SUMA 53
Noviembre 2006, pp.27-38

Sex ratio: los primeros contrastes de significación

El inicio del estudio de la proporción de nacimientos de niños y niñas (sex ratio) comienza en el siglo XVIII y ha ocupado a grandes matemáticos. En 1712 John Arbuthnott ya trató de explicar el hecho comprobado de que el número anual de nacimientos de niños superaba al de niñas. Esto supone el primer ejemplo de un contraste de significación y el germen de la técnica de los contrastes de hipótesis estadísticas. El objetivo de este artículo es mostrar estos inicios y reflexionar sobre su utilidad didáctica hoy.

The beginning of the study of the proportion of the births of boys and girls (sex ratio) begins in the XVIII century and it has occupied great mathematicians. In 1712 John Arbuthnott then tried to explain the proven fact that the yearly number of male births exceeds the female births. This is the first example of a test of significance and the germ of the method of testing statistical hypotheses. The aim of this article is to show these beginnings and to reflect on its didactic use today.

¡Cien millones de asiáticas desaparecidas!

Este era el titular hace unos meses de un artículo en un periódico de tirada nacional. No se trataba de víctimas del reciente maremoto o de otra catástrofe natural, como monzones, terremotos, etc., tan frecuentes, por otra parte, en ese lugar del planeta. Se trata de unas *desapariciones* evitables.

Según datos de la ONU, si se respetasen en Asia las reglas naturales de nacimientos por sexo, tendría que haber 100 millones de mujeres más de las que hay. La única explicación posible a este fenómeno es que en Asia se práctica el aborto selectivo, cuando no el infanticidio de las niñas.

El aborto selectivo es tan evidente que en muchas provincias chinas se han prohibido las ecografías en los cinco primeros meses de embarazo, ya que éstas permiten saber el sexo del bebé. Desde 1994, la ley prohíbe que los médicos informen a los progenitores sobre el sexo del feto. Esto ha dado lugar a una interesante actividad lucrativa en la práctica ilegal de ecografías a través de equipos itinerantes.

En los pueblos hindúes hay carteles donde se lee:

> Paga 500 rupias ahora (9,4 euros, el precio de la prueba de sexo del feto), y ahorra 50.000 en el futuro.

Un artículo publicado en la revista médica *The Lancet* (Jha, 2006), dio pie a numerosos titulares de prensa como estos:

India registra medio millón de abortos selectivos al año desde 1985 para evitar que nazcan niñas


Niñas sin luz

Los abortos selectivos y el infanticidio de niñas está alterando el equilibrio de género de forma alarmante en India y China

Gabriel Ruiz Garzón
Universidad de Cádiz. Cádiz
Luz-María Zapatero Magadaleno
IES Fernando Savater
Jerez de la Frontera. Cádiz

Medio millón de abortos selectivos en las últimas dos décadas supone que se han eliminado 10 millones de fetos de niñas en 20 años. Cuando lo normal es que nazcan alrededor de 960 niñas por cada mil varones, en el 2001, en la India, nacían 927 y, si ya se ha tenido una hija antes, la tasa de recién nacidas baja a 759 por cada mil varones o a 719 nacimientos de niñas por cada mil varones si los dos primeros hijos eran niñas.

El estudio de Lancet demuestra que la probabilidad de que una mujer aborte de una niña es mayor si ya han tenido hijas antes. También indica que estudios realizados en otros países, como Noruega, afirman que el sexo del segundo hijo no está condicionado por el del primogénito. Por cierto, no creemos que hubiera que haberse ido a Noruega para demostrar esa aseveración, ya que ésta es la conocida propiedad de *falta de memoria* de la distribución Geométrica.

Por razones biológicas, los niños y los hombres tienen una tasa de mortalidad superior a la de las niñas y las mujeres a lo largo de la vida. Esto hace que en la mayoría de los países haya más mujeres que hombres. Sin embargo, ocurre que en una veintena de países el porcentaje de varones es superior. Según el Fondo de Población de las Naciones Unidas existen 40 millones más de hombres que de mujeres.

La relación entre el número de hombres y de mujeres se puede medir a través de la tasa de masculinidad o sex ratio, dividiendo el número de hombres entre el de mujeres.

