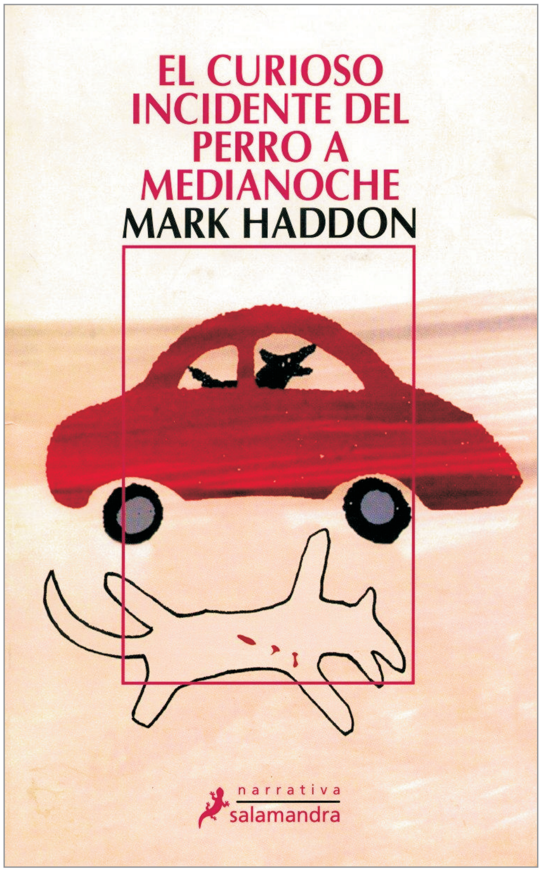
SUMA 54
Febrero 2007, pp. 123-130

Matemáticas a medianoche



El curioso incidente del perro a medianoche
(The curious incident of the dog in the nigth-time)
Mark Haddon
Ediciones B, Tiempos Modernos
Publicaciones y Ediciones Salamandra S. A. Barcelona.
Barcelona, Septiembre de 2004 (1ª Edición en español)
ISBN: 84-7888-910-8.
270 páginas

Sobre este mismo libro ver SUMA 51, pp. 112-113 y SUMA 53 pp. 13-18 [N. de la R.]

Toca el turno en este número a un libro singular, que sorprende al lector desde la primera de sus páginas hasta la última.

En la contraportada del libro se hace su presentación:

> El curioso incidente del perro a medianoche es una novela que no se parece a ninguna otra. Elogiada con entusiasmo por autores consagrados como Oliver Sacks e Ian McEwan, ha merecido la aprobación masiva de los lectores en todos los países donde se ha publicado, además de galardones como el Premio Whitbread y el Premio de la Commonwealth al Mejor Primer Libro. Su protagonista, Christopher Boone, es uno de los más originales que han surgido en el panorama de la narrativa internacional en los últimos años y está destinado a convertirse en un héroe literario universal de la talla de Oliver Twist y Holden Caufield.
>
> A sus quince años, Christopher conoce las capitales de todos los países del mundo, puede explicar la teoría de la relatividad y recitar los números primos hasta el 7507, pero le cuesta relacionarse con otros seres humanos. Le gustan

Constantino de la Fuente Martínez
literatura@revistasuma.es

las listas, los esquemas y la verdad, pero odia el amarillo, el marrón y el contacto físico. Si bien nunca ha ido solo más allá de la tienda de la esquina, la noche que el perro de una vecina aparece atravesado por un horcón, Christopher decide iniciar la búsqueda del culpable. Emulando a su admirado Sherlock Holmes -el modelo de detective obsesionado con el análisis de los hechos-, sus pesquisas lo llevarán a cuestionar el sentido común de los adultos que lo rodean y a desvelar algunos secretos familiares que pondrán patas arriba su ordenado y seguro mundo.

