

## Cómo aumentar la motivación para aprender matemáticas

*Este estudio se ha realizado con 240 estudiantes de matemáticas de 14 a 16 años divididos en dos grupos (experimental y control). Se han aplicado protocolos diseñados desde una perspectiva constructivista al grupo experimental, y posteriormente se ha comparado (cualitativa y cuantitativamente) el grado de motivación de este grupo con el grupo control, que han trabajado los mismos contenidos matemáticos de forma expositiva. Los resultados evidencian que los protocolos inciden positivamente en la motivación de los estudiantes.*

*This study has been made with 240 students of mathematics of 14 to 16 years divided in two groups (experimental and control). Protocols designed from a constructivist perspective have been applied to the experimental group, and later the degree of motivation of this group has been compared (qualitatively and quantitatively) with the control group, that has worked such contained mathematical of expositive form. The results demonstrate that the protocols affect the motivation of the students positively.*

**N**os encontramos ante el reflejo de una preocupación educativa que se ha manifestado en artículos de diversos autores en el ámbito de la Didáctica de las Matemáticas (Granville, Singh y Dika, 2002; Middleton y Spanias, 1999; Stevens, Olivarez y Hamman, 2006; Winstead, 2004; entre otros), y que ha trascendido a la opinión pública a través de distintos medios de comunicación (algunos de ellos pueden consultarse en la web <http://www.divulgamat.net>): los estudiantes de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) realizan un aprendizaje poco sólido de las matemáticas, ya que hay una gran distancia entre lo que pretende el currículo cuando se basa en el constructivismo en las aulas y lo que pasa en los centros actualmente.

Son múltiples los factores que inciden en esta realidad. Una posible categorización podría ser la siguiente (Alsina, À., 2001):

- Factores internos: se incluyen aquí tanto variables de tipo cognitivo (atención, memoria, razonamiento, etc.), como variables afectivo-emocionales (autoconcepto y autoestima, motivación, creencias, representaciones sociales, etc.).
- Factores externos: contexto socio-económico, tipo de centro educativo, nº de estudiantes por aula, etc.).

En los últimos años, probablemente a raíz de la demanda social, se ha visto incrementada en nuestro país la investiga-

ción educativa aplicada que ha pretendido analizar la incidencia de uno o diversos de los factores mencionados en el aprendizaje de las matemáticas (Alsina, À. y Sáiz, D., 2003, 2004; Gorgorió y Planas, 2005; Planas y Gorgorió, 2004; entre otros).

En este trabajo analizamos la incidencia de la motivación en el aprendizaje de las matemáticas, al considerar que es un factor determinante para incrementar el rendimiento en las clases de matemáticas. En esta línea, hace ya unos años Font (1994) afirmaba que cualquier análisis del aprendizaje de las matemáticas debe considerar la motivación:

En función de si el estudiante tiene un patrón motivacional positivo o negativo, su actitud hacia las matemáticas será diferente. Si el patrón es positivo, el estudiante, frente a una dificultad reaccionará analizándola, buscará una nueva estrategia, preguntará al profesor, etc.; ... Si el estudiante presenta un patrón motivacional negativo, frente a una dificultad, aumentará su ansiedad y hasta se angustiará pensando que la causa de la dificultad es su incapacidad y, por tanto, adoptará una actitud defensiva, como por ejemplo: no hacer nada, no preguntar porque solamente preguntan los tontos, intentará copiar la respuesta, etc. (pp. 14).

---

**Àngel Alsina**  
**Marta Domingo**  
 Universidad de Gerona. Gerona

Tradicionalmente, la psicología de la educación ha analizado la motivación de los estudiantes para aprender matemáticas. Estas investigaciones se han realizado sobre todo desde la perspectiva de la motivación académica, al centrarse en el contexto de las aulas (Alonso, 1991, 1997; Alonso y Montero, 2001; Escaño y Gil de la Serna, 2001, 2006; Gonzáles, 1997; Garrido, 1996; entre otros). La mayoría de estos autores coinciden al afirmar que la motivación académica es el contrario de la indiferencia, es decir, un estudiante está motivado académicamente cuando no permanece indiferente ante cualquier aprendizaje nuevo o tarea que se le proponga, o dicho de otra forma, cuando más indiferente se muestra un estudiante, menos motivado está. Existen varios subtipos de motivación académica:

- Motivación de competencia, basada en incrementar la propia competencia.
- Motivación de control, que persigue actuar con la máxima autonomía, sin ser obligado.
- Motivación intrínseca, basada en experimentarse absorbido por la naturaleza de la tarea.
- Motivación de logro, basada en experimentar el orgullo que sigue al éxito.
- Motivación por miedo al fracaso, para evitar la experiencia de vergüenza o de humillación que acompaña al fracaso.
- Motivación para el premio, para conseguir premios o recompensas.

