntos con 8 del primero hazen 44 y porque no avian de hazer mas del duplo de 4. resta del primero; figurese que hazen 36. mas de lo que avian de hazer: dì, pues, por 12. mas 36. Luego pon por segunda posicion que el primero sea 24 y según esto, el segundo fuere 48. en los quales se considera la primera propiedad, pero 48. juntos con 8. del primero hazen 56. y no avian de hazer mas de 32. esto es el duplo de la resta del primero quitados los 8. Figurese, pues, que vienen 24. de mas, por tanto diràs por 24. mas 24. Hecho esto multiplicaràs en cruz los numeros fingidos por los errores, poniendo las multiplicaciones adelante àzia la mano derecha, desta manera.

Por 12. más 36. ——— 864
Por 24. más 24. ——— 288

Aora porque los dos errores son mas, quitaràs la una multiplicacion de la otra, y quedarán 576. los quales partiràs por la resta, ò diferencia de los errores, que es 12. y vendrán 48. por el numero primero de los dos que se piden; y porque este primero junto con 12. del segundo hazen 60. y estos han de ser iguales à la resta del segundo, por tanto se sigue, que el segundo serà 72. esto es, 60 que le han de quedar, y 12. que ha de dar al primero; y es assi, porque 72. del segundo juntos con 8. del primero hazen 80, esto es el duplo de los 48. del primero quitados los 8. como se propone. (pp. 252-253).

En el libro quinto se establecen los principios del álgebra. Sin embargo todavía persisten los problemas en el manejo de expresiones algebraicas:

> Considerando la mucha dificultad que trae consigo la regla que en los capítulos 9 y 10 deste libro he enunciado... (pg. 407)[x].

Por tanto, se destaca el método algebraico por su carácter de regla general pero, debida a las complicaciones reseñadas, no permite resolver problemas con la familiaridad con que lo hacen los métodos aritméticos, y en particular, la regla de dos falsas posiciones.

En opinión de Usón y Ramírez (2001):

> Lo que parece muy probable es que convivieran en la época sistemas artesanales de resolución de problemas como la regla de la falsa posición (se sabe que los chinos la manejaban desde épocas muy antiguas), con los procedimientos algebraicos que empezarían a abrirse paso. La creatividad de Al-Khwarizmi, suponiendo que fuera el primero, estaría en haber optado, con acierto, por lo que consideró métodos generales de trabajo. Su libro sobre álgebra no contiene ni una sola referencia a la falsa posición que sí aparece en algunos textos italianos del Renacimiento.[xi]

En sentido similar se expresa Vallejo:

> Hemos dicho que las proporciones eran los recursos de que se valían los antiguos para suplir la falta del Análisis.[xii]

Tercer período: Resolución por métodos algebraicos

Vallejo agrupa todos los métodos aritméticos bajo el título *De la regla de tres y de otros métodos que dependen de ella*. Respecto de la regla de falsa posición dice:

Supongamos x *el número que buscamos,* a *y* b *los dos números supuestos y* α *y* β *las dos equivocaciones:*

$$x=\frac{ab-ba}{a-b} \quad \text{(dos equivocaciones positivas)}$$

$$x=\frac{ab+ba}{a+b} \quad (\text{si } b<0, \text{es decir, una equivocación negativa})$$

$$x=\frac{ab+ba}{a+b}$$
$$(\text{si } a,b<0, \text{es decir, dos equivocaciones negativas})$$

Como se ve, ya enuncia la regla recurriendo a expresiones algebraicas, aunque todavía necesita recurrir a la distinción del valor de x según el signo de la equivocación. Sin embargo, antes de introducir la regla de tres y sus aplicaciones ya ha explicado métodos (algebraicos) de resolución de ecuaciones (hasta cuarto grado) y sistemas. La gran importancia de la regla de falsa posición reside ahora en su potencia como *nuevo método seguro y general, que hasta el presente no se le conoce ningún vacío, límite, ni excepción para encontrar las raíces reales de las ecuaciones numéricas de todos los grados, aún en las que se resisten a cuantos medios y recursos ofrecen los tratados más sublimes de las Matemáticas, incluso los que suministra el cálculo Infinitesimal* (pg. 348).

A continuación inserta un apéndice en el que resuelve 29 ecuaciones de diferente grado (entre 5 y 80) por el método de la doble falsa posición. Además de resolver ecuaciones polinómicas también resuelve ecuaciones transcendentes como

$$\sqrt[3]{x}=1,4423$$

En la actualidad, el método de falsa posición ha desaparecido del currículo.

> *Con la universalización del álgebra, la regla de falsa posición es relegada a método de aproximación numérica y desaparece del currículo escolar.*

Conclusiones

El estudio de los textos históricos muestra una evolución en el tratamiento de la regla de falsa posición, que nos permite resaltar los siguientes rasgos:

- Un primer momento en el que el interés se centra en aspectos prácticos (transacciones comerciales), de ahí que se presente la regla dentro de un conjunto de ejemplos concretos y particulares.

- Un segundo momento en el que, tras la aparición del álgebra, comienzan a combinarse ambos métodos.

Finalmente, con la universalización del álgebra, la regla de falsa posición es relegada a método de aproximación numérica y desaparece del currículo escolar.