El autor, Mark Haddon, nació en Northampton, Inglaterra, en 1963. Ilustrador, pintor, poeta y profesor de escritura creativa, es autor de quince libros para niños. Tras licenciarse en Literatura Inglesa por la Universidad de Oxford, trabajó durante un tiempo con personas que padecían deficiencias físicas y mentales. Ha trabajado así mismo como guionista para la televisión, medio en el que ha ganado dos de los prestigiosos premios BAFTA. Impulsado por un creciente proceso de boca a boca, *El curioso incidente del perro a medianoch*e se ha convertido en un éxito sin precedentes en todos los países donde se ha publicado –los derechos se han vendido en 35 idiomas–, superando holgadamente el millón y medio de ejemplares.

Nuestro comentario

Como decíamos al principio, posiblemente nos encontramos ante una de las obras más sorprendentes del panorama de la literatura actual (no lo afirmamos categóricamente por no ser expertos en el tema). La verdad es que desde la primera hasta la última de sus páginas, los lectores confirman sentirse enganchados a los personajes, a sus circunstancias y a la trama en general. Esto es seguramente una mezcla de aspectos: por una parte, los personajes, sobre Christopher el protagonista, dan a la historia unos perfiles claros de realismo y veracidad, y por otra, M. Haddon, el autor, consigue un resultado final magnífico, lleno de sencillez, profundidad y ternura.

Lo más sorprendente, sin duda, es el quinceañero personaje principal, Christopher, con el que el autor logra un retrato magistral de una personalidad compleja: de sus aspectos internos y de la proyección hacia los demás. Si a esto le añadimos el hecho de que la obra está concebida como una narración de este personaje en primera persona, tenemos que el lector se transforma, desde las primeras líneas, en confidente de sus palabras, acompañante cercano en sus vicisitudes y espectador directo, de primera fila, de sus circunstancias.

Toda la obra tiene, entre otros objetivos, el de que lleguemos a descubrir poco a poco el pensamiento, la psicología y las emociones de un adolescente con síndrome de Asperger, que intenta comprenderse a sí mismo y a los demás, en el *maremagnum* que supone el vivir cada día en el mundo actual. En una sociedad que nos envuelve y nos zarandea, que no comprende ni tolera las singularidades personales, de quien no se ajusta al patrón de pensamiento y comportamiento impuesto desde muchas instancias (civiles, religiosas, políticas, militares, económicas, etc). Y da lo mismo que “el diferente” lo sea por deseos propios o por características personales.

En cualquier caso, es muy enriquecedor a nivel personal tener la posibilidad de reflexionar sobre algunas cuestiones que, por su cotidianeidad, se nos pasan desapercibidas: reacciones en el trato con los demás (de nuestra familia o extraños) o en la resolución de situaciones comprometidas (escolares o extraescolares), estrategias para sobrellevarlas, creencias personales sobre diferentes temas, etc. Todo un mosaico no periódico de vivencias que rellena el plano (o suelo) de nuestra vida, y en el que podemos descubrir, por paradójico que nos parezca, huecos y solapamientos. Éstos forman parte de las contradicciones personales que nos acompañan constantemente y nos sirven para tomar conciencia de la complejidad que conlleva el hecho de vivir.

En este verosímil retrato de la vida de unas personas comunes, aparecen las matemáticas en muchas de sus páginas. Y es que Christopher Boone tiene una gran facilidad para la comprensión de las ideas matemáticas: cálculo mental, números primos, resolución de ecuaciones, ternas pitagóricas, azar, probabilidades, teoría del caos y algunos otros que, aunque tratados con menos extensión, no gozan por ello de un interés menor: la naturaleza de las matemáticas, algunos aspectos de la resolución de problemas, juegos matemáticos, etc.