*Tradicionalmente, la psicología de la educación ha analizado la motivación de los estudiantes para aprender matemáticas.*

Trabajos anteriores tanto de ámbito internacional como en el contexto de nuestro país han permitido llegar a la conclusión que el patrón motivacional que puede incrementar el rendimiento matemático y, en definitiva, favorecer un aprendizaje significativo de esta materia es la motivación intrínseca (Baroody, 1988; Skemp, 1980; entre otros), afirmación con la que coincidimos plenamente. Skemp (1980), por ejemplo, se refiere a las motivaciones extrínsecas como aquellas que consiguen *motivar* a los estudiantes a través de premios y castigos; mientras que por intrínsecas entiende aquellas que surgen de dentro del sujeto, y que hacen que las matemáticas sean una actividad que recompensa en sí misma. Baroody (1988) pretende determinar algunos factores que llevan a un patrón motivacional extrínseco o negativo ante tareas matemáticas:

Exagerar la importancia de memorizar datos y procedimientos de una manera preestablecida y rígida cultiva creencias debilitadoras. Cuando la instrucción asigna una importancia fundamental a la memorización de datos y técnicas, es muy probable que los estudiantes obtengan una impresión equivocada de las matemáticas (pp. 77).

De ahí se deduce que la elaboración de un patrón motivacional negativo ante tareas aritméticas es debida a las propias creencias de los estudiantes, que resume en las siguientes: la incapacidad para aprender datos o procedimientos con rapidez es señal de inferioridad en cuanto a inteligencia y carácter; la incapacidad para responder con rapidez o emplear un procedimiento con eficacia indica lentitud; la incapacidad total para responder es señal de una estupidez absoluta; las respuestas inexactas, como por ejemplo las estimaciones, son inadecuadas.

Diversas investigaciones realizadas en nuestro país llegan a conclusiones similares: Gavilán (2002) realiza un estudio sobre la resolución de problemas matemáticos en 3º de ESO y, a través de la comparación de dos grupos, pone de relieve el contraste entre la poca motivación del grupo control y el alto grado de satisfacción y de implicación del grupo experimental, así como también el aumento de la motivación. Cubillo y Ortega (2002) realizan una investigación con estudiantes de 15 a 17 años, y a través de un análisis pretest/postest encuentran una correlación positiva entre la valoración de los estudiantes hacia las matemáticas y el grado de motivación.

Los datos anteriores revelan un acuerdo prácticamente unánime en la literatura científica respecto al papel que juega la motivación en el aprendizaje de las matemáticas, pero son pocos los estudios que explican cómo mejorar la motivación. En el contexto de nuestro país, por ejemplo, los trabajos de Alonso y sus colaboradores realizan una aproximación en esta línea, centrándose sobre todo en el papel que juega el profesor:

En primer lugar, la intervención del profesor debe garantizar que el estudiante perciba o experimente que es competente (...) Esto puede verse facilitado si el clima de clase en el que se mueve el estudiante –los mensajes que recibe, especialmente– se orienta a estimular la motivación hacia el aprendizaje, evitando los mensajes que implican una crítica y que subrayan la incompetencia del sujeto. En segundo lugar, es imprescindible que el profesor favorezca la autonomía ... (Alonso, 1991, pág. 29-30).

A partir de este marco teórico hemos planteado nuestro estudio, cuya finalidad es aportar a las comunidades científica y educativa una propuesta que permita mejorar el grado de motivación académica (y más concretamente la motivación intrínseca) de los estudiantes de ESO para aprender matemáticas. Con este objeto, se ha elaborado un programa de diferentes contenidos matemáticos para la ESO (Domingo, 2004), y se ha aplicado esta propuesta didáctica de aprendizaje activo en diferentes centros educativos.

Se ha partido de dos grupos de estudiantes en cada centro (experimental y control) con un rendimiento matemático similar antes de la aplicación del programa, medido a partir del nivel en la Prueba C de Matemáticas de las pruebas de evaluación *Competències Bàsiques. Educació Secundària Obligatòria. Primer cicle*, del Departament d'Educació (2004). Durante la aplicación del programa al grupo experimental, el grupo control ha seguido aprendiendo matemáticas de la forma tradicional, que a grandes rasgos consiste en que el profesor explica el concepto y a continuación los estudiantes realizan ejercicios para practicar dicho concepto, siguiendo un paradigma de aprendizaje asociacionista basado en la repetición y en la práctica, de acuerdo con los postulados de la psicología del aprendizaje humano en general y del aprendizaje de las matemáticas en particular formulados a inicios del siglo XX por Thorndike (1922), entre otros. Una vez aplicado el programa al grupo experimental de cada centro se ha medido el nivel motivacional de todos los estudiantes (tanto del grupo experimental como del grupo control) a través del Test AF-5 de Musitu y García (1999), con el objeto de evaluar la posible efectividad del programa diseñado para aumentar el nivel de motivación, que es nuestro principal objetivo.

### Participantes

La muestra está formada por 240 estudiantes de 4 centros educativos de Cataluña Central (Vic y alrededores), de edades comprendidas entre los 14 y los 16 años. Dentro de cada centro se eligen dos clases de 2º de ESO (una es el grupo experimental y otra el grupo control) a partir de los criterios siguientes: que los dos grupos presenten un rendimiento matemático similar antes de la aplicación del programa y que los dos grupos tengan el mismo profesor, para controlar así variables extrañas que podrían haber contaminado el estudio.

