

Mi biblioteca particular

Santiago Fernández Fernández

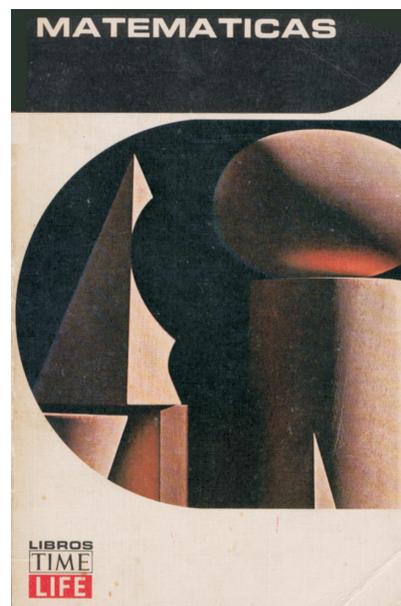
Asesor de matemáticas del Berritzegune de Abando-Bilbao

Cuando acepté el compromiso de escribir sobre los libros, escritos, lecturas... que más me han influenciado no era muy consciente de la dificultad que ello conllevaba. Hay que elegir unos libros, descartar otros, pero así es la vida.

La historia del primer libro es más o menos la que a continuación paso a detallar. En mi pueblo existía, y aún funciona, una única papelería con un gran escaparate que yo siempre miraba con atención. Uno de los días el librero puso a la venta un pequeño libro titulado *Matemáticas* (1969) de la editorial Time-Life. Por aquel entonces, tenía 15 años y ya me rondaba por la cabeza el interés y la pasión por las matemáticas. Inmediatamente me metí en la tienda y tomé el libro en mis manos.

Su título anunciaba contenidos matemáticos, que para mí se ceñían a situaciones referidas a la geometría, aritmética y álgebra, pero al abrirlo –oh, sorpresa– me encontré con multitud de figuras, fotos, dibujos y un índice desconcertante:

1. Los números: un largo recorrido desde uno hasta cero
2. El modélico pensamiento de los antiguos griegos
3. Un alfabeto para descifrar lo desconocido
4. Un enlace feliz entre curvas y cantidades



Fernando Corbalán (coordinador de la sección)

medios.suma@fesp.org

5. El dominio de los misterios del movimiento
6. El cálculo de las posibilidades en un mundo inseguro
7. Un paso lógico en el abrupto y azulado horizonte
8. Las matemáticas en la actualidad: hechos, dudas, sueños

Lo compré sin dudarlo y la verdad es que fue un gran acierto porque su visión me abrió los ojos a una ciencia desconocida.

En esencia el libro trata de realizar un recorrido histórico por las matemáticas, haciendo especial hincapié en las personas que participaron en su creación. Describe el ascenso de las matemáticas desde el simple sistema de contar hasta estudios más abstractos como la topología y los números transfinitos. Es un libro muy bien desarrollado e increíblemente cautivador. En su día algunas cosas me resultaban fuera de lugar, mientras que en estos momentos me parecen magistrales, por ejemplo el dibujo correspondiente a sacarse un chaleco sin tener que quitarse la chaqueta. Ahora sé que es un asunto que tiene que ver con la topología.



Este libro tiene un lugar preferente en mi biblioteca; está bastante deteriorado, casi descuadernado, con muchas hojas sueltas... pero le tengo un gran cariño. Aunque su autor, David Bergamini, sigue siendo para mí un personaje desconocido, siempre le estaré agradecido por la elección de los temas desarrollados y por el tratamiento de los mismos. Hace unos días me he enterado que todo el libro se puede descargar en la siguiente dirección de Internet:

<http://fisicarecreativa.net/matematicalife/capitulo01.html>

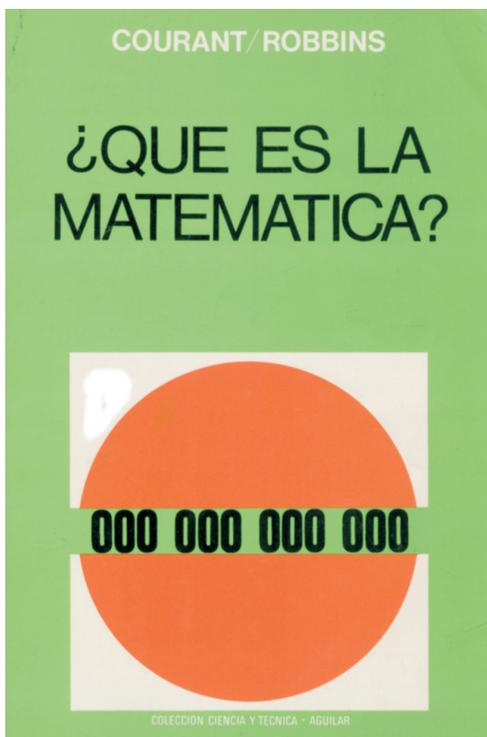
El segundo libro importante en mi formación intelectual fue el titulado *¿Qué es la matemática?*, de la editorial Aguilar (1979), escrito por R. Courant y H. Robbins.

Me encontré con este libro por casualidad. Lo que me cautivó quizás fue el título. Creo recordar que en la misma librería leí trozos de la introducción y me percaté de que estaba ante un libro singular, diferente y desde luego muy prometedor. En muchos momentos –y también ahora– me he preguntado qué son las matemáticas. Quería tener una visión de conjunto de los métodos y temas que abarcaban, entender el porqué de las definiciones y hacia dónde caminaban los desarrollos formales, cuáles eran los grandes núcleos de las matemáticas, quienes eran los grandes personajes de su historia...

En la introducción ya enuncia, de manera muy precisa, la respuesta a la pregunta que se hace en el título.

La matemática, como una expresión de la mente humana, refleja la voluntad activa, la razón contemplativa y el deseo de perfección estética. Sus elementos básicos son: lógica e intuición, análisis y construcción, generalidad y particularidad. Aunque diversas tradiciones han destacado aspectos diferentes, es únicamente el juego de estas fuerzas opuestas y la lucha por su síntesis lo que constituye la vida, la utilidad y el supremo valor de la ciencia matemática.

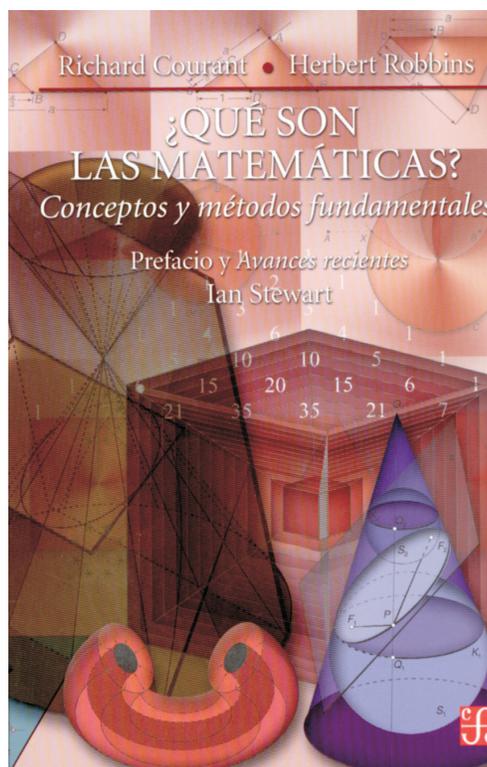
Este párrafo hace referencia a aspectos de las matemáticas que desgraciadamente se encuentran, en muchas ocasiones, fuera de nuestras aulas, como son la belleza, la lógica, la intuición, etc. El libro no es únicamente un tratado de carácter epistemológico sino que también tiene unas recomendaciones muy jugosas desde el punto de vista pedagógico. En este sentido, uno de sus autores, el célebre matemático polaco Richard Courant, reflexiona respecto a la orientación que deben tener las matemáticas y se lamenta de que estén per-



¿Qué es la matemática?, Aguilar (1979),
R. Courant y H. Robbins

Parte de la responsabilidad [del lugar actual de las matemáticas] recae en la enseñanza [...] que ha degenerado hacia el adiestramiento en técnicas de cálculo que no conducen a la comprensión de los conceptos ni ayudan a una mayor independencia intelectual.