Por último destacaremos el carácter didáctico de la narración y de todas las explicaciones de tipo científico que Christopher nos va transmitiendo. Un logro muy conseguido por el autor y que es muy aprovechable para el contexto escolar. Tanto es así que, independientemente de otras recomendaciones, este libro puede ser, y de hecho lo es, un ejemplo inmejorable para llevar a cabo una lectura obligatoria, por todos los alumnos y alumnas de algún curso de ESO o bachillerato, en la asignatura de matemáticas. Como puede observarse en el extenso guión de trabajo de la propuesta para el aula, son muchas las ideas aprovechables y los temas que se pueden tratar, y constituyen una ocasión inmejorable para el enriquecimiento y disfrute personal de nuestros alumnos y alumnas con las matemáticas.

Una propuesta de trabajo en el aula

Como decíamos anteriormente, este libro es una buena recomendación para llevar a cabo una lectura obligatoria, que se puede complementar con un trabajo de contenidos matemáticos, objeto de esta sección, pero que no descarta otro tipo de tareas más relacionadas con los denominados temas transversales.

Por lo que a nosotros respecta, la propuesta que presentamos en este número va dirigida a niveles de secundaria obligatoria, aunque puede que algunas cuestiones no sean convenientes para todo el alumnado. Como siempre, es el profesor, con su experiencia y según el contexto concreto, el que decide.

Pasamos a presentar la propuesta.

Un vistazo general a algunos temas matemáticos

Vamos a comenzar echando un vistazo general al libro, fijándonos en los temas matemáticos que van apareciendo en sus páginas. Para ello solamente debes anotar, al lado de cada tema, la página o páginas del libro donde aparece mencionado.

Tema Matemático	Páginas
Formas de rellenar o embaldosar el plano	
Direcciones y vectores en el espacio	
La búsqueda y situación de un lugar en el plano	
Magnitudes inversamente proporcionales	
El volumen de un cubo	
La población de animales y el descubrimiento de Robert May ...	
Terna pitagóricas	
Números primos	
El juego de *Los soldados de Conway*	
Fórmula logarítmica para la obtención de números primos	
Poblaciones y el problema de Monty Hall	
Probabilidades y el origen de la vida	
Potencias de 2	
Ecuaciones de segundo grado	

Las Matemáticas también tienen normas

> ...la gente se salta las normas constantemente. Por ejemplo, Padre conduce muchas veces a mas de 30 millas por hora en una zona limitada a 30 millas por hora, y otras conduce después de haber bebido, y con frecuencia no se pone el cinturón de seguridad. Y la Biblia dice No matarás pero hubo unas cruzadas y dos guerras mundiales y la guerra del golfo y en todas ellas hubo cristianos que mataban gente. (pág. 46).

Aunque el párrafo anterior daría mucho de sí, no vamos a entrar en él. Nos vamos a ceñir a algunas normas que hay que tener en cuenta cuando estamos trabajando en matemáticas. Por ejemplo, cuando trabajamos con números hay que tener en cuenta lo que denominamos jerarquía de operaciones.

A. ¿En qué consiste la jerarquía de operaciones? Pon ejemplos.
   Te mostramos a continuación las operaciones incorrectas efectuadas por algunos alumnos:
   $3+5\cdot4=8\cdot4=32$ $\quad$ $(3+4)2=32+42$ $\quad$ $3^2+4^2=7^2=49$

   $$\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}=\frac{6}{5} \qquad \frac{1}{3}+\frac{2}{3}=\frac{3}{6} \qquad \frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$$

B. Analiza los pasos dados, averigua los errores cometidos y efectúa correctamente las operaciones.
   Ahora te presentamos una demostración de que 1= 2. Sí, sí, has leído bien, vamos a demostrar que 1=2.

Suponemos que a, b son números no nulos y que $a = b$.
Multiplicando por a tenemos:

$$a^2 = a \cdot b$$

Restando b^2 en los dos miembros obtenemos: $a^2 - b^2 = a \cdot b - b^2$
Descomponiendo en factores y sacando factor común queda:

$$(a+b)\cdot(a-b) = b\cdot(a-b)$$

Simplificando en los dos miembros el factor $(a-b)$ nos queda:

$$a+b = b$$

Como $a=b$, podemos sustituir a por b y queda:

$$2b=b$$

Como b es cualquier número no nulo, hacemos por ejemplo $b=1$, y queda

$$2=1$$

como queríamos demostrar.