### Material

#### Programa de transposición didáctica de los conceptos matemáticos en la ESO (Domingo, 2004)

En el momento de redactar este trabajo, el programa está formado por siete protocolos para introducir los siguientes contenidos matemáticos: el concepto de poliedro regular; los conceptos de sistema de referencia, función, y función lineal, afín y constante; el concepto de probabilidad y deducir la Regla de Laplace; el concepto de desigualdad e inequación; el concepto de razones trigonométricas y el concepto de sucesión. Cada protocolo tiene una estructura muy similar:

- Título del protocolo.
- Conocimientos previos.
- Propuesta de material manipulable a utilizar.

- Propuesta de protocolo a seguir, con ejemplos de preguntas que fomenten la interacción, el diálogo y la negociación entre los estudiantes y entre el profesor y los estudiantes.
- Propuesta de ficha de trabajo escrito.

Insistimos en el hecho de que se trata de propuestas, dado que cada profesor puede y, de hecho, debería ajustar estas orientaciones a las características de sus estudiantes. Por razones obvias de espacio reproducimos aquí un único protocolo como ejemplo:

#### Título

Introducción al concepto de probabilidad y conceptos asociados (espacio muestral, experimento aleatorio...). Regla de Laplace.

#### Conocimientos previos

Curriculares	Vida cotidiana
Cálculo con enteros y racionales Estadística (curso anterior)	Juegos de azar Procesos electorales Fenómenos meteorológicos Deportes

#### Propuesta de material

Moneda, dado, ficha de trabajo.

#### Propuesta de protocolo

La propuesta para presentar este tema se basa en dos aspectos: el diálogo alumno-alumno y alumno-profesor, mediante el cual los alumnos se puedan ir acercando a diferentes casos en que se hable de probabilidades; y la experimentación, a partir de la cual los alumnos puedan llegar a deducir la Regla de Laplace, a pesar de darse cuenta de que para concordar con la realidad la muestra tiene que ser muy grande.

El profesor, cuando llega a clase explica al grupo que el último tema del curso es empírico, es decir, pueden experimentar primero y analizar después las respuestas. Así pueden deducir una regla teórica. Para establecer contacto con hechos cotidianos, el profesor empieza la clase con preguntas del estilo:

¿Qué probabilidad hay de que haga salir un chico a la pizarra? ¿y de que haga salir a alguien que lleve gafas?

Los alumnos pueden contestar en tantos por ciento si son capaces de hacerlo aproximadamente; pueden responder de manera cualitativa, diciendo probabilidad alta, baja, etc. o

pueden no saber qué decir. En cada caso, el profesor tendrá que hacer un esfuerzo más o menos grande para acompañar la situación, haciéndoles conscientes de dos aspectos básicos:

- Hay dos datos a tener en cuenta: por una parte, el total, y por otra, el número de casos favorables (n.º chicos en el primer caso y n.º personas con gafas en el segundo).
- Para expresar una probabilidad, se hace en tanto por uno (observamos que este segundo aspecto se puede dejar para más adelante si el grupo lo entiende mejor en tantos por ciento, no hay prisa).

A partir de aquí, el profesor puede empezar a hablar de que cualquier experimento próximo a ellos (tirar un dado, hacer una apuesta para una canasta de baloncesto, escoger a alguien de un grupo al azar, etc.) puede ser sometido a este análisis. Hace falta, sin embargo, que el experimento cumpla dos condiciones:

- No sabemos qué pasará.
- Conocemos todos los resultados posibles.

Ha llegado el momento de definir experimento aleatorio, así como ir analizando alguno, para comprobar que cumplen las dos propiedades.

Ejemplo: El lanzamiento de un dado es aleatorio, pues no sabemos qué saldrá pero sabemos todos los resultados posibles, que son 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

Se pueden hacer tantos ejemplos como se crea necesario. Los alumnos también pueden proponer. El profesor sólo tiene que controlar que los alumnos propongan experimentos no compuestos, pues estamos en el inicio.

Una vez realizada esta actividad se puede introducir el concepto de conjunto, es decir, el espacio muestral, como el conjunto de todos los resultados posibles.

Ejemplos:

- Lanzamiento de una moneda:  $\Omega = \{c, +\}$
- Lanzamiento de un dado:  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- En un examen tipo test con cuatro opciones sé la respuesta de todas las preguntas excepto de la última. Si acierto ésta última tendré un sobresaliente, pero si me equivoco tendré un notable, porque restará puntos. No puedo dejar ninguna pregunta sin contestar. ¿Qué probabilidad tengo de adivinar si respondo al azar?
- Estoy jugando a cartas con dos compañeros más. Cada uno de nosotros tiene 4 cartas en la mano y el resto están en un montón encima de la mesa. Me toca coger una carta. Si me sale una carta de copas habré ganado. ¿Qué probabilidad tengo?