En China, donde desde 1970 se instituyó la política del control demográfico, las medidas se centraron en tres objetivos: retrasar la edad en que se contrae matrimonio, espaciar los nacimientos y reducir el número de hijos. Para reducir el número de hijos, se adoptó la llamada *política del hijo único*, ofreciendo mejoras salariales a las parejas que tuvieran un solo descendiente.

Esta política ha hecho que la selección en razón del sexo sea más que preocupante: nacen 120 varones por cada 100 niñas, cuando la sex–ratio normal en todo el mundo es de 103 a 108 varones por cada 100 niñas. Este desequilibrio conllevará problemas a la hora de encontrar pareja, incremento del tráfico de mujeres y de la prostitución.

El problema que subyace es, junto con el cultural, el económico. Mientras que los hombres se ven como mano de obra, no ocurre lo mismo con las mujeres, a las que además hay que dotarlas para casarlas. Cuando los padres envejecen dependen de los hijos, no de las hijas, que pasan a formar parte de la familia del marido.

En países donde se carece de un sistema de Seguridad Social y de pensiones, los hijos varones son el *seguro de una buena vejez*. Otra práctica habitual es dejar la niña en adopción. Miles son adoptadas cada año por familias extranjeras, muchas de ellas españolas.

Antecedentes históricos

Arbuthnott

Pero la preocupación por la proporción de niños y niñas data del siglo XVIII. Su punto de partida se puede fijar en un artículo de John Arbuthnott de 1712, publicado en la *Philosophical Transactions* titulado “Un argumento a favor de la Divina Providencia, tomado de la regularidad constante observada en los nacimientos de ambos sexos” (ver página siguiente).

Arbuthnott fue médico de la Reina Ana de Inglaterra desde 1709 hasta su muerte en 1714. En su vida fue amigo de grandes músicos como Handel o de escritores como Jonathan Swift, autor de *Los viajes de Gulliver*. Fue el creador del personaje John Bull, que viene a ser el equivalente inglés del llamado tío Sam americano. También fue miembro de la Royal Society y aficionado a la matemática. Arbuthnott tradujo y comentó en 1692 el tratado de Christian Huygens *Ratiociniss in Alae Ludo* (1657). Lo vendió bajo el título *Of the Laws of Chance* como un manual para jugadores y no como un libro de matemáticas, (una buena estrategia de Marketing), lo que le reportó grandes beneficios.

Que los estadísticos vivimos de los datos, es una realidad incuestionable. No sería hasta el siglo XVIII, cuando se pudo contar con datos de los registros parroquiales, donde quedaban reflejados bautismos (natalidad) y defunciones (mortalidad). Basándose en el número anual de varones y niñas bautizados en Londres a lo largo de 82 años, de 1629 a 1710, Arbuthnott observa que en todos los años el número de varones bautizados supera al de niñas e intenta dar una explicación a tal hecho. Aunque al final opte por explicar tal regularidad por la intervención Divina, en su artículo existen algunos razonamientos estadísticos interesantes.

John Arbuthnot

II. An Argument for Divine Providence, taken from the Constant Regularity observed in the Births of both Sexes. By Dr. John Arbuthnot, *Physician in Ordinary to her Majesty, and Fellow of the College of Physicians and the Royal Society.* [1]

AMONG innumerable Footsteps of Divine Providence to be found in the Works of Nature, there is a very remarkable one in the exact Ballance that is maintained between the Numbers of Men and Women; for by this means it is provided, that the Species may never fail, nor perish, since every Male may have its Female, and of a proportional Age. This Equality of Males and Females is not the Effect of chance but Divine Providence, working for a good End, which I thus demonstrate :