También a una investigación muy especializada, abstracta y carente de conexiones con otros campos del saber y con las aplicaciones.



¿Qué son las matemáticas?
R. Courant y H. Robbins,
con prefacio y avances recientes de Ian Stewart,
Fondo de Cultura Económica, 2002

diendo su lugar dentro de la formación de las personas cultas. Cuando analiza las causas comenta lo siguiente:

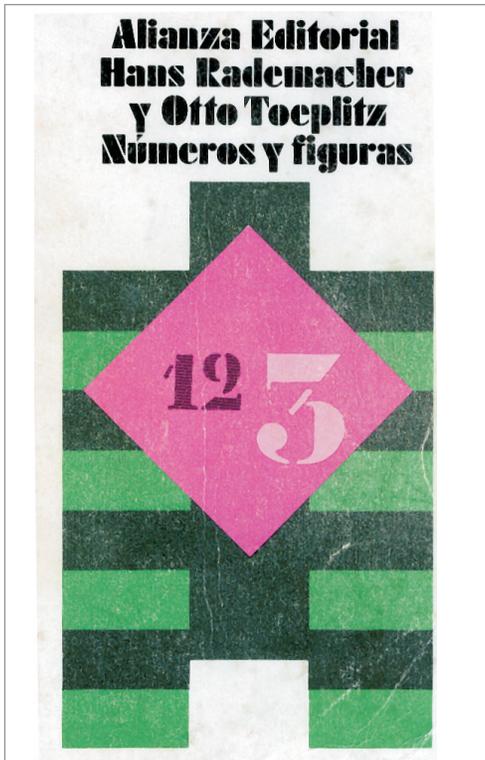
Parte de la responsabilidad recae en la enseñanza de las matemáticas que ha degenerado hacia el adiestramiento en técnicas de cálculo que no conducen a la comprensión de los conceptos ni ayudan a una mayor independencia intelectual. También a una investigación muy especializada, abstracta y carente de conexiones con otros campos del saber y con las aplicaciones.

Es notable la actualidad que tienen estos comentarios; parece como si los hubiese redactado un matemático de nuestros días, a pesar de que el libro fue escrito hace más de sesenta años.

Todos los capítulos evitan hacer una exposición fría y descontextualizada de los contenidos matemáticos. El punto de partida siempre es un problema y a través de su análisis y de la búsqueda de soluciones se llega a la formulación precisa de definiciones o a los procedimientos generales de resolución. Los autores hacen siempre referencia a los personajes que históricamente se enfrentaron a la situación y de esta manera los teoremas matemáticos adquieren un rostro, aspecto este, que muchas veces se echa en falta en nuestras clases de matemáticas.

Hace pocos años ha tenido lugar una nueva reedición del libro a cargo del ilustre profesor norteamericano Ian Stewart, quien acomete la puesta al día de la obra incluyendo un nuevo capítulo: *Desarrollos recientes*. Este contiene los comentarios que actualizan los temas tratados en *¿Qué es la matemática?* En esta línea no podían faltar las demostraciones recientes del teorema de los cuatro colores, el último teorema de Fermat, los fractales, la hipótesis del continuo, cuestiones de análisis no estandar... y un jugoso apéndice con problemas y ejercicios suplementarios. Como apostilla el matemático norteamericano I. Stewart en su prólogo, estamos ante una obra única. No dejen de leerla.

Mi tercera lectura importante, en relación con las matemáticas, fue un pequeño libro titulado *Números y Figuras*, firmado por Otto Toeplitz y Hans Rademacher. Es, sin duda, uno de los mejores libros que he leído sobre aspectos matemáticos. Una auténtica joya de la divulgación científica. Con pocos conocimientos matemáticos el lector puede disfrutar de pequeños ensayos que versan sobre temas matemáticos escogidos y muy sugerentes. Por ejemplo: la serie de números primos, problemas de máximos, los números irracionales, el triángulo órtico, la teoría de conjuntos, el problema de los



Números y Figuras,
Otto Toeplitz y Hans Rademacher,
Alianza Editorial, 1970

cuatro colores, los poliedros regulares, los números pitagóricos y el teorema de Fermat, números perfectos, fracciones decimales periódicas, curvas de anchura constante, y muchos más.

Las ideas centrales de la geometría, el álgebra y la aritmética son expuestas, de manera magistral, combinando el rigor y la amenidad; a través de problemas de todo tipo, los lectores preparan el camino hacia estudios matemáticos posteriores. Lo he leído en multitud de ocasiones y siempre me ha impresionado la facilidad y profundidad en el tratamiento de los temas elegidos. Les animo a que lo lean.

En otro orden de lecturas, uno de los libros que más me ha impresionado y cautivado, tanto por su contenido como por su estilo, conciso y certero, es el titulado *La oveja negra (y demás fábulas)* de 1969, del escritor guatemalteco Augusto Monterroso. En sus fábulas todo está condensado y medido. Hay un fino uso del humor y la ironía. Tiene la rara virtud de sintetizar los pensamientos a la mínima expresión, consigue dar con la palabra adecuada en cada frase; el célebre escritor americano Isaac Asimov escribió a propósito de *La oveja negra*:

Estos pequeños textos, en apariencia inofensivos, muerden si uno se acerca a ellos sin la debida cautela y dejan cicatrices, y precisamente por eso son provechosos. Después de leer *El mono que quería ser escritor satírico*, jamás volveré a ser el mismo.

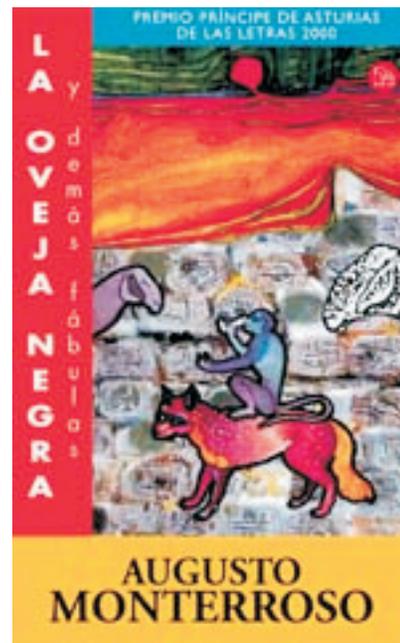
En la primera edición de las fábulas, el escritor colombiano García Márquez advertía en la solapa del libro: *Este libro hay que leerlo manos arriba: su peligrosidad se funda en la sabiduría solapada y la belleza mortífera de la falta de seriedad.*

Una pequeña muestra de las pequeñas narraciones y fábulas incluidas en el libro *la Oveja Negra* es la siguiente:

Aquiles y la tortuga

Por fin, según el cable, la semana pasada la Tortuga llegó a la meta. En rueda de prensa declaró modestamente que siempre temió perder, pues su contrincante le pisó todo el tiempo los talones. En efecto, una diezmiltrillonésima de segundo después, como una flecha y maldiciendo a Zenón de Elea, llegó Aquiles.