¿2=1?

Fíjate que si hacemos $b=7$, obtenemos $14=7$ y así con otros ejemplos que tú quieras poner.

C. Repasa la demostración y encuentra el fallo, porque sin duda tiene que haber algo de lo que hemos hecho que, en matemáticas, no está permitido. ¿Qué es?
D. Busca alguna "demostración" parecida que contenga algún fallo y que sorprenda por su resultado final.

Razonamientos encadenados

> Y cuando cruzaba la calle tuve un momento de inspiración sobre quién podía haber matado a Wellington. Articulé una Concatenación de Razonamientos en mi mente que era como sigue:... (pág. 61).

En nuestra vida cotidiana estamos haciendo continuamente razonamientos encadenados. Por ejemplo, una compañera de tu clase dice las siguientes frases:

1. *En este trimestre he sacado en matemáticas un 6, un 8 y un 4.*
2. *Por tanto aprobaré.*
3. *Además creo que el profesor me pondrá un 6 como nota en la evaluación.*

Suponiendo que las tres notas cuenten lo mismo, y que no se tienen en cuenta más cosas para la calificación final de la evaluación, demuestra que:

A. La frase 2 es cierta.
B. La frase 3 es cierta.
Para hacer la media de las notas anteriores, unos alumnos hacen los siguientes cálculos:

a) $\dfrac{6+8+4}{3}=6$

b) $\dfrac{6+8}{2}=7; \quad \dfrac{7+4}{2}=5{,}5$

c) $\dfrac{8+4}{2}=6; \quad \dfrac{6+6}{2}=6$

C. Explica si estos métodos de calcular la media son correctos o incorrectos y comenta sus causas.
Si ahora suponemos que la tercera nota cuenta el triple que las otras dos, demuestra que:
D. La frase 2 es cierta.
E. La frase 3 no es cierta. ¿Cuál es entonces la nota de la evaluación?
Para que suspendiera la evaluación, de las siguientes alternativas ¿cuál debería ocurrir?:
F. La nota 4 cuenta el cuádruplo que las otras.
G. La nota 4 cuenta más del cuádruplo que las otras.
H. La nota 6 cuenta la mitad que las otras.

La navaja de Occam en matemáticas

> ... la navaja de Occam no es una navaja con la que los hombres se afeitan sino una ley, y dice:
> Entia non sunt multiplicanda praeter necessitatem
> Que es latín y significa:
> No ha de presumirse la existencia de más cosas que las absolutamente necesarias. (pág. 120)

Esta frase se debe a un monje franciscano llamado Guillermo de Occam.

A. Recoge los principales datos biográficos de este monje y filósofo.

En matemáticas podríamos enunciar la navaja de Occam así:

> Nunca han de suponerse más cosas que las absolutamente necesarias.

Por ejemplo, si un alumno, ante la situación de la cuestión anterior dice: "Sí, las tres notas cuentan lo mismo, pero como tú tienes el cuaderno muy mal, el profesor te va a suspender".

A. Analiza este razonamiento, teniendo en cuenta toda la información que se daba en la cuestión 4, y explica porqué es falso.
Para acabar estas preguntas, te proponemos analizar un chiste. Sí, sí, pero sin reírte demasiado.
B. Lee el chiste del economista, el lógico y el matemático, de las páginas 177-178, y relaciónalo con la navaja de Occam.


George Pólya (1887-1985)


Miguel de Guzmán (1936-2004)


George Pólya (1887-1985)

Es muy bueno tener un Plan...

> Y entonces Formulé un Plan. Y eso me hizo sentir mejor porque había algo en mi cabeza que tenía un orden y unas pautas y tan solo tenía que seguir las instrucciones una detrás de otra. (pág. 166).