Esta evolución no es exclusiva de la regla de falsa posición sino que puede extenderse a otros métodos aritméticos. En particular, en Gómez (1999) se expone, para las reglas de compañía, un proceso similar: *el paso de un planteamiento centrado estrictamente en la resolución de ejemplos concretos y particulares a un planteamiento centrado en la resolución de un problema general, el paso de ofrecer métodos alternativos* *de apariencia inconexa, a ofrecer un método general, bien en su versión algebraica o bien en su versión aritmética.*

Durante el desarrollo de la revisión histórica se ha indicado cuáles pueden haber sido las causas del abandono de la regla de falsa posición en beneficio del método cartesiano. Posiblemente el principal motivo sea un cambio en el enfoque metodológico: el método cartesiano resulta más natural, además de tener un carácter universal (permite resolver todo tipo de problemas), frente a la regla de falsa posición que únicamente es válida para problemas cuya solución viene dada al resolver una ecuación lineal. En la elección de un método algebraico como método idóneo para la enseñanza ha influido también el carácter reglado, y por tanto memorístico, de la regla de falsa posición.

Además, el método cartesiano permite incidir no solo en la solución del problema sino en el proceso realizado para tal fin, es decir, mejora la competencia de los alumnos en la resolución de problemas, les dota de una serie de herramientas para mejorar en este campo. Si bien en el método cartesiano hay un paso que provoca enormes dificultades a los alumnos: la traducción del problema al lenguaje simbólico, y que es innecesario si se resuelve mediante una solución aritmética (sin necesidad de plantear las correspondientes ecuaciones lineales). En mi opinión, el beneficio obtenido al no tener que traducir al lenguaje simbólico el problema no contrarresta las dificultades que el método de falsa posición presenta, algunas de ellas debidas a las dificultades que tienen los alumnos para entender el concepto de proporcionalidad entre dos magnitudes. ■

NOTAS

i GÓMEZ, B. (1999): "Tendencias metodológicas en la enseñanza de la proporcionalidad derivadas del análisis de libros antiguos. El caso de los problemas de compañías", *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Vol. 2, n.º 3, 19-29.

ii GILLINGS, R. (1982): *Mathematics in the time of the pharaohs*, Dover Publ., N. York.

iii SANTCLIMENT, F. (1998): *Summa de l'art d'Aritmética, textos d'Història de la Ciència*, Eumo Ed., Barcelona, pg. 320.

iv Aquí se ve la dificultad que tenían para tratar con cantidades generales distinguiendo tres casos según los signos de dichas cantidades.

v PÉREZ DE MOYA, J. (1573): *Tratado de Mathematica en que se contienen cosas de Arithmetica, Cosmografía y Philosophia natural*, Juan Gracián, Alcalá de Henares, pp. 251-259.

vi PUIG L. (1996) *Elementos de Resolución de Problemas*, Ed. Comares, Granada.

vii PUIG, A. (1715): *Arithmetica Especulativa y Practica y Arte de Algebra*. Ed. Joseph Giralt, Barcelona. La editorial Maxtor (Valladolid) publicó una edición facsímil de dicha obra en 2001, por la cual se cita.

viii Se trata de un error pues el valor que debería aparecer es $^{19}/_{3}$. Este error persiste en una edición posterior de 1745.

ix En notación actual:

$$\begin{cases} x+12=y-12 \\ y+8=2(x-8) \end{cases}$$

x Capítulo 9: En el qual con regla general se enseña responder y hazer qualquier demanda ò question que por Arithmetica se puede hallar. Capítulo 10: En que se ponen exemplos, para mayor explicacion de las igualaciones en el Capítulo antecedente declaradas.

xi USÓN, C., RAMÍREZ, A. (2001): "Desde la historia: Leyendo entre líneas la historia", *SUMA* n.º 36, 117-120.

xii VALLEJO, J.M. (1841): *Tratado Elemental de Matemáticas*, 4ª ed. Tomo I, parte 1ª, que contiene la Aritmética y Álgebra, Imp. Garrayasaza, Madrid, pg. 348.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GILLINGS, R. (1982): *Mathematics in the time of the pharaohs*, Dover Publicatios, Nueva York.

GÓMEZ, B. (1999): "Tendencias metodológicas en la enseñanza de la proporcionalidad derivadas del análisis de libros antiguos. El caso de los problemas de compañías", *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Vol. 2, N.º. 3, 19-29.

PÉREZ DE MOYA, J. (1573): *Tratado de Mathematica en que se contienen cosas de Arithmetica, Cosmografía y Philosophia natural*, Juan Gracián, Alcalá de Henares.

PUIG A. (1715): *Arithmetica Especulativa y Practica y Arte de Algebra*, Ed. Joseph Giralt, Barcelona.

PUIG L. (1996): *Elementos de Resolución de Problemas*, Ed. Comares, Granada.

SANTCLIMENT, F. (1998): *Summa de l'art d'Aritmética, textos d'Història de la Ciència*, Eumo Ed., Barcelona (1ª Edición: 1482).

USÓN, C., RAMÍREZ, A. (2001): "Desde la historia: Leyendo entre líneas la historia", SUMA n.º 36, 117-120.

VALLEJO, J. M. (1841): *Tratado Elemental de Matemáticas*. 4ª ed. Tomo I, parte 1ª, Imp. Garrayasaza, Madrid.