A partir de aquí se les proporciona la Ficha de Trabajo. Se puede optar por una dinámica de grupos (máximo 3 personas) para llenarla y responder a las cuestiones. Después se pondrán en común con todo el grupo.

*Propuesta de ficha de trabajo*

Ficha de actividades de Enseñanza-Aprendizaje 1: lanzamiento de una moneda.

Anota los resultados obtenidos al lanzar 100 veces una moneda sobre tu libreta. Puedes utilizar un código para cara y otro para cruz vigilando sobre todo de no descontarte y de sumar 100 tiradas entre las caras y las cruces.

	C (cara)	+ (cruz)
Total		

Responde a las preguntas siguientes:

- ¿Qué tanto por ciento de caras y cruces te ha salido?
- ¿Teóricamente, qué tanto por ciento de probabilidades tenemos de obtener cara? ¿Y de obtener cruz? ¿Por qué?
- ¿Cuál de tus compañeros se ha acercado más al resultado teórico?
- ¿Cómo lo podríamos hacer para acercarnos más?

Ficha de actividades de Enseñanza-Aprendizaje/2: lanzamiento de un dado.

Anota los resultados obtenidos al lanzar 100 veces sobre tu libreta un dado. Vigila que el total de lanzamientos de los seis resultados posibles diferentes sumen 100.

	1	2	3	4	5	6
Total						

Responde a las preguntas siguientes:

- ¿Qué tanto por ciento de números pares te ha salido?
- Teóricamente, ¿qué tanto por ciento de probabilidades tenemos de obtener número par? ¿Por qué?

- ¿Qué tanto por ciento de doses te ha salido?
- ¿Teóricamente, qué tanto por ciento de probabilidades tenemos de obtener un dos? ¿Por qué?
- ¿Qué tanto por ciento de números inferiores a tres te ha salido?
- ¿Teóricamente, qué tanto por ciento de probabilidades tenemos de obtener un número inferior a tres? ¿Por qué?

A partir de aquí, se pueden introducir las notaciones de  $A$  (hecho o suceso), así como recalcar las de  $\Sigma$  y  $\Omega$  (sumatorio y espacio muestral respectivamente), y proponer, para el próximo día, que busquen una norma general para calcular probabilidades. Se les dice que van a recogerse todas las propuestas en voz alta y que se discutirán.

Es importante que, durante la siguiente sesión, antes de hacer decir las propuestas, el profesor pueda hacer un repaso de la clase anterior, destacando los aspectos más relevantes y recordando la notación que deben utilizar. Una vez hechas las propuestas, si van encaminadas hacia hacer divisiones y buscar proporciones, la experiencia se puede calificar de éxito. Hará falta, sin embargo, que el profesor escriba formalmente y con la notación adecuada la Regla de Laplace.

A continuación presentamos la Regla de Laplace según aparece en el libro de texto de este grupo de alumnos (Ed. Casals):

#### Regla de Laplace

Dado un espacio muestral  $\Omega$ , formado por  $n$  elementos (se escribe  $\#\Omega = n$ ) equiprobables (es decir, con la misma probabilidad de ocurrir), entonces la probabilidad de un hecho  $A$ , formado por  $k$  elementos de  $\Omega$  (se escribe  $\#A = k$ ), es igual al número de casos favorables dividido por el número de casos posibles. Se escribe de la manera siguiente:

$$P(A) = \#A / \#\Omega$$

Ejemplo: calcular la probabilidad de que al lanzar un dado salga un número más pequeño que 5.

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $\#\Omega = 6$   
 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $\#A = 4$   
 $P(A) = 4/6 = 0,6666\dots$

#### Test AF-5 (Musitu y García, 1999)

De los tests estandarizados que existen en el mercado para medir el grado de motivación hemos elegido el AF-5 ya que, dadas sus características, este instrumento es el que nos podía aportar datos más fiables en relación a la motivación académica de los estudiantes.

Evalúa cinco dimensiones: la social, la académico-profesional, la emocional, la familiar y la física. En nuestro estudio elegimos la dimensión académico-profesional, que en el caso de los sujetos de la investigación (estudiantes entre 14 y 16 años) corresponde a una dimensión puramente académica, omitiendo por tanto a partir de ahora el término laboral y pudiendo así hablar de la dimensión académica.

*La percepción que el sujeto tiene del desarrollo de su rol como estudiante se correlaciona positivamente con el rendimiento académico, la aceptación de los compañeros, el liderazgo y la responsabilidad.*

De forma más concreta, esta dimensión se refiere a la percepción que el sujeto tiene del desarrollo de su rol como estudiante. Semánticamente la dimensión gira en torno a dos ejes: el primero se refiere al sentimiento que el estudiante tiene de este desarrollo del rol a través de sus profesores; y el segundo se refiere a cualidades específicas valoradas especialmente en el contexto (inteligencia, capacidad de trabajo...). Esta dimensión se correlaciona positivamente con el rendimiento académico, la aceptación de los compañeros, el liderazgo y la responsabilidad. Por otra parte, se correlaciona negativamente con el absentismo escolar, el conflicto y la indiferencia.