Aunque hayas pensado inicialmente en otro tipo de plan... por la cita puedes entender que vamos a hablar de un plan relacionado con la resolución de situaciones problemáticas.

Para resolver un problema, en matemáticas pasa como en la vida cuando estamos ante una situación complicada, o si tenemos que tomar una decisión: uno debe plantearse un plan con unos pasos que nos permitan llegar a la solución.

A. Resuelve el siguiente problema y luego escribe los pasos del Plan que has llevado a cabo:
   ¿Cuántos cuadrados se pueden dibujar en un tablero de ajedrez, de manera que sus lados sean líneas del tablero?
   A lo largo del siglo XX varios matemáticos han investigado el proceso de resolución de problemas. Uno de ellos ha sido George Polya. Él decía que cuando uno resuelve problemas de matemáticas atraviesa por cuatro fases o etapas:
   - Comprensión del enunciado.
   - Elaboración de un plan.
   - Puesta en práctica o ejecución del plan.
   - Visión retrospectiva o vuelta atrás.
B. Haz un comentario sobre cada una de esas etapas. ¿En qué te parece que pueden consistir?
C. Recoge los principales datos biográficos de G. Polya.
   También en España ha habido un matemático que ha hecho importantes aportaciones a este tema en el siglo XX; se llamaba Miguel de Guzmán Ozámiz y ha sido el matemático español más importante del siglo XX.
   Te vamos a proponer unas actividades relacionadas con él para que lo conozcas un poco. Para ello puedes acudir a la red o a su página web.
D. Recopila los principales datos de su biografía.
E. Escoge un problema de alguno de sus libros y resuélvelo.

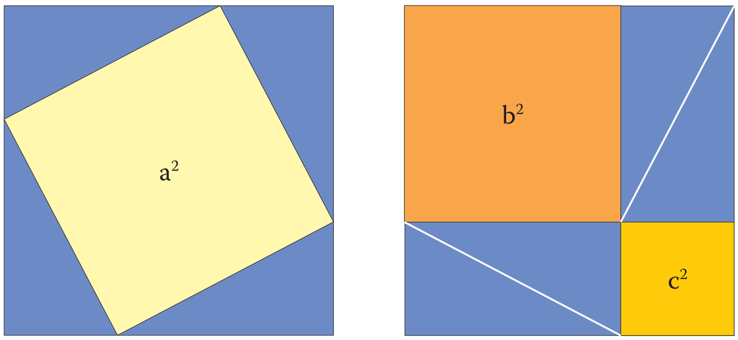
Desde las ternas pitagóricas...

> Y ésta era mi pregunta favorita
> Demuestra el siguiente resultado:
> *Un triángulo cuyos lados pueden escribirse en la forma* n^2+1, n^2-1 *y* $2n$ *(donde* n *es mayor que* 1*) es rectángulo.*
> Demuestra, mediante un ejemplo opuesto, que el caso inverso es falso. (pág. 257)

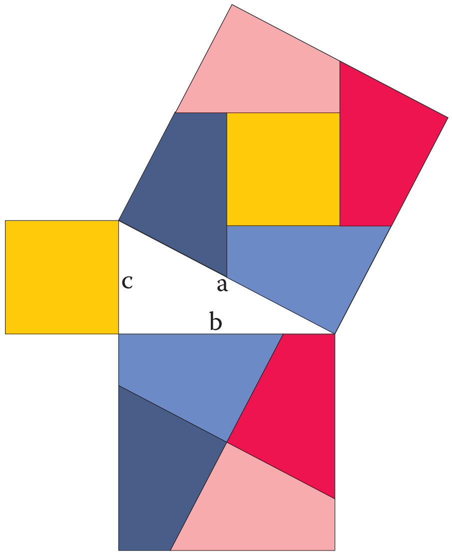
En esta pregunta del examen de Christopher se habla de números y de triángulos rectángulos. Eso está relacionado con una idea que te vamos a explicar:

Una terna pitagórica son tres números enteros *a*, *b*, *c* que cumplen el teorema de Pitágoras, es decir: $a^2+b^2=c^2$. O lo que es equivalente, *a*, *b* y *c* pueden ser las longitudes de los tres lados de un triángulo rectángulo. En la figura puedes observar la Tablilla Plimpton, de la cultura mesopotámica, cuyo origen se sitúa alrededor del año 1800 antes de Cristo, en la que ya aparecen unas ternas pitagóricas.