Let there be a Die of Two sides, M and F, which denote Cross and Pile), now to find all the Chances of any determinate Number of such Dice, let the Binome $\mathrm{M} + \mathrm{F}$ be raised to the Power, whose Exponent is the Number of Dice given; the Coefficients of the Terms will show all the Chances sought. For Example, in Two Dice of Two sides, $\mathrm{M} + \mathrm{F}$ the chances are $\mathrm{M}^2 + 2\mathrm{MF} + \mathrm{F}^2$, that is One Chance for M double, One for F double, and Two for M single and F single; in Four such Dice there are Chances $\mathrm{M}^4 + 4\mathrm{M}^3\mathrm{F} + 6\mathrm{M}^2\mathrm{F}^2 + 4\mathrm{MF}^3 + \mathrm{F}^4$; that is, One Chance for M quadruple, One for F quadruple, Four for triple M and single F,Four for single M and triple F. and Six for M double: and F double: and universally,: if the Number of Dice be n, all their Chances will be expressed in this Series,
$\mathrm{M}^n + \frac{\mathrm{n}}{1} \times \mathrm{M}^{\mathrm{n}-1}\mathrm{F} + \frac{\mathrm{n}}{1} \times \frac{\mathrm{n}-1}{2} \times \mathrm{M}^{\mathrm{n}-2}\mathrm{F}^2 + \frac{\mathrm{n}}{1} \times \frac{\mathrm{n}-1}{2} \times \frac{\mathrm{n}-2}{3} \times \mathrm{M}^{\mathrm{n}-2}\mathrm{F}^2 +, \&c.$
It appears. plainly, that when the Number of Dice is even, there are as many M's as F's, in the middle Term of this Series, and in all the other Terms there are most M's or most F's.

If therefore a Man undertake, with an even Number of Dice, to throw as many M's as F's, he has all the Terms but the middle Term against him; and his lot is the Sum of all the Chances, as the coefficient of the middle Term, is to the power of 2 raised to an exponent equal to the number of Dice: so in Two Dice, his Lot is $\frac{2}{4}$ or $\frac{1}{2}$, in Three Dice $\frac{6}{16}$ or $\frac{3}{8}$, in Six Dice $\frac{20}{64}$ or $\frac{5}{16}$, in Eight Dice $\frac{70}{256}$ or $\frac{35}{128}$, &c.

To find this middle Term in any given Power or Number of Dice, continue the Series $\frac{\mathrm{n}}{1} \times \frac{\mathrm{n}-1}{2} \times \frac{\mathrm{n}-2}{3}$, &c. till the number of terms are equal to $\frac{1}{2}$n. For Example, the coefficient of the middle Term of the tenth Power $\frac{10}{1} \times \frac{9}{2} \times 83 \times \frac{7}{4} \times \frac{6}{5} = 252$, the tenth Power of Two is 1024, if therefore A undertake to throw with Ten Dice in one throw an equal Number of M's and F's, he has 252 chances out of 1024 for him, that is his Lot is $\frac{259}{1024}$ or $\frac{63}{256}$, which is less than $\frac{1}{2}$.

It will be easy by the help of Logarithms, to extend this Calculation to a very great Number, but that is not my present Design. It is visible from what has been said, that with a very great Number of Dice, A's Lot would become very small; and consequently (supposing M to denote Male and F Female) that in the vast Number of Mortals, where would be but a small part of all the possible Chances, for its happening at any assignable time, that an equal Number of Males and Females should be born.

It is indeed to be confessed that this Equality of Males and Females is not Mathematical but Physical, which alters much the foregoing Calculation; for in this Case

[1]From: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* **27** (1710), 186–190, reprinted in M G Kendall and R L Plackett (eds), *Studies in the History of Statistics and Probability Volume II*, High Wycombe: Griffin 1977, pp. 30–34.

Arbuthnott considera cada nacimiento equiparable al lanzamiento de una moneda legal, una de cuyas caras estará marcada como M = varón y la otra como F = niña. Si consideramos n nacimientos, es decir, n lanzamientos de la moneda, al desarrollar el binomio $(M + F)^n$, sus coeficientes binomiales nos dan el número de casos favorables conteniendo k varones y $(n – k)$ niñas de los resultados de esas n tiradas. Y por tanto, el coeficiente de M^kF^{n-k} dividido por 2^n, es la probabilidad de obtener k varones y $(n – k)$ niñas. A medida que crece el número de lanzamientos, los coeficientes de cualquier término se hacen más pequeños y, por tanto, al tirar un número grande de veces la moneda, la probabilidad de obtener un número igual de M que de F es muy pequeña. En palabras de Arbuthnott (1712):

> En el vasto número de los mortales, habría una pequeña parte de todas las alternativas posibles, de que ocurriese, en cualquier momento dado, que hubiesen nacido un número igual de niños que de niñas.