¿Quién de nosotros no ha pensado alguna vez en *La tortuga y Aquiles*? Monterroso hace una recreación de la célebre aporía del infinito de Zenón de Elea, donde la tortuga, animal muy lento, vence a Aquiles el de los pies veloces. Aquí la fábula se torna en una burla consecuencia inmediata de la parodia. Dado que Aquiles le pisa los talones a la tortuga y no viceversa, el tiempo por el que es vencido Aquiles es escandalosamente irrisorio.



La Oveja negra y demás fábulas
Augusto Monterroso
Editorial Alfaguara bolsillo, 1998

El Rayo que cayó dos veces en el mismo sitio

Hubo una vez un Rayo que cayó dos veces en el mismo sitio; pero encontró que ya la primera había hecho suficiente daño, que ya no era necesario, y se deprimió mucho.

He empleado estos textos en numerosas ocasiones y en todas ellas ha resultado que las personas desconocedoras de la obra de Monterroso han quedado maravilladas por la claridad y profundidad de sus fábulas. Para finalizar, no me resisto no a incluir en estas páginas un pensamiento suyo:

La vida no es un ensayo, aunque tratemos muchas cosas; no es un cuento, aunque inventemos muchas cosas; no es un poema, aunque soñemos muchas cosas. El ensayo del cuento del poema de la vida es un movimiento perpetuo; eso es, un movimiento perpetuo.

Desde siempre me han interesado más las lecturas cortas que las largas. Quizás por este motivo he sido un lector de poesías. La poesía es una pequeña sinfonía de palabras que nos movilizan rápidamente los sentimientos. El poeta vasco Gabriel Celaya, sin duda mi preferido, ha sido capaz de expresar bellas ideas mediante magníficas poesías, que van más allá de la métrica, ¿quién no se emociona ante tan magnífica poesía? ¡Cuánta verdad tiene esa poesía!

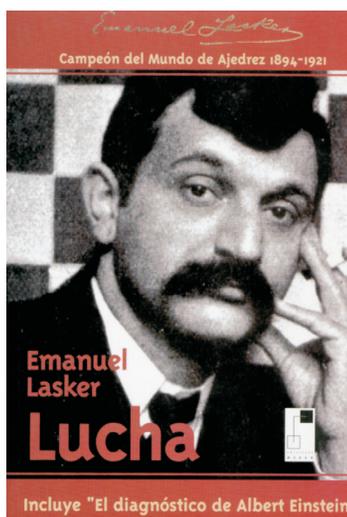
Educar

*Educar es lo mismo
que poner motor a una barca...
hay que medir, pesar, equilibrar...
... y poner todo en marcha.
Para eso,
uno tiene que llevar en el alma
un poco de marino...
un poco de pirata...
un poco de poeta...
y un kilo y medio de paciencia
concentrada.
Pero es consolador soñar
mientras uno trabaja,
que ese barco, ese niño
irá muy lejos por el agua.
Soñar que ese navío
llevará nuestra carga de palabras
hacia puertos distantes,
hacia islas lejanas.
Soñar que cuando un día
esté durmiendo nuestra propia barca,
en barcos nuevos seguirá
nuestra bandera
enarbolada.*

GRABRIEL CELAYA



Gabriel Celaya, 1911-1991

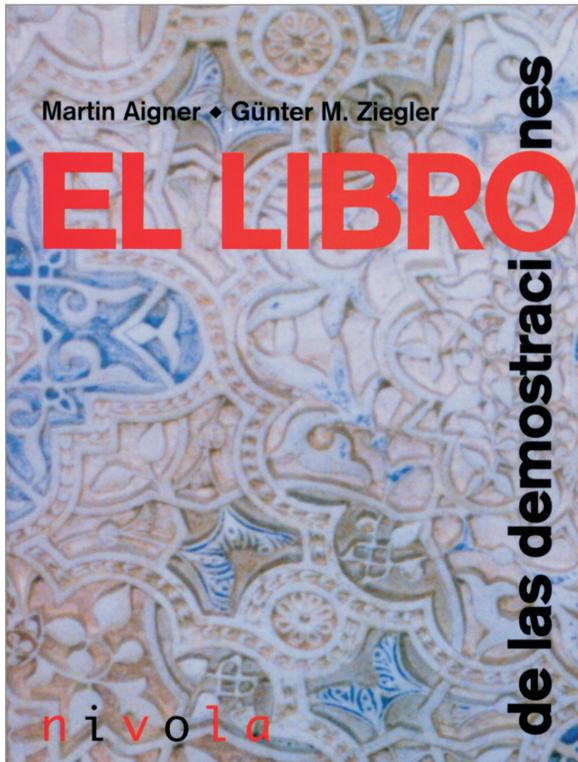


Lucha,
Emanuel Lasker,
Ediciones Merán, 2003

Además de las matemáticas y la poesía me ha interesado mucho el ajedrez y todos los aspectos relacionados con él. Entre los variados libros de ajedrez que han caído en mis manos hay uno muy singular y seguramente desconocido para la mayoría de las personas, sean o no ajedrecistas. Su autor es el campeón mundial E. Lasker, que además de escribir sobre tan bello deporte obtuvo un doctorado en matemáticas, escribió una obra de teatro e incluso ejerció como filósofo en una obra titulada *Lucha*. Es una obra que reflexiona sobre la vida y su lucha permanente. Para Lasker la teoría del combate (la lucha) contornea el verde árbol de la vida. El libro saca a la luz algunos de los descubrimientos que el célebre ajedrecista realizó tras más de quince años de arduo trabajo. Son principios básicos de orden estratégico y llenos de significado.

En *Lucha* expresa un pensamiento profundo y que seguramente interesará a personas preocupadas por la innovación. Dice Lasker *las palabras viajan en el cerebro a través de cauces fijos, así quien quiera expresar nuevas ideas se ve obligado a acuñar nuevos vocablos*.

De acuerdo a esta afirmación Lasker inventa unos neologismos, que necesariamente hemos de familiarizarnos, en los que va apoyándose para trasladarnos un enorme caudal de ideas.



El Libro de las demostraciones,
Martin Aigner y Günter M. Ziegler,
Editorial Nivola, 2005

En estos momentos estoy leyendo un magnífico libro titulado *El libro de las demostraciones* de la Editorial Nivola (2005). Detrás hay una historia muy singular. Se cuenta que cuando el prolífico y genial matemático húngaro Paul Erdős (1913-1996) encontraba una demostración bonita, expresaba que ella debía figurar en *El Libro* en el que Dios recopilaba las demostraciones perfectas de los teoremas matemáticos. Durante varios años persiguió la idea de escribir tal *Libro* con las demostraciones que a él le habían gustado más. De hecho, estaba previsto que se publicara en marzo de 1998, año en el que Erdős cumpliría ochenta y cinco años, pero su inesperada muerte en el verano de 1996 truncó su magnífico proyecto.