A. Investiga y averigua qué ternas pitagóricas aparecen en esas tablillas.
   En la página 265 del libro aparece la demostración de la pregunta de la cita anterior.
B. Demuestra tú también que n^2+1, n^2-1 y $2n$ forman una terna pitagórica. Después da ejemplos de triángulos rectángulos concretos cuyos lados tengan las expresiones anteriores.
   El enunciado inverso del de la pregunta del examen es: *Si un triángulo es rectángulo, entonces sus lados pueden escribirse en la forma* n^2+1, n^2-1 *y* 2n *(donde* n *es mayor que* 1*).*
   En matemáticas en cuanto un enunciado admite un ejemplo en el que no se cumple, entonces el enunciado es falso.
C. Demuestra que el enunciado inverso anterior es falso mediante un ejemplo diferente al que propone Christopher en la página 267.
   Las expresiones anteriores, n^2+1, n^2-1 y $2n$ son un caso particular de las expresiones n^2+p^2, n^2-p^2 y $2np$ (cuando $p=1$).
D. Demuestra que estas tres expresiones también forman un terna pitagórica.
E. investiga y encuentra las expresiones de otras ternas pitagóricas.



$$a^2+b^2=c^2$$



... hasta el Teorema de Pitágoras

Hemos hablado anteriormente de uno de los teoremas más famosos de la historia: el teorema de Pitágoras.

A. ¿Cuál es su enunciado? ¿Cuál es su significado geométrico?
   A lo largo de la historia de las matemáticas se ha demostrado el teorema de Pitágoras de muchas formas.
B. Estudia las figuras siguientes y explícalas, porque son dos demostraciones gráficas del teorema.

Los triángulos rectángulos tiene unas propiedades muy interesantes. Una de ellas representa, en cierto modo, una generalización del teorema de Pitágoras. La podríamos enunciar de la siguiente forma:

> Si sobre los tres lados de un triángulo rectángulo construimos figuras geométricas semejantes entre sí, se cumple que la suma de las áreas de las figuras construidas sobre los catetos es igual al área de la figura construida sobre la hipotenusa.

Según la propiedad anterior, el teorema de Pitágoras sería un caso particular, correspondiente a cuando dibujemos sobre cada lado un cuadrado.

C. Demuestra que se cumple la propiedad anterior si construimos sobre cada lado triángulos equiláteros.
D. ¿Y si son exágonos regulares? Demuéstralo para un polígono regular de cualquier número de lados.
E. Haz lo mismo para cuando sean semicírculos cuyo diámetro sea igual a cada uno de los lados.

Rellenando el plano sin dejar huecos ni solapamientos

En la página 246 podemos ver un embaldosado del plano hecho con cruces. Aquí te presentamos otros mosaicos curiosos.

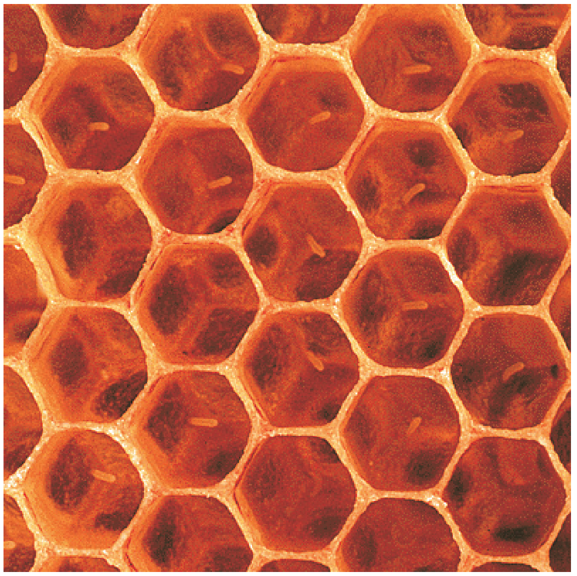
Como puedes observar, el primero es real y en cualquier colmena lo podemos ver. Los otros dos corresponden a diseños realizados por un artista holandés del siglo XX llamado M. C. Escher.