Arbuthnott realiza un segundo cálculo ligado al germen de los contrastes de significación. Supongamos que queremos contrastar la hipótesis nula de que la probabilidad de nacer varón o niña fuera la misma, es decir, que es el azar el que rige el sexo en el nacimiento, contra el que no sea así, sino que sea Dios el regidor de tal hecho. En notación matemática se trataría de contrastar la siguiente hipótesis estadística:

H_0: p = ½ (Determinación al azar del sexo en el nacimiento)
H_1: p > ½ (Debido a la Divina Providencia)

Arbuthnott descarta que sea el azar el culpable del sexo en el nacimiento y echa mano de la intervención Divina para explicar que nazcan más varones que niñas.

¿Cuál sería el nivel de significación? Bajo la hipótesis nula, la probabilidad de que en cualquier año dado, naciesen más varones qué niñas, esperamos que fuera casi exactamente ½.

Pero los registros de bautizados de esos 82 años dan siempre un número de nacimientos de varones superior al de niñas. Luego, la probabilidad de que se dé ese suceso es

$$\mathrm{P}\left[M > F / H_0\right] = (1/2)^{82} = \frac{1}{48360000000000000000000}$$

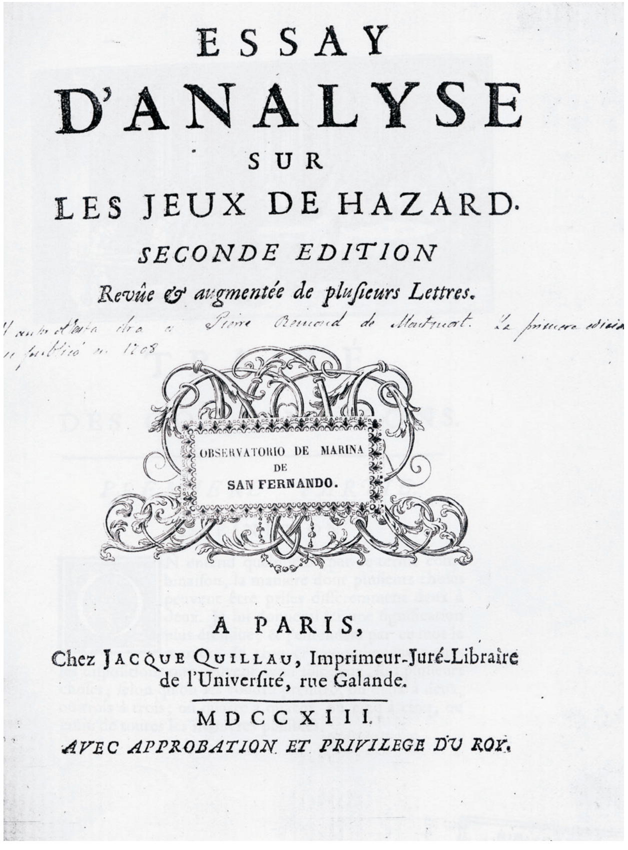
El hecho de que esta probabilidad sea infinitesimal y que la preponderancia en el nacimiento de varones ocurra *durante años y años y no sólo en Londres, sino en todo el mundo*, según Arbuthnott (1712), hace que rechacemos la hipótesis nula, que Arbuthnott descarte que sea el azar el culpable de tal regularidad y que eche mano de la intervención Divina para explicar que nazcan más varones que niñas, al objeto de compensar la tasa de mortalidad más alta de los hombres adultos.

El artículo de Arbuthnott acaba con un alegato en contra de la poligamia ya que acrecentaría el desequilibrio ya existente de la sex ratio y dificultaría la búsqueda de pareja. Razonamientos metafísicos al margen, este artículo marca el inicio de la técnica de los contrastes de significación.