#### Prueba C de matemáticas de las pruebas de evaluación Competències Bàsiques. Educació Secundària Obligatoria. Primer cicle (Departamento de Educación, 2004)

Estas pruebas vienen aplicándose desde el curso 2001-2002 en el primer ciclo de la ESO en Cataluña. Las finalidades de estas pruebas son las siguientes:

- Facilitar elementos que permitan la reflexión y la discusión, en los claustros y entre los equipos docentes y los departamentos didácticos, y la toma de decisiones sobre aspectos de gestión del currículum y resultados de aprendizaje dentro del plan de evaluación interna de cada centro.
- Disponer de referentes externos, una vez establecidos unos baremos estandarizados, al valorar los resultados propios y de tomar decisiones de mejora en el centro.
- Aportar datos estadísticos para el conjunto del sistema educativo en Cataluña.

En estas pruebas se entiende por competencia la capacidad de poner en práctica de forma integrada, en contextos y situaciones diferentes, los conocimientos, las habilidades, y los rasgos de la personalidad adquiridos. El concepto de competencia, pues, incluye los saberes (conocimientos teóricos), las habilidades (conocimientos prácticos o aplicables) y las actitudes (compromisos sociales), y va más allá del *saber* y *saber hacer* o *aplicar*, porque incluye también el *saber ser* o *estar*. Competencia, pues, significa capacidad de usar funcionalmente los conocimientos y las habilidades de una forma transversal e interactiva, en contextos y situaciones diferentes, e implica comprensión, reflexión y discernimiento.

*Se entiende por competencia la capacidad de poner en práctica de forma integrada, en contextos y situaciones diferentes, los conocimientos, las habilidades, y los rasgos de la personalidad adquiridos.*

El currículo de la ESO recoge las competencias básicas en un sentido amplio y extenso. A partir de las conclusiones de la Conferencia Nacional de Educación (2000-2002) y de diferentes trabajos de campo, basados en los Objetivos Generales de Etapa, se concretan cuáles son las competencias de cada ámbito. En el caso concreto del Área de Matemáticas se seleccionaron las competencias siguientes:

- M1 – Aplicar el conocimiento del sistema de numeración decimal y de las operaciones para comparar, relacionar números y operar con rapidez, buscando según la situación un resultado exacto o aproximado.
- M2 – Utilizar las técnicas y convenciones y el lenguaje de la representación geométrica para componer y descomponer formas geométricas complejas a partir de formas simples.
- M3 – Utilizar con precisión y criterio las unidades de medida.
- M4 – Usar con propiedad instrumentos y técnicas para dibujar, medir y calcular.
- M5 – Planificar y seguir estrategias de resolución de problemas y modificarlas, si no se muestran eficaces.
- M6 – Usar e interpretar lenguaje matemático como cifras, signos y otras representaciones gráficas o dibujos para describir fenómenos habituales.
- M7 – Interpretar la función que hacen los números cuando aparecen en un contexto real (expresar cantidad, identificación, tiempo, medida, intervalos) y usarlos de acuerdo con sus características.

- M8 – Reconocer e interpretar gráficamente relaciones sencillas de dependencia funcional existentes entre conjuntos de datos de uso cotidiano, en particular en casos de proporcionalidad directa.
- M9 – Comparar la factibilidad de hechos aleatorios en situaciones simples.

#### *Procedimiento*

El procedimiento seguido ha sido el siguiente: después de la pertinente revisión bibliográfica y de la selección de la muestra, se establece contacto con los distintos centros para fijar las fechas pertinentes a las pruebas y tests: primeramente, se elabora una comparación estadística de los resultados obtenidos por los dos grupos de cada centro en la Prueba C de matemáticas de las pruebas de evaluación *Competències Bàsiques. Educació Secundària Obligatoria. Primer cicle* (departamento de educación, 2004), para poder demostrar que las medias no presentan diferencias significativas y que, por tanto, se pueden suponer dos grupos de nivel similar, de acuerdo con Coon (1998), que afirma que para demostrar que un método funciona deben compararse dos grupos a nivel experimental.

Después de aplicar los siete protocolos del Programa de transposición didáctica de los conceptos matemáticos (Domingo, 2004) a los grupos experimentales de cada centro, se administra el Test AF-5 (Musitu y García, 1999) a los grupos experimental y control y se analiza mediante el programa SPSS (Versión 9.0) si hay o no diferencias significativas entre las medias de ambos grupos. Finalmente, estos resultados se contrastan con un breve análisis cualitativo que consta de una entrevista a cada profesor, así como un grupo de discusión entre los profesores participantes en el estudio.

#### *Resultados*

En primer lugar presentamos los resultados del análisis que nos ha permitido comparar el rendimiento matemático de los dos grupos de cada centro (experimental y control) antes de la aplicación del programa. Ver tabla I.

En dicha tabla se puede apreciar que en todos los centros educativos las medias de las puntuaciones directas obtenidas en la Prueba C de matemáticas no presentan diferencias significativas entre los grupos control y experimental.