Los profesores alemanes Martin Aigner y Günter M. Ziegler pertenecientes a las Universidades de Freie Universität Berlin y Technische Universität Berlin, respectivamente, tuvieron la osadía de recoger el reto lanzado por Erdős y desarrollarlo, incluyendo muchos de los resultados que el mismo Erdős ya había seleccionado.

A lo largo del libro se ofrece una colección de magníficos ejemplos seleccionados con la esperanza de compartir con los lectores el entusiasmo y la pasión por las matemáticas. En general son ideas brillantes y maneras geniales de acercarse a un problema, o bonitas y precisas observaciones.

La selección de los temas está muy influida por Paul Erdős. Una buena parte de los temas fueron sugeridos por él mismo, y además muchas de las demostraciones llevan su firma; otras fueron iniciadas gracias a su suprema cualidad para formular la pregunta precisa o dar con la conjetura adecuada. De modo que, en gran parte, este libro refleja su punto de vista respecto a lo que debería ser una demostración de *El Libro*.

El escrito está dividido en cinco secciones: Teoría de números, Geometría, Análisis, Combinatoria y Teoría de Grafos.

Cada una de las secciones presenta una serie de temas que son verdaderas joyas, tanto por la temática como por el tratamiento dado. Algunos de los treinta y cinco temas seleccionados son los siguientes: seis demostraciones de la infinitud de los números primos, el postulado de Bertrand, representación de enteros como suma de dos cuadrados, algunos números irracionales, el tercer problema de Hilbert, la conjetura de Borsuk, tres aplicaciones de la fórmula de Euler, el teorema de rigidez de Cauchy, la aguja de Bufón, la hipótesis del continuo, maravillosas desigualdades, un teorema de Pólya sobre polinomios, la cotangente y el truco de Herglotz, el principio del palomar, barajando el mazo, la fórmula de Cayley, el problema de Dinitz, el teorema de Turán, comunicar sin errores, la probabilidad...

Sin duda este libro se convertirá en un clásico de la divulgación matemática. El texto es ágil pero al mismo tiempo profundo. Su contenido puede ser leído como una serie de ensayos independientes y sin embargo, no hay duda de que existe un hilo conductor que le da una gran unidad y coherencia.

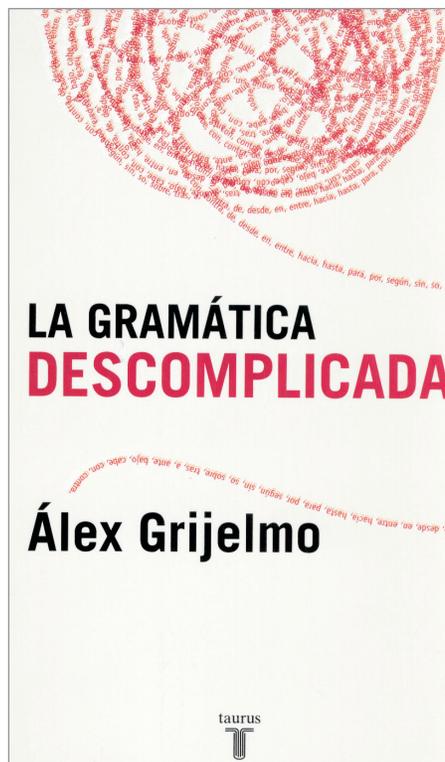
El último libro que he empezado a leer no tiene nada que ver con las matemáticas; es un libro de gramática, pero no es una gramática al uso. Como dice su autor, el periodista Alex Grijelmo, el libro está destinado a pensar con la gramática, más que a memorizarla. Comenta Alex:

El lenguaje es el pensamiento, y conocer la estructura de nuestro lenguaje equivale a conocer cómo se han estructurado nuestras razones. La gramática enseña a razonar y a exponer mejor las ideas, pero sobre todo a generarlas. Y ello nos hace más capaces de convencer a los demás.

Su título, *La gramática descomplicada*, ofrece un nuevo estilo de explicar esa rama de la lingüística que tiene por objeto el estudio de la forma y composición de las palabras, así como de su interrelación dentro de la oración o de la frase. Es un libro muy ameno y de fácil lectura. Hace un repaso general de la gramática y de sus normas, pero con estilo desenfadado e inteligente. Un libro muy recomendable.

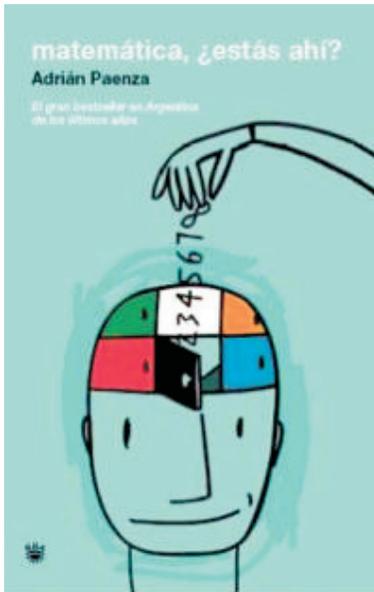
Es un libro muy ameno y de fácil lectura. Hace un repaso general de la gramática y de sus normas, pero con estilo desenfadado e inteligente. Un libro muy recomendable.

Curiosamente las matemáticas formales son como la ortografía y la gramática; tienen mucho que ver con la aplicación correcta de unos símbolos y unas reglas. Pero no hay que olvidar que las mejores matemáticas deberían ser como la literatura: la historia narrada ha de tener vida y hacernos partícipes de ella, tanto intelectual como emocionalmente. ■



La gramática descomplicada,
Alex Grijelmo,
Editorial Taurus, 2006

Escaparate: 1 matemática, ¿estás ahí?



MATEMÁTICA, ¿ESTÁS AHÍ?

Adrián Paenza,
RBA, Barcelona, 2006
ISBN: 84-7871791-9

En la portada de este libro, bajo el título y el nombre del autor, figura el comentario *el gran bestseller en Argentina de los últimos años*. Como es un dato real (más de 100.000 ejemplares vendidos en un año y 50 semanas entre los libros de no ficción más vendidos), antes de felicitar al autor por su éxito de ventas, debemos felicitar a los argentinos por su demostración de interés o de cultura científica por la Matemática. Que un libro de contenido matemático, no novelado, entre en las listas de *bestsellers* es un éxito del autor, pero también un signo de interés cultural y científico de la sociedad que lo compra y lo lee. Algunos lo vemos con sana envidia, aunque sea con modestia, aquí también parecemos querer imitar a los porteños, ya que en tres meses, de octubre a diciembre de 2006, ya lleva dos ediciones.