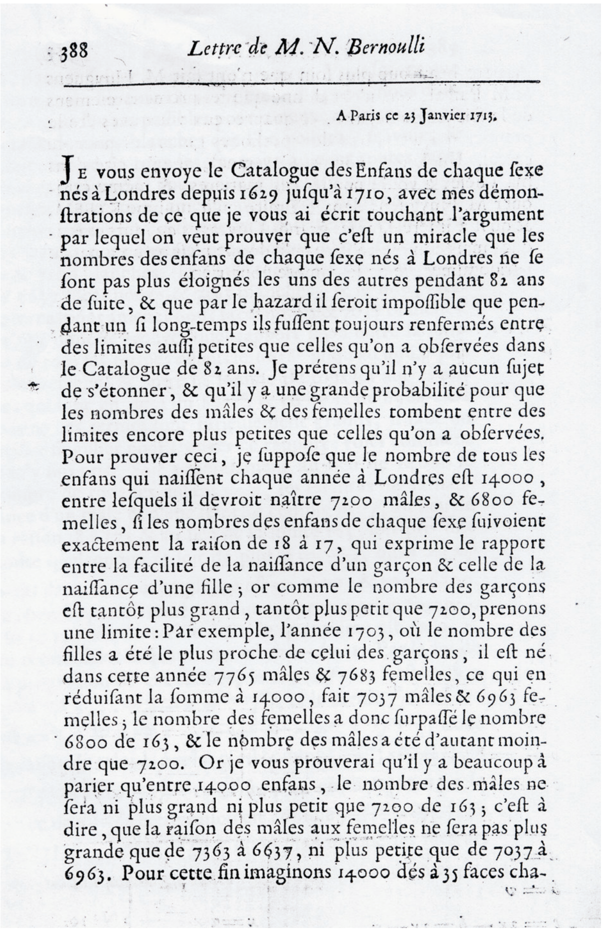
Los Bernoulli

Nicolás Bernoulli tuvo como tío a Jacques Bernoulli y como primo a Daniel Bernoulli, entre otros científicos importantes de la familia Bernoulli.

Aunque Nicolás fue un gran matemático, publicó poco. Muchos de sus hallazgos se encuentran en las casi 500 cartas que se conservan de su correspondencia con matemáticos de la época. Fue el caso de Pierre Rémond de Montmort, noble francés y matemático aficionado, que para dar cierto prestigio a la segunda edición de su *Essay* (Montmort, 1713), reproduce la relación epistolar que mantuvo con Nicolás Bernoulli.


ESSAY
D'ANALYSE
SUR
LES JEUX DE HAZARD.
SECONDE EDITION
Revûe & augmentée de plusieurs Lettres.
OBSERVATORIO DE MARINA DE SAN FERNANDO.
A PARIS,
Chez JACQUE QUILLAU, Imprimeur-Juré-Libraire de l'Université, rue Galande.
MDCCXIII.
AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.

En una de estas cartas es donde Nicolás le propone a Montmort la siguiente explicación de la preponderancia del nacimiento de varones.


388 *Lettre de M. N. Bernoulli*

A Paris ce 23 Janvier 1713.

Je vous envoye le Catalogue des Enfans de chaque ſexe nés à Londres depuis 1629 juſqu'à 1710, avec mes démonſtrations de ce que je vous ai écrit touchant l'argument par lequel on veut prouver que c'eſt un miracle que les nombres des enfans de chaque ſexe nés à Londres ne ſe ſont pas plus éloignés les uns des autres pendant 82 ans de ſuite, & que par le hazard il ſeroit impoſſible que pendant un ſi long-temps ils fuſſent toujours renfermés entre des limites auſſi petites que celles qu'on a obſervées dans le Catalogue de 82 ans. Je prétens qu'il n'y a aucun ſujet de s'étonner, & qu'il y a une grande probabilité pour que les nombres des mâles & des femelles tombent entre des limites encore plus petites que celles qu'on a obſervées. Pour prouver ceci, je ſuppoſe que le nombre de tous les enfans qui naiſſent chaque année à Londres eſt 14000, entre leſquels il devroit naître 7200 mâles, & 6800 femelles, ſi les nombres des enfans de chaque ſexe ſuivoient exactement la raiſon de 18 à 17, qui exprime le rapport entre la facilité de la naiſſance d'un garçon & celle de la naiſſance d'une fille; or comme le nombre des garçons eſt tantôt plus grand, tantôt plus petit que 7200, prenons une limite: Par exemple, l'année 1703, où le nombre des filles a été le plus proche de celui des garçons, il eſt né dans cette année 7765 mâles & 7683 femelles, ce qui en réduiſant la ſomme à 14000, fait 7037 mâles & 6963 femelles; le nombre des femelles a donc ſurpaſſé le nombre 6800 de 163, & le nombre des mâles a été d'autant moindre que 7200. Or je vous prouverai qu'il y a beaucoup à parier qu'entre 14000 enfans, le nombre des mâles ne ſera ni plus grand ni plus petit que 7200 de 163; c'eſt à dire, que la raiſon des mâles aux femelles ne ſera pas plus grande que de 7363 à 6637, ni plus petite que de 7037 à 6963. Pour cette fin imaginons 14000 dés à 35 faces cha-