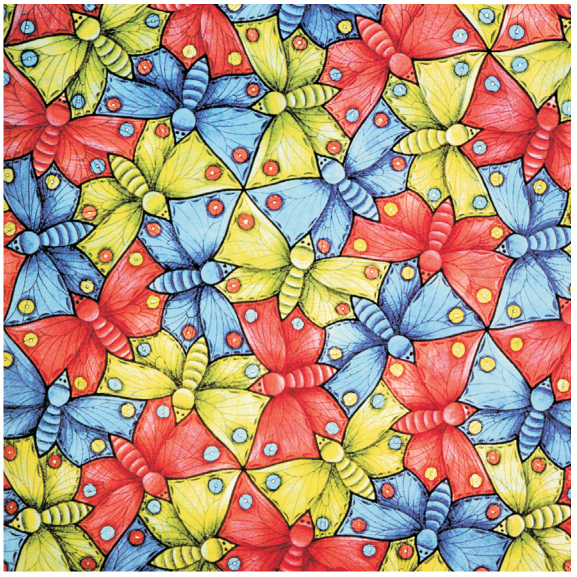
Aunque nunca te hayan hablado de ello, es fácil que comprendas lo que entendemos en matemáticas por un mosaico: es cualquier forma de rellenar el plano con figuras, sin dejar huecos sin rellenar ni solapar (montar) unas con otras; debe quedar como los que te presentado más arriba.

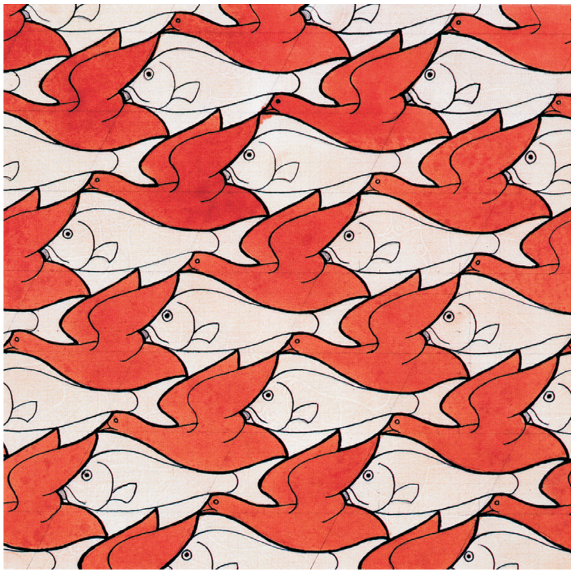
Las Matemáticas también se han ocupado de averiguar qué tipos de figuras sirven para conseguir cubrir el plano con esas condiciones y otras que se quiera añadir. En la cultura árabe hay muchísimos buenos ejemplos de mosaicos. En Granada, en la Alhambra podemos ver ejemplos magníficos.

Volviendo a los ejemplos que aquí mostramos, podemos ver que el mosaico de las abejas está hecho con un polígono regular.

A. ¿De qué polígono estamos hablando?
B. ¿Con qué otros polígonos regulares es posible hacer mosaicos? Los mosaicos construidos de esta forma se llaman mosaicos regulares. ¿Se puede conseguir mosacios con todos los tipos de polígonos regulares?
C. Analiza la posibilidad de que cualquier cuadrilátero pueda rellenar el plano y formar, por tanto, un mosaico.
D. Investiga qué es un mosaico semirregular y averigua los que hay.
E. Estudia otras formas de rellenar el plano usando polígonos u otras figuras, como por ejemplo las de Escher.