Tal como hemos explicado en el procedimiento, una vez verificado que los dos grupos no presentan diferencias estadísticamente significativas respecto al rendimiento matemático se aplica el Programa de transposición didáctica de los conceptos matemáticos de Domingo (2004) a los grupos experimentales de cada centro participante en el estudio. A continuación se analiza si el Programa de transposición didáctica de los conceptos matemáticos mejora o no la motivación del alum-

nado, que como hemos indicado es nuestro principal objetivo. Para comparar los grados de motivación del grupo experimental y del grupo control. En la tabla II se comparan los resultados obtenidos en el Test AF-5.

A partir de los resultados de la tabla II se elabora un contraste de hipótesis para ver si la diferencia que presentan los dos grupos a nivel general es significativa. Se realiza la prueba de hipótesis siguiente, utilizando la prueba *t* de Student:

$H_0$ : no existen diferencias significativas entre el grado medio de motivación de los estudiantes del grupo experimental y los estudiantes del grupo control.

$H_1$ : hay diferencias significativas entre el grado medio de motivación de los estudiantes del grupo experimental y los estudiantes del grupo control.

Los datos estadísticos que hemos obtenido son los que se muestran en la tabla III.

Los datos estadísticos de la prueba *t* de Student que se aprecian en la tabla III nos revelan que existen diferencias significativas entre el grado medio de motivación de los estudiantes del grupo experimental y los del grupo control, en el sentido que se ha incidido positivamente sobre el grado de motivación del alumnado.

Prueba <i>t</i> de Student para igualdad de medias						
	t	gl	g (bilateral)	Diferencia de medias	Error típico de la diferencia	Intervalo de confianza para la diferencia inferior/superior
Centro 1	0,22	51	0,83	0,69	3,12	-5,57/6,95
Centro 2	1,44	25	0,16	4,53	3,13	-1,93/10,98
Centro 3	-0,13	114	0,99	2,68	2,05	-4,08/4,03
Centro 4	-0,46	34	0,65	-1,10	2,37	-5,91/3,71

Tabla I. Prueba *t* de Student para muestras independientes de los estudiantes del grupo experimental y los estudiantes del grupo control, para encontrar el p-valor que contrasta las diferencias entre las medias de los resultados de las Competencias Básicas de estos dos grupos, filtrados para cada una de los cuatro centros.

Grupo experimental			Grupo control		
Media	D. T.	Mediana	Media	D. T.	Mediana
6,29	1,84	6,37	5,43	2,18	5,92

Tabla II. Tabla descriptiva de las medidas de centralización y dispersión de la variable motivación, filtrada según el método.

Prueba <i>t</i> de Student para igualdad de medias						
	t	gl	g (bilateral)	Diferencia de medias	Error típico de la diferencia	Intervalo de confianza para la diferencia inferior/superior
Motivación	3,25	233	0,001	0,86	0,26	0,34/0,38

Tabla III. Prueba *t* de Student para muestras independientes de los estudiantes del grupo experimental y los estudiantes del grupo control, para encontrar el p-valor que contrasta las diferencias entre las medias del grado de motivación académica.

Paralelamente al estudio cuantitativo hemos realizado también un breve análisis cualitativo. De forma muy sintética, tanto en la entrevista a cada profesor como en el grupo de discusión entre los profesores participantes en el estudio, se han constatado los siguientes datos:

- La propuesta es motivadora en todos los casos y mejora la memoria comprensiva de los estudiantes.
- El programa diseñado permite avanzar a los estudiantes en la mayoría de protocolos trabajados. Así, en términos generales, puede afirmarse que el programa tiene un alto grado de comprensividad.
- Los elementos que, según la perspectiva de los entrevistados, más significativos son: la participación y el diálogo, la deducción de fórmulas o de hechos sin la intervención directa del profesor, el uso de material manipulable, el hecho de trabajar en grupo, la inducción y la anticipación (el estudiante sabe a priori qué se trabajará en los días siguientes y cuáles serán los objetivos).
- Por otro lado, los profesores destacan que se economiza el tiempo, que siempre ha sido un aspecto preocupante entre el profesorado.

*Si un estudiante quiere  
terminar su tarea sólo para  
tener buena nota, es probable  
que adopte una  
actitud defensiva.*

### Discusión

A partir de los resultados de nuestro estudio ha quedado demostrado estadísticamente que el grado de motivación que presenta el grupo experimental después de la aplicación del Programa de transposición didáctica de los conceptos matemáticos en la ESO es significativamente superior que el que presenta el grupo control. Abrantes, Serrazina y Oliveira (1999) argumentan que la motivación es esencial para aprender pero la naturaleza de esta motivación determina la manera que los estudiantes se manejan en las tareas que hacen y en el aprendizaje, en la línea ya manifestada por Skemp (1980) o Baroody (1980), entre otros. Así, si un estudiante quiere terminar su tarea sólo para tener buena nota, es probable que adopte una actitud defensiva, procurando sólo obtener el resultado correcto y no hacer errores. Pero si está intrínsecamente motivado para realizar una tarea, si realmente la valora, correrá riesgos para mejorar su trabajo y probablemente se implicará en una exploración de la situación más profunda y tendrá en cuenta todo lo que le rodea. Desde esta perspectiva, en nuestro estudio se parte de la idea que la motivación intrínseca no viene dada de forma natural en la mayoría de

estudiantes, y es con el diseño de propuestas didácticas de aprendizaje activo en la línea del programa presentado desde donde se intenta provocar este tipo de motivación.