Por m_i y f_i, $i = 1, 2, ..., 82$ denotaremos el número anual de nacimientos de varones y niñas respectivamente, y sea

$$n_i = m_i + f_i \text{ y } h_i = m_i / n_i.$$

Nicolás calcula la frecuencia relativa de nacimientos de varones para el total del período estudiado:

$$h = \frac{\sum m_i}{\sum n_i} = \frac{484.382}{938.223} = 0{,}5163$$

sirviendo ese dato de estimación de la probabilidad de nacer varón.

Seguidamente compara la distribución de los datos con la distribución Binomial para determinar cuando la variación puede ser explicada por el modelo.

Nicolás calcula el número de varones nacidos suponiendo un número constante de nacimientos de n = 14.000. Prueba que los 82 valores de x_i = 14.000 h_i pueden ser considerados observaciones de una distribución Binomial y toma como probabilidad de nacer varón p = 14/35 = 0,5143, con lo que el número esperado de nacimientos masculinos es de 7.200, con un valor x_{min} = 7.037 y x_{max} = 7.363.

A través de unos cálculos algo complicados encuentra que la probabilidad de que una observación caiga dentro de un intervalo que cubra la mayor parte de distribución observada es

$$P(7.037 \leq x \leq 7.363) > 0{,}9776$$

Fuera de ese intervalo (7.037, 7.363), quedan 11 observaciones más grandes que el límite superior del intervalo, pero Nicolás Bernoulli encontrará que la probabilidad de encontrar a lo sumo 10 outliers en esos 82 datos es de 0,9956, es decir, es un hecho muy probable.

Todo lo cual llevará a comentar a Nicolás Bernoulli en su carta lo siguiente (Montmort, 1713):

> Hay una gran probabilidad de que el número de niños y niñas caigan dentro de esos límites que son muy cercanos a los observados.

Nicolás Bernoulli obviaba la intervención Divina en la regularidad de la sex ratio y solucionaba el problema propugnando (Montmort, 1713):

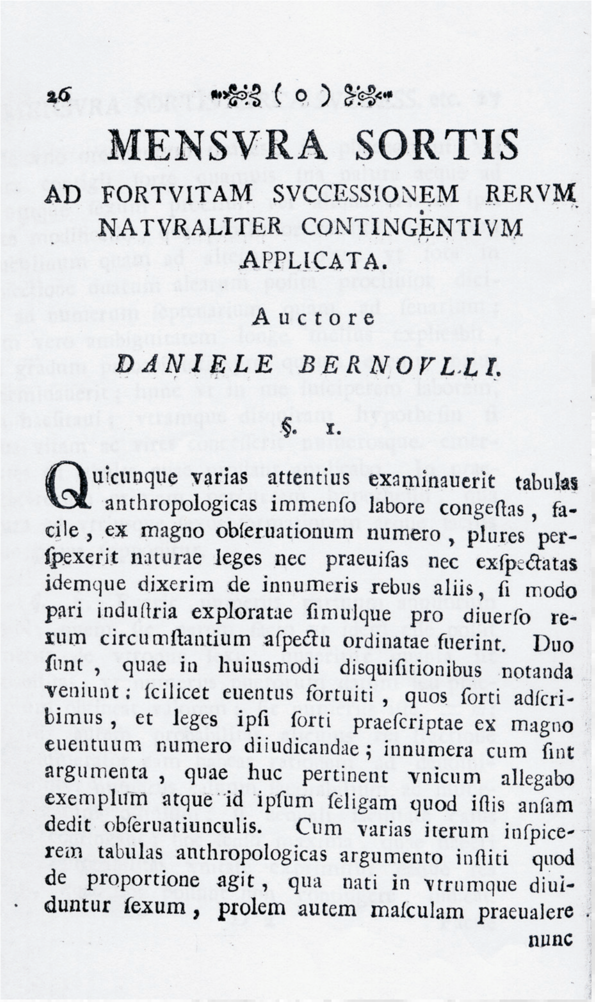
> Arrójense 14.000 dados, cada uno de 35 caras, 18 blancas y 17 negras, y las posibilidades serán muy grandes, ciertamente, de que el número de caras negras y blancas se aproximen tanto o más entre sí, que el número de niños y niñas en los registros.