Adrián Paenza es doctor en Matemática por la universidad de Buenos Aires y, además de ejercer de profesor de Matemáticas, es periodista deportivo y político, lo cual es reconocible en algunos pasajes del libro. Cabe citar que el libro es el primero que escribe el autor (pero ya en Argentina

tiene una continuación: *matemática, ¿estás ahí? Episodio 2*. Y es una persona con ideas claras. A pesar de su extensión, no me resisto a adjuntar su respuesta a *¿Cómo debiera ser el abordaje de la enseñanza en el campo de las matemáticas en la escuela?*, en una entrevista periodística:

La escuela, como tal, debe ser repensada y actualizada a las condiciones del siglo XXI. Con todo, y en esto lamento repetir lo que digo sistemáticamente, la matemática no puede ser disfrutada por los alumnos, sencillamente porque quienes la difundimos terminamos dando respuestas a preguntas que la gente no se hizo. Y eso es, inexorablemente, muy aburrido. Estar sentado frente a una persona que responde a lo que yo no me pregunté es, cuanto menos, un sufrimiento. Y encima, existe el poder que tiene el docente que no le permite al alumno que se levante y se

Fernando Fouz

retire. Por eso creo que deberíamos empezar por reformular qué queremos enseñar, por qué lo queremos enseñar, qué problemas intentamos resolver y cuáles son las curiosidades de los chicos que vamos a ayudar a evacuar. La vida es al revés: uno primero tiene problemas, luego trata de resolverlos, y finalmente, cuando advierte que ciertos patrones se repiten, formula una teoría. Si el proceso frente al estudiante es al revés, o sea, primero le explicamos la teoría y después le fabricamos artificialmente un problema que él no tiene, es posible que no le interese. Ahora, el día en que comprendamos que la verdadera tarea de un docente es generar preguntas y saber descubrir las curiosidades que tiene un chico, entonces habremos dado un salto cualitativo muy importante para vencer la barrera docente-alumno (en matemáticas al menos).

Se percibe un cierto eco de Puig Adam.

Haciendo un repaso de los contenidos, distribuidos en seis capítulos, el último de los cuales son las soluciones a los problemas que plantea en los cinco primeros, encontramos entre otros los siguientes temas: números, probabilidades, personajes con sus trabajos y anécdotas, problemas de diversos tipos, pasando por curiosidades sobre temas variados del entorno matemático. Los contenidos resultan conocidos para la mayoría de las personas que se mueven en el mundo de las Matemáticas, especialmente de la docencia, ya que muchos de los problemas aparecen en materiales de semanarios o talleres de Matemáticas. Sin embargo, estos contenidos están muy bien elegidos y explicados, quizás por su experiencia en los medios, lo que permite que puedan ser comprendidos por un público *menos matemático* y tal vez en ello radique el éxito del libro.

*El día en que comprendamos
que la verdadera tarea de un
docente es generar preguntas y
saber descubrir las curiosidades
que tiene un chico, entonces
habremos dado un salto
cualitativo muy importante.*

El primer capítulo, dedicado a los *Números*, lo inicia presentándonos ejemplos de números muy grandes como: números de átomos del universo, equivalencias de la unidad año luz, etc., tipos de números: irracionales, trascendentes (e), números primos y sus características o tipos (gemelos), para terminar hablando del infinito y de uno de sus estudiosos: el matemático, ruso de nacimiento, Cantor. Es quizás las reflexiones sobre el infinito lo que hace especialmente interesante este capítulo.

Es en el segundo capítulo, dedicado a *Personajes*, donde presenta a personas relacionadas con las Matemáticas, citando

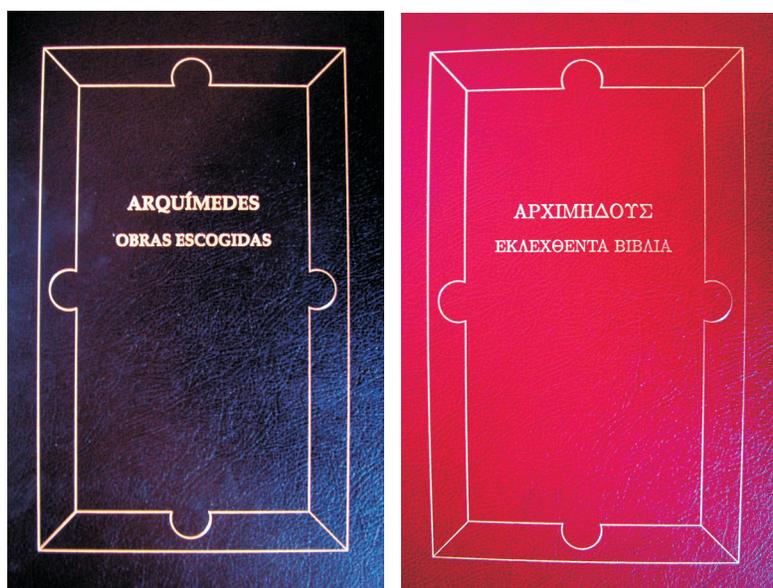
diversas anécdotas. Me parece interesante resaltar la que relaciona a Fleming con Winston Churchill. Según parece, siendo un niño Fleming, su padre salvó de morir ahogado en un pantano a un muchacho que resultó ser Churchill. El padre de Churchill, en muestra de agradecimiento, le recompensó pagándole la misma educación escolar que recibió su hijo. Sin saberlo había hecho una inversión que salvaría de nuevo la vida de su hijo ya que, pasados los años, Churchill enfermó por causa de una neumonía que fue curada gracias a la penicilina, descubierta y sintetizada por Fleming. Llama la atención que esta anécdota, que implica a dos personajes importantes del siglo XX, no sea más conocida. De hecho he comprobado que era desconocida por todos los compañeros a los que se la he contado. Otros personajes que aparecen son Bertrand Russell, con sus conocidas paradojas de conjuntos, Pitágoras y su teorema, Gauss y su famosa anécdota en la escuela referida a la suma de los cien primeros números naturales, Golbach y su conjetura de descomposición de números pares en suma de dos primos y Ramanujan con su extraordinaria capacidad para los cálculos numéricos.

El capítulo dedicado a *Probabilidad y Estimaciones* presenta diversas experiencias relacionadas con la combinatoria y cálculo de probabilidades. Me parecen interesantes los apartados dedicados a la *estimación de peces en una laguna* y el *principio del palomar*, muy didácticos para un público general, no necesariamente matemático. En el capítulo hay otros apartados interesantes como el cálculo de las matrículas de coches, *patentes* en la terminología argentina, coincidencia de cumpleaños o estimación del volumen que ocuparía la sangre de todos los habitantes de la tierra. Este problema me recordó que una vez me propusieron un problema parecido, pero de manera más macabra, ya que se trataba de estimar, si todas las personas de la tierra muriésemos, que volumen ocuparían todos nuestros cadáveres.

En el capítulo de problemas se señalan algunos conocidos en la comunidad matemática. Quizás cabe citar alguno de ellos como el de la *paradoja aparente* de que en vez de crecer la población mundial, matemáticamente, está disminuyendo ya que si seguimos la línea ascendente tenemos dos progenitores, 4 abuelos, 8 tatarabuelos y así sucesivamente... Llegado este punto me gustaría señalar que, en todo divertido y jovial, el escritor español Max Aub escribió algo parecido en 1968, como felicitación para sus amigos. En el número 11 de la revista *Sigma* (enero de 1992), se publicó una reseña del periodista bilbaíno Luciano Rincón, en la que aparece la citada felicitación con sus comentarios y cálculos correspondientes.