Diversos estudios apuntan en esta línea y, más concretamente, se centran en el tipo de intervención del profesor o bien en el tipo de material utilizado. Por ejemplo, y en relación a la intervención del profesor, diferentes autores tratan la importancia de la comunicación, la forma de introducir nuevos contenidos: Gómez-Chacón (1999), por ejemplo, pone de relieve los factores afectivos que influyen en la calidad del aprendizaje y presenta algunos instrumentos que puede aplicar el profesor en su aula y que tienen en cuenta la dimensión emocional y sociocultural de los estudiantes. Núñez (1996) destaca la importancia del contexto para aprender matemáticas, e impulsa el uso de situaciones problemáticas de la vida cotidiana como elemento motivador para introducir nuevos contenidos matemáticos. Planas (2002), resalta la importancia de la comunicación profesor-estudiante en la clase de matemáticas, con el objeto de asegurar que los estudiantes atribuyan el significado que el profesor ha intentado transmitir y no otro. Si no se produce este diálogo, el estudiante puede interiorizar aprendizajes erróneos y extraer falsas conclusiones en la construcción de su significado. Vemos, pues, que el papel del profesor dentro de la clase es de crucial importancia para aumentar la motivación de los estudiantes o, dicho de otra forma, el papel de la comunicación dentro de la clase de matemáticas es fundamental. Cuando se pretende articular un diálogo, favorecer la participación, conseguir un trabajo de grupo eficaz o, simplemente, no anticipar resultados a los que los estudiantes pueden llegar con la ayuda de procesos inductivos, el profesor debe estar preparado y sensibilizado para realizar este tipo de actividad. Alsina, C. (2000), haciendo referencia a los principales retos del futuro de las matemáticas alude también a este aspecto:

Se debe recordar que educar, en matemáticas, no es transmitir fórmulas y recetas. Una parte del profesorado de matemáticas ha trabajado a partir de la confusión de creer que simplemente deben explicarse algoritmos (...). Y el último reto de las matemáticas sería el de la emotividad, que la gente se sienta feliz haciendo matemáticas, que le haga ilusión ir a clase, que se sepa transmitir la ilusión por el descubrimiento, por compartir lo que se está haciendo. (pág. 8).

En relación al uso de material manipulable, autores como Corbalán y Deulofeu (1996) presentan una investigación a partir de una muestra de estudiantes de 12 a 16 años en la que ponen de manifiesto que el hecho de recurrir a materiales manipulables y de introducir juegos recreativos en la clase aumenta la motivación de los estudiantes ante los retos matemáticos que se les proponen. Además, según estos autores, el uso de materiales permite hacer mejor los procesos inductivos, es decir, una matemática *desde abajo hacia arriba*. También Chamoso y Rawson (2001) destacan como variables

importantes el papel del profesor, el hecho de trabajar cooperativamente y el uso de material manipulable.

Así pues, a partir del estudio realizado y otros trabajos precedentes que hemos revisado y discutido, parece claro que es posible mejorar la motivación de los estudiantes de la ESO para aprender matemáticas. En este trabajo, además, hemos aportado también una propuesta concreta para aumentar dicha motivación, que parte de la idea, de acuerdo con Abrantes, Serrazina y Oliveira (1999) que el aprendizaje

requiere implicar a los estudiantes en actividades significativas. Desde esta perspectiva, estos autores defienden que las explicaciones del profesor en el momento adecuado y de forma apropiada son fundamentales. De ello se desprende que no es eficaz enseñar cosas nuevas de forma únicamente expositiva, sino que debe darse a los estudiantes la oportunidad de vivir experiencias concretas a las que estas explicaciones puedan dar sentido, idea estrechamente relacionada con el programa de transposición didáctica de los conceptos matemáticos en la ESO que hemos presentado. ■