Luego la regularidad de la sex ratio puede ser explicada por una Binomial con una probabilidad de nacer varón de p=18/35. Este es el primer ejemplo de ajuste a los datos de una Binomial.

Otro miembro de la saga de los Bernoulli, Daniel Bernoulli, escribe un artículo en dos partes (Bernoulli, D. 1770–1771), donde obtiene la función de densidad de la normal como aproximación a la Binomial y sus aplicaciones al análisis de las variaciones de proporción de nacimientos de niños y niñas.

Estudia la sex ratio en Londres entre 1664 y 1758, cifrándola para todos esos años en 737.629/698.958=1,055.

Mirando las proporciones para cada década, Daniel Bernoulli observa que el mínimo ocurre en la década de 1721 a 1730, quedando la sex ratio en sólo un 92.813/89.217=1,040.



26 (o)

MENSVRA SORTIS

AD FORTVITAM SVCCESSIONEM RERVM NATVRALITER CONTINGENTIVM APPLICATA.

Auctore

DANIELE BERNOVLLI.

§. I.

Quicunque varias attentius examinauerit tabulas anthropologicas immenſo labore congeſtas, facile, ex magno obſeruationum numero, plures perſpexerit naturae leges nec praeuiſas nec exſpectatas idemque dixerim de innumeris rebus aliis, ſi modo pari induſtria exploratae ſimulque pro diuerſo rerum circumſtantium aſpectu ordinatae fuerint. Duo ſunt, quae in huiusmodi disquiſitionibus notanda veniunt: ſcilicet euentus fortuiti, quos ſorti adſcribimus, et leges ipſi ſorti praeſcriptae ex magno euentuum numero diiudicandae; innumera cum ſint argumenta, quae huc pertinent vnicum allegabo exemplum atque id ipſum ſeligam quod iſtis anſam dedit obſeruatiunculis. Cum varias iterum inſpicerem tabulas anthropologicas argumento inſtiti quod de proportione agit, qua nati in vtrumque diuiduntur ſexum, prolem autem maſculam praeualere nunc

Centrándose en esa década y buscando una explicación al citado mínimo, Daniel estudia las desviaciones entre los datos observados y esperados bajo dos hipótesis de probabilidad de nacer varón,

$$p_0 = \frac{1055}{2055} = 0{,}5133 \text{ y } p_1 = \frac{1040}{2040} = 0{,}5098$$

Daniel se da cuenta que las desviaciones deberían ser simétricamente distribuidas alrededor del cero y que la mitad de las desviaciones deberían ser menores que el error probable cuando los datos se distribuyen binomialmente (Bernoulli indica una desviación menor que el error probable con *NB*).

Mirando los resultados de la tabla (parte inferior de la página), vemos como el signo + prevalece con la hipótesis p_0 y el signo – con la hipótesis p_1, sacando como conclusión que la probabilidad de nacer varón es menor que 0,5133.

Estaríamos, por tanto, ante un primer test de los signos. Luego, nuevamente, los datos sobre la proporción de nacimientos de niños y niñas nos llevan al inicio de los contrastes.

Daniel llegó a ser un matemático muy conocido en vida. Ganó hasta en 10 ocasiones el premio de la Academia sobre diversos temas: magnetismo, forma de los barcos, sobre las mareas, etc.). En ocasiones los premios los compartiría con su padre John, hecho que le conllevaría la enemistad paterna.