En el último capítulo, referido a *Reflexiones y Curiosidades*, creo que se debe destacar y reflexionar sobre el caso titulado *Votaciones: ¿Son realmente la manera más justa de decidir?* En él se presenta cómo una votación democrática puede dar lugar a distintos resultados según como se realice el sistema de votación. Es realmente interesante su análisis. Se acaba el capítulo con una serie de observaciones que nos invitan a reflexionar. En definitiva, tenemos un excelente libro de lectura. ■

Escaparate: 2 Arquímedes. Obras escogidas



ARQUIMEDES. OBRAS ESCOGIDAS

Edición con facsímile del Manuscrito X-I-14 de la Biblioteca de El Escorial

Editor, Antonio J. Durán

Traducción, Paloma Ortiz y Susana Mimbrera
Notas a la traducción, P. M. González Urbaneja,
Estudios preliminares de Carlos García Gual,
Antonio J. Durán y Pedro M. González Urbaneja,
Diseño y maquetación, Juan Luis Varona,
Real Sociedad Matemática Española, International
Congress of Mathematicians (ICM06),
Patrimonio Nacional
Madrid, 2006
ISBN, 84-923818-2-5

Arquímedes es uno de los más grandes matemáticos de todos los tiempos, tanto por la magnitud de su contribución al patrimonio matemático de la humanidad como por la genialidad de sus métodos. Ya que el *método mecánico* de investigación de *El Método* de Arquímedes apunta históricamente hacia los indivisibles e infinitesimales de las técnicas de cuadratura del siglo XVII que condujeron al descubrimiento del Cálculo Infinitesimal por Newton y Leibniz, mientras que el *método demostrativo de exhaustión* apunta hacia las técnicas aritméticas de los límites que fundamentan el Análisis moderno en el siglo XIX, la conjunción de ambos métodos, uno heurístico y empírico y otro riguroso y apodíc-

tico, sitúan a Arquímedes en las raíces históricas del Cálculo Integral. El más relevante encuentro de miembros de la comunidad matemática mundial, el *Congreso Internacional de matemáticos* de Madrid (ICM-06), ha querido homenajear a uno de sus más ilustres miembros a lo largo de la historia, Arquímedes, con una cuidada edición crítica con facsímile de algunas de sus obras imperecederas, realizada a partir de unos manuscritos de la Biblioteca de El Escorial.

En 1906, hace ahora cien años, el brillante helenista e historiador científico J.L.Heiberg, con gran perspicacia y sagacidad, descubre en Constantinopla, en novelescas circunstancias, y exhuma, tras una formidable labor de arqueología matemática, un palimpsesto que contenía la obra perdida de Arquímedes *El Método relativo a los teoremas mecánicos* (*El Método*), un tratado singular en el que el científico de Siracusa revela a la comunidad matemática alejandrina, en carta dirigida a Eratóstenes, el método mecánico de investi-

Pedro Miguel González Urbaneja

gación que utilizaba en sus descubrimientos y que había omitido en todos los restantes escritos científicos. Al contener la vía heurística de la investigación geométrica de Arquímedes, previa a la demostración por exhaución, el hallazgo de Heiberg ha sido, quizá, el suceso más importante de los últimos tiempos para el conocimiento de la Geometría griega [González Urbaneja, 2006: 715].

Arquímedes es el científico griego más citado a lo largo de la historia. Una copiosa tradición legendaria, inmortalizada por la imaginación épica de los más egregios literatos greco-latinos y en parte reivindicada por numerosos escritores y científicos a partir del Renacimiento, elevó la figura de Arquímedes hasta la más alta cima del genio e ingenio humanos, entre el mito y la realidad, magnificados aún más, si cabe, en todos los tiempos, por un generoso despliegue de iconografía arquimediana, que ha embellecido al personaje hasta cotas casi hagiográficas.

Entre todos los trabajos que se refieren a las disciplinas matemáticas, parece que el primer lugar puede ser reivindicado por los descubrimientos de Arquímedes, que confunden a las almas por el milagro de su sutilidad.

TORRICELLI, *Op. geometrica*,
Florencia, 1644

No obstante, el retrato que más interesa es el del pensamiento de Arquímedes, plasmado en el sello inmarcesible de sus escritos geométricos, algo que sobrevivirá mientras haya mentes que sigan abriéndose paso hacia el descubrimiento de la verdad matemática persiguiendo encontrar la demostración de la propia verdad. Pero allende el romanticismo que la Literatura ha impregnado a la figura de Arquímedes, interesa sobremanera a la Historia de la Ciencia y sobre todo a la Historia de la Matemática, su ingente contribución a la magnificación del acervo matemático de su época, en una triple vertiente: a) la propia ampliación de los conocimientos euclídeos, b) la consolidación del procedimiento demostrativo y c) la aplicación de una eficiente metodología nueva en el descubrimiento matemático. Al aunar el rigor intelectual con la orien-

tación natural de la intuición sensorial, Arquímedes trasciende los esquemas del idealismo platónico-euclídeo que desdeñaba las aplicaciones prácticas de la Matemática, vincula la investigación teórica de la especulación abstracta con las realizaciones técnicas nacidas de la necesidad de resolver problemas concretos y desarrolla una concepción matemático-experimental que inaugura una tradición científica que retomada por Leonardo y Galileo asienta los cimientos de la Revolución científica del siglo XVII, y más allá de ésta, crea la base primitiva de la esencia de la ciencia moderna como núcleo incipiente de nuestra civilización tecnológica. Arquímedes es uno de los egregios titanes sobre cuyo espíritu fecundo se alzaron otros gigantes para vislumbrar la senda que conduciría hacia el extraordinario progreso de nuestra época.

No debe extrañar por tanto que Arquímedes haya sido uno de los protagonistas estelares en el Congreso *Internacional de matemáticos*, celebrado en Madrid en agosto de 2006. Y lo ha sido, porque la ocasión histórica lo merecía, a través de una nueva e impresionante edición crítica, en idioma castellano, de algunas de las obras del sabio siracusano (los dos libros de *Sobre la esfera y el cilindro*, *La medida del círculo* y *La cuadratura de la parábola*) presentes en ciertos manuscritos griegos de la Biblioteca del Monasterio de El Escorial, emprendida por la Real Sociedad Matemática Española, el propio *International Congress of Mathematicians* (ICM-06) y el Patrimonio Nacional (custodio del original que se ha reproducido en facsímile). Un ejemplar de esta edición especial ha sido el regalo institucional de protocolo que la Organización del Congreso Mundial ha entregado a los conferenciantes plenarios e invitados del evento.

Según el coordinador y editor de la publicación A. Durán (2006, pág. 319):

El criterio general para la realización de la edición en castellano de esta selección de obras de Arquímedes ha sido dotarla de capacidad para evocar la dimensión y la textura histórica de la época. [...] Se pensó que lo más adecuado a la hora de escoger la obra a partir de la cual realizar la edición facsímile era utilizar un manuscrito griego con obras de Arquímedes. Mas que reproducir las obras de Arquímedes de la edición, todavía hoy canónica, de Heiberg (1910/1915), era más acorde al espíritu [del criterio adoptado] buscar un manuscrito griego apropiado, esto es, que garantizara la fidelidad a la obra arquimediana, al menos de la misma manera que queda garantizada en la edición de Heiberg. Por fortuna disponemos en España [en El Escorial] de uno de estos manuscritos.

Las obras de Arquímedes son conocidas a través de sucesivas copias de manuscritos. El más antiguo conservado es el que descubrió Heiberg en 1906, que data del siglo IX o X, y contenía *El Método*. La otra rama de la familia de manuscritos griegos de Arquímedes procede de un arquetipo desaparecido que también debe ser del siglo IX. De ella derivan numerosas

copias que permitieron conocer en griego gran parte de la obra de Arquímedes –creada por el sabio casi dos mil años antes– a los matemáticos a partir del Renacimiento. La más antigua de esas copias es de finales del siglo XV, se conserva hoy en la Biblioteca Marciana de Venecia y tiene como signatura el número CCCV. De ella procede, a su vez, el manuscrito X-I-14 de la Biblioteca del Monasterio de El Escorial del que se han tomado las obras de Arquímedes reproducidas en el facsímile.