Los números primos

> Yo creo que los números primos son como la vida. Son muy lógicos pero no hay manera de averiguar como funcionan, ni siquiera aunque pasaras todo el tiempo pensando en ellos. (pág. 23)

Vamos a dedicar un rato a pensar en los números primos para conocer algunas de sus peculiaridades. Ánimo y verás como acabas satisfecho; los primos nunca defraudan...

Uno de los primeros matemáticos que estudiaron los números primos fue Eratóstenes, aunque también es conocido por otros logros en matemáticas.

A. Explica cómo se hace la criba de Eratóstenes. Hazla para obtener los números primos entre los 100 primeros números naturales.
B. Este matemático calculó con mucha exactitud una magnitud del planeta Tierra. ¿Cuál es, cómo lo hizo y cuál fue el valor encontrado?
   Otro matemático importante, Euclides, demostró que hay infinitos números primos.
C. Averigua cómo lo hizo y exponlo aquí.
   Euclides escribió unos cuantos libros, que son los más famosos de la historia de las matemáticas.
D. Averigua el título, cuántos libros fueron y explica su contenido.

Avancemos en el tiempo unos cuantos siglos y situémonos en Suiza. Un profesor de matemáticas de este país, llamado Cristian Goldbach, mantenía correspondencia con Euler, un famoso matemático de la misma nacionalidad. En una de las cartas, Goldbach le confía a Euler un posible resultado sobre números primos, que él creía cierto, pero que no era capaz de demostrar. Euler tampoco consiguió hacerlo y lo denominó Conjetura de Goldbach.

E. ¿En qué consiste esta conjetura? Prueba con casos particulares sencillos, a ver si se cumple.
F. ¿Por qué se le llama conjetura en vez de teorema?

Si quieres saber más sobre esta conjetura, puedes comenzar leyendo otra novela interesante *El tío Petros y la Conjetura de Goldbach*, de la que también tenemos un guión para trabajar las matemáticas con su lectura.

Por último, ya en el siglo XX, vamos a comentarte una aplicación nueva de los números primos: los usan los servicios secretos de los países a la hora de crear claves para elaborar mensajes secretos, que no los puedan descifrar los espías de otros gobiernos, o los enemigos, en caso de conflictos o de guerra. Esto forma parte de lo que se denomina Criptografía o "escritura escondida". Es una parte muy compleja de las matemáticas.

Nos gustaría plantearte algo sencillo relacionado con la Criptografía en sus inicios. Para ello vamos a escribir de tres formas distintas, en clave, la frase EL CURIOSO INCIDENTE.

G. Tienes que averiguar, en cada caso, cómo lo hemos hecho:
   1: LEUCOIROSNIICNEDET
   2: LEOSOIRUCETNEDICNI
   3: ETNEDICNIOSOIRUCLE

Aprovecha para explicar algún otro método de cifrar mensajes que conozcas o que te hayan contado.

El cálculo de probabilidades a veces tiene... *cabra encerrada*

> ... los números son a veces muy complicados y en absoluto sencillos. (pág. 90)

Vuelve a leerte el capítulo 101, porque vamos a centrar nuestra mirada en él. Como sabes ahí está la increíble, pero verídica, historia del problema de Monty Hall. Con toda la información puedes contestar a las siguientes preguntas:

A. Cuenta el desarrollo del concurso.
B. Explica una de las dos formas de resolverlo que aparecen en el libro. ¿Se entienden las dos o una es más sencilla que la otra? Puede ayudarte del esquema gráfico siguiente, que propone el libro.
C. ¿Qué te parecen las cartas enviadas a la revista por matemáticos con mucha experiencia? Haz algún comentario de alguna de ellas.
D. Comenta el primer párrafo de la página 90 sobre lo engañosa que puede ser la intuición.