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABRANTES, P., SERRAZINA, L. y OLIVEIRA, L. (1999): *A Matemática na Educação Básica*, DEB, Lisboa.
- ALONSO, J. (1991): *Motivación y aprendizaje en el aula. Cómo enseñar a pensar*, Santillana, Madrid.
- ALONSO, J. (1997): *Motivar para el aprendizaje. Teoría y estrategias*, EDEBÉ, Barcelona.
- ALONSO, J. y MONTERO, I. (2001): *Orientación motivacional y estrategias motivadoras en el aprendizaje escolar*. En C. Coll, J. Palacios y A. Marchesi (Eds.), *Desarrollo psicológico y educación 2. Psicología de la educación escolar*, (pp. 259-284), Alianza, Madrid.
- ALSINA, Á. (2001): *La intervención de la memoria de trabajo en el aprendizaje del cálculo aritmético*, Tesis doctoral editada en <http://www.tdcat.cesca.es/TDCat-0613101-113720>, Bellaterra, Servei de Publicacions U.A.B.
- ALSINA, Á. Y SÁIZ, D. (2003): *Un análisis comparativo del papel del bucle fonológico versus la agenda viso-espacial en el cálculo en niños de 7-8 años*, *Psichotema*, 15 (2), 241-246.
- ALSINA, Á. Y SÁIZ, D. (2004): *El papel de la memoria de trabajo en el cálculo mental un cuarto de siglo después de Hitch. Infancia y Aprendizaje*, 27 (1), 15-25.
- ALSINA, C. (2000): *Lentrevista*, *Biec*, 31, 8-9.
- BAROODY, A.J. (1988): *El pensamiento matemático de los niños*, Aprendizaje VISOR/MEC, Madrid.
- CHAMOSO, J.M. y RAWSON, W. (2001): "En la búsqueda de lo importante en el aula de matemáticas", *SUMA*, 36, 31-43.
- CONN, D. (1998): *Psicología. Exploración y Aplicaciones*, Ed. Thomson, Madrid.
- CORBALÁN, F. y DEULOFEU, J. (1996): "Juegos manipulativos en la enseñanza de las matemáticas", *Uno*, 7, 71-80.
- CUBILLO, C. y ORTEGA, T. (2002): "Influencia de un modelo didáctico en la opinión/actitud de los estudiantes hacia las matemáticas", *Uno*, 31, 57-72.
- DEPARTAMENT D'EDUCACIÓ (2004): "Competències Bàsiques. Educació Secundària Obligatoria. Primer cicle. Prova C (Matemàtiques)", Servei de Difusió i Publicacions, Barcelona.
- DOMINGO, M. (2004): *Una aproximació a la construcció significativa del coneixement matemàtic a l'ESO*, Trabajo de investigación no publicado, Universitat de Vic, Vic.
- ESCAÑO, J. y GIL DE LA SERNA, M. (2001): "Motivar a los estudiantes y enseñar a motivarse", *Aula de innovación educativa*, 101, 6-12.
- ESCAÑO, J. y GIL DE LA SERNA, M. (2006): *Motivar a los estudiantes y enseñarles a implicarse en el trabajo escolar*. En C. Borrego (Ed.), *Modelo integrado de mejora de la convivencia*, Graó, Barcelona.
- FONT, V. (1994): "Motivación y dificultades de aprendizaje en matemáticas", *SUMA*, 17, 10-16.
- GARRIDO, I. (1996): *Psicología de la motivación*, Editorial Síntesis, Madrid.
- GAVILÁN, P. (2002): "Comparación de modelos de resolución de problemas en una clase tradicional y una clase cooperativa", *Uno*, 31, 34-43.
- GÓMEZ-CHACÓN, I. (1999): "Toma de conciencia de la actividad emocional en el aprendizaje de la matemática", *Uno*, 21, 29-45.
- GONZÁLEZ, M. C. (1997): *La motivación académica*, Eunsa, Pamplona.
- GORGORIO, N. y PLANAS, N. (2005): "Social representations as mediators of mathematics learning in multiethnic classrooms", *European Journal of Psychology of Education*, XX, (1), 91-104.
- MIDDLETON, J.A. y SPANIAS, P.A. (1999): "Motivation for achievement in mathematics: findings, generalizations, and criticisms of the research", *Journal for Research in Mathematics Education*, 30 (1), 65-88.
- MUSITU, G. y GARCÍA, F. (1999): *AF5*, TEA Ediciones S.A, Madrid.
- NUÑEZ, C. (1996): "Lo que subyace tras el comportamiento de nuestro alumnado en una clase de matemáticas", *Uno*, 7, 118-124.
- PLANAS, N. (2002): "Enseñar matemáticas dando menos cosas por supuestas", *Uno*, 30, 114-124.
- PLANAS, N. y GORGORIO, N. (2004): "Are different students expected to learn norms differently in the mathematics classroom?", *Mathematics Education Research Journal*, 16 (1), 19-40.
- SINGH, K., GRANVILLE, M. y DIKA, S. (2002): "Mathematics and science achievement: effects of motivation, interest, and academic engagement", *Journal of Educational Research*, 95, (6), 323-332.
- SKEMP, R. (1980): *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*, Ed. Morata, Madrid.
- STEVENS, T., OLIVAREZ, A. JR. y HAMMAN, D. (2006). "The role of cognition, motivation, and emotion in explaining the mathematics achievement gap between hispanic and white students", *Hispanic Journal of Behavioral Sciences*, 28, (2), 161-186.
- THORNDIKE, E.L. (1922): *The psychology of arithmetic*, The McMillan Co, Nueva York.
- WINSTEAD, L. (2004): "Increasing academic motivation and cognition in reading, writing, and mathematics: meaning-making strategies", *Educational Research Quarterly*, 28 (2), 29-47.