Es imposible encontrar en toda la Geometría cuestiones más difíciles y más importantes explicadas con términos más sencillos y más comprensibles que los teoremas de la inteligencia sobrehumana de Arquímedes.

PLUTARCO. *Vidas paralelas*

El manuscrito X-I-14 pertenece al fondo griego de Diego Hurtado de Mendoza –político, diplomático y humanista, amigo de Tartaglia y autor de una traducción al castellano de la Mecánica de Aristóteles– quien lo mando copiar del manuscrito CCCV de la Biblioteca Marciana, mientras ejercía como embajador en Venecia del emperador Carlos V, entre 1539 y 1547. El manuscrito X-I-14 garantiza por su carácter la requerida fidelidad al texto arquimediano y tiene más capacidad que ningún texto impreso para evocar la cultura y matemática griegas [Durán, 2006: 320]. El estado de perfecta conservación del manuscrito, la excelente calidad de la reproducción en cuatricromía y sus dimensiones –333 mm × 230 mm– ha permitido obtener un facsímile impresionante.

Pero junto a la cualidad para evocar la obra de Arquímedes en su contexto científico y cultural, esta edición debía tener la capacidad de ser asequible al lector actual con interés en aprender directamente de los clásicos, conservando todo su sentido histórico. Y ello sin requerir los conocimientos imprescindibles de Historia de las Matemáticas para asimilar la dimensión histórica de la obra, ni los suficientes rudimentos de griego que permitan leerla en la lengua original de Arquímedes. El segundo tomo con una edición crítica intenta paliar una u otra circunstancia. Consta de dos partes: unos estudios preliminares y la traducción anotada.

Los estudios preliminares son cuatro artículos cuya finalidad es la descripción del contexto histórico, filosófico, cultural, científico y biográfico de Arquímedes y su obra. Son los siguientes:

A. Ciencia griega. Los preludios y los caminos de un saber crítico

Carlos García Gual –tal vez en la actualidad el más eximio estudioso español de la cultura clásica griega y latina– con su conocida maestría escribe una introducción histórico-cultural que cubre los tres siglos que separan la emergencia de la Filosofía y Matemática griega (siglo VI a.C.) de la época helenística (siglo III a.C) en la que vive el genio y piensa el ingenio de Arquímedes. Los puntos tratados son:

1. Ideas y creencias. Del saber del *mythos* a los progresos del *logos*
2. Los maestros de la verdad. Tras los poetas, los sabios cívicos y los filósofos
3. La teoría del conocimiento y los avances de la dialéctica, más allá de la física
4. La medicina hipocrática como ciencia práctica
5. La invención de la historia
6. Platón y la Academia
7. Aristóteles y el Liceo
8. El Museo de Alejandría y las ciencias en la época helenística.

Tuvo más ingenio Arquímedes al imitar las órbitas de la Esfera, que la naturaleza al concebirlas.

CICERÓN. *De re publica*, I.14

B. La recuperación de la obra arquimediana. Arquímedes y sus manuscritos

Con su habitual amenidad y brillante erudición, el editor y coordinador de la obra, Antonio J. Durán, narra con todo lujo de detalles y curiosidades, la fascinante historia secular –y hasta milenaria– de los manuscritos –y en particular los de El Escorial– que nos han permitido recuperar y conocer –a los grandes científicos y a nosotros– la magnífica obra de Arquímedes. Pero no sólo los manuscritos sino también las diversas traducciones y obras impresas. Los puntos tratados son:

1. Introducción a los manuscritos de Arquímedes
2. Arquímedes por tres veces
3. De Arquímedes a León el geómetra: 1000 años de soledad
4. El código A o código de Valla y sus descendientes
5. El código B y la traducción latina de Moerbecke
6. El código C o código de Heiberg

7. Ediciones impresas de las obras de Arquímedes
8. Los manuscritos de Arquímedes en El Escorial

C. Arquímedes, un sabio de leyenda

El firmante de este artículo, Pedro Miguel González Urbaneja,

*La imaginación no actúa
 menos en un geómetra que
 crea que en un poeta que
 inventa. [...] De todos los
 grandes hombres de la
 antigüedad, es acaso
 Arquímedes el que más
 merece figurar al lado de
 Homero.*

D'ALEMBERT, *Discurso preliminar de la Enciclopedia*

autor de diversos estudios sobre Arquímedes y en particular, junto con el catedrático de griego Joan Vaqué Jordi, autor de dos ediciones críticas, una en castellano (1993) y otra en catalán (1997), de *El Método* de Arquímedes, realiza un estudio biográfico del sabio, que incluye una amplia tradición legendaria, embellecida hasta la épica mitológica por la imaginación popular, sobre los episodios más o menos inverosímiles de la vida y la obra del sobrehumano Arquímedes, en relación con su brillante actividad científica y técnica, siendo las fuentes utilizadas las de grandes historiadores y literatos greco-romanos, en especial los relatores de las Guerras Púnicas, pero también la visión sobre Arquímedes de grandes escritores y científicos a partir del Renacimiento. Los puntos tratados son:

1. Arquímedes, científico, ingeniero y sabio
2. Ciencia y experiencia. Genio e ingenio al servicio de la técnica
3. La defensa de Siracusa
4. La épica muerte de Arquímedes
5. El primer epitafio científico de la historia
6. La iconografía arquimediana

D. La obra matemática de Arquímedes

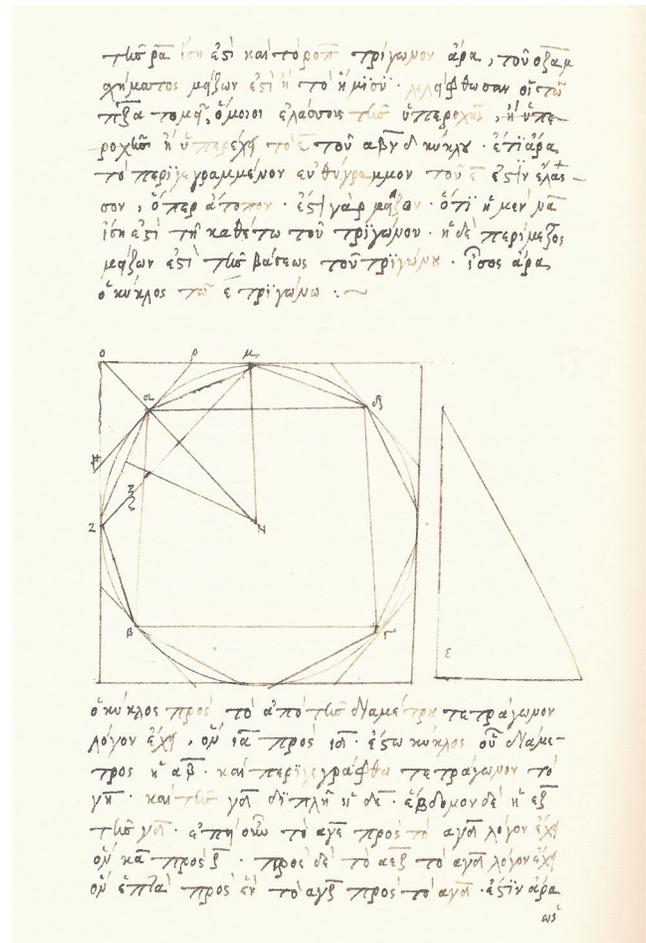
El autor de este artículo realiza también un estudio del pensamiento arquimediano a través del análisis de sus obras, su importancia y su decisiva influencia histórica en los orígenes y desarrollo del Cálculo Integral al aunar la heurística del método *mecánico de descubrimiento* con la apodíctica del *método de demostración por exhaustión*. Los puntos tratados

son:

1. El pensamiento matemático de Arquímedes. Euclidiano pero no platónico
2. Las obras fundamentales de Arquímedes
3. La personalidad matemática de Arquímedes: descubrimiento y demostración
4. El método de demostración por exhaustión
5. El método mecánico de descubrimiento
6. La influencia de Arquímedes en la génesis del Cálculo Integral

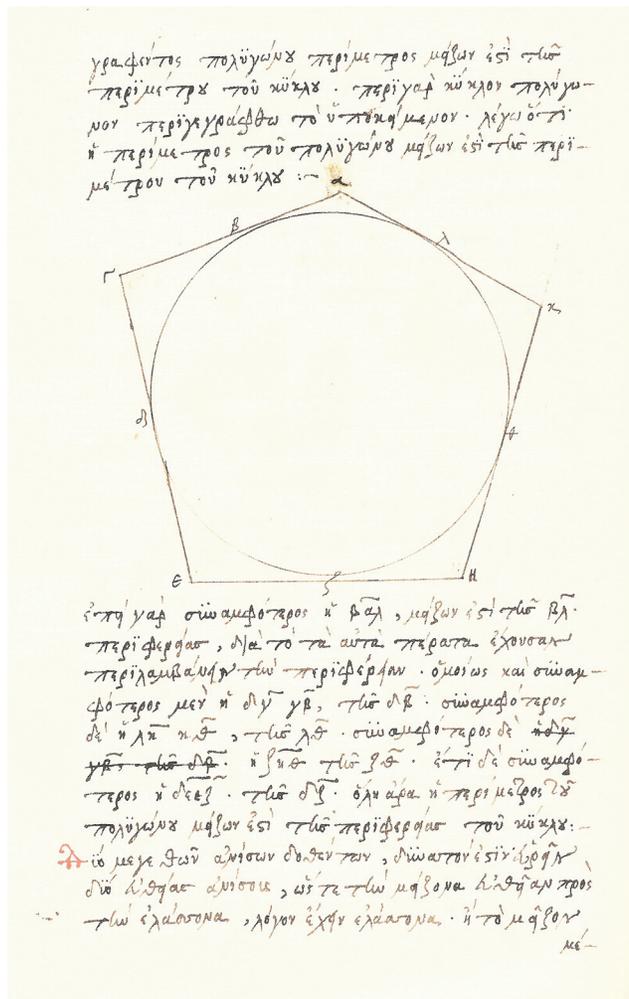
En cuanto a la traducción, digamos que para *Sobre la esfera y el cilindro* y *La medida del círculo* se ha utilizado la realizada por Paloma Ortiz para la edición de las obras de Arquímedes de la Biblioteca Clásica Gredos –dirigida por Carlos García Gual– de la que ya ha aparecido en 2005 un primer volumen, mientras que la traducción de *La cuadratura de la parábola*, así como la adaptación de la traducción de las tres obras que editamos al manuscrito X-I-14 de El Escorial se ha encargado Susana Mimblera.

Por la estructura y naturaleza de la Geometría griega, pero en especial la de Arquímedes por la parquedad de sus explica-



ciones, los dibujos geométricos son parte consustancial de los razonamientos matemáticos, por tanto son un componente esencial de la obra arquimediana, es más, como dice Durán (2006 pág. 323): *los dibujos son una especie de mapa que guía las demostraciones*. La filosofía seguida para la reproducción de cerca de 120 diagramas geométricos ha sido la fidelidad al manuscrito pero corrigiendo lo que parecían ser errores de la impericia del copista. Han sido realizados por Juan Luís Varona que también se ha encargado de la maquetación del volumen con la traducción, las notas y los estudios preliminares. En esta labor ha sido ayudado por Renato Álvarez Nodarse.

Finalmente respecto a la anotación digamos que efectúa un análisis multidisciplinar de las obras de Arquímedes. Hay tres clases de anotación, una de tipo filológico relativa a la traducción, realizada por las traductoras Paloma Ortiz y Susana Mimbrenra; otra referente a las figuras –cuyo autor es Antonio J. Durán– que puntualiza aspectos de los esquemas geométricos reproducidos en relación con los originales del manuscrito; y finalmente otra más extensa de tipo histórico, filosófico y matemático. Esta tercera anotación de gran abundancia y amplitud –realizada por el autor de este artículo– constituye un diversificado aparato crítico que pretende reflejar –con la ayuda de argumentos de numerosos comentaristas y estudiosos de Arquímedes– la trascendental significación e influencia histórica de las definiciones, demostraciones, ideas, técnicas, métodos, teoremas, problemas y resultados matemáticos de las obras arquimedianas. Salvo en ocasiones excepcionales no se ha pretendido actualizar los razonamientos geométricos de Arquímedes mediante una adaptación al lenguaje moderno de la Geometría Analítica y el Cálculo Infinitesimal –este trabajo ya está magistralmente realizado por ilustres matemáticos y profesores–, sino que se ha pretendido penetrar en el mundo puramente geométrico de la imaginación arquimediana, eso sí, desentrañando todas y cada una de las proposiciones de Euclides –que Arquímedes aplica sin mencionar de forma explícita, como dando por sabido que son el abc de toda incursión geométrica–, facilitando la comprensión de la metodología de la investigación geométrica arquimediana, en particular los procesos heurísticos del análisis y la síntesis y



las cuestiones sobre *diorismos* en torno a condiciones necesarias y suficientes, en un increíble desarrollo matemático que desplegado por Arquímedes, conjuga a la perfección la intuición del descubrimiento con el virtuosismo de la demostración ofreciendo para cada problema geométrico un nuevo y apasionante reto intelectual. ■

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DURÁN, A. (2006): “Arquímedes: una pasión griega”, *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, Vol. 9.2, pp. 317-326.
 GONZÁLEZ URBANEJA, P.M. y VAQUÉ, J. (1993): *El método relativo a los teoremas mecánicos de Arquímedes*, Edición con facsímile, Universitat Autònoma de Barcelona, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.
 GONZÁLEZ URBANEJA, P.M. y VAQUÉ, J. (1997): *Mètode d'Arquimedes sobre els teoremes mecànics dedicat a Eratòstenes*, Edición con facsímile, Fundació Bernat Metge, Barcelona.
 GONZÁLEZ URBANEJA, P.M. (1992): *Las raíces del Cálculo Infinitesimal en el siglo XVII*, Alianza Universidad. Madrid, Cap. 1, 2, 8.
 GONZÁLEZ URBANEJA, P.M. (1995): *Las Técnicas del Cálculo (en De Arquímedes a Leibniz, tras los pasos del infinito matemático, teológico, físico y cosmológico)*, 405-438, Seminario Orotava de Historia de la Ciencia, Santa Cruz de Tenerife.
 GONZÁLEZ URBANEJA, P.M. (2006): “A un siglo del descubrimiento de El Método de Arquímedes por Heiberg”, *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, Vol. 9.3, pp. 715-744.