A Daniel le gustaba contar la siguiente anécdota que un día le sucedió y que probaba la fama de la que disfrutó en vida.

> En cierto viaje entabló conversación con un personaje ilustrado y versado en las Ciencias. Conforme la conversación se fue sucediendo, a este personaje le entraron ganas de saber quién era su joven acompañante. “¡Yo soy Daniel Bernoulli!”, respondió él, “¡Y yo, Isaac Newton!”, replicó el desconocido, convencido de que le estaba engañando.

Año	x=n.º de varones	n=n.º de bautizados	np_0	$np_0 - x$	np_1	$np_1 - x$
1721	9430	18370	9431	+1 NB	9365	–65
1722	9325	18339	9414	+89	9349	+24 nb
1723	9811	19203	9858	+47 NB	9790	–21 NB
1724	9902	19370	9944	+42 NB	9875	–27 NB
1725	9661	18859	9682	+21 NB	9614	–47 NB
1726	9605	18808	9655	+50	9588	–17 NB
1727	9241	18252	9370	+129	9305	+64
1728	8497	16652	8548	+51	8489	–8 NB
1729	8736	17060	8758	+22 NB	8697	–39 NB
1730	8606	17118	8788	+182	8727	+121

Daniel Bernoulli

de nacer varón, su objetivo se centra en efectuar el siguiente contraste

$$H_0 : \vartheta \leq \frac{1}{2}$$
$$H_1 : \vartheta > \frac{1}{2}$$

para lo cual, utilizando muestras grandes, calculando

$$\mathrm{P}\left(\vartheta \leq \frac{1}{2}\right) = 1{,}1521 x 10^{-42}$$

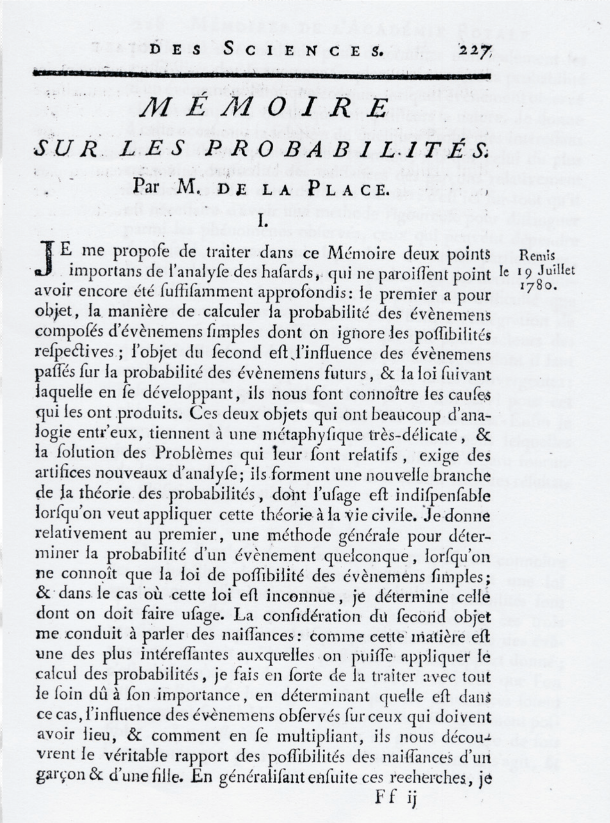
concluye (*Laplace*, 1781) que

> Uno puede observar que es igualmente cierto como otra verdad moral que la diferencia observada en París entre los nacimientos de varones y niñas es debido a una mayor probabilidad del nacimiento de varones.

Laplace

El matemático francés Pierre Simon Laplace estudia el número anual de nacimientos en París durante el período 1745–1770 (*Laplace*, 1781) y obtiene que la frecuencia relativa de nacer varón era de h=251.271/493.472=0,509709.

Pierre Simon Laplace.
En la imagen de fondo aparece Laplace modificado por ordenador utilizando el operador Laplaciano



DES SCIENCES. 227

MÉMOIRE
SUR LES PROBABILITÉS.
Par M. DE LA PLACE.

I.

JE me propoſe de traiter dans ce Mémoire deux points importans de l'analyſe des haſards, qui ne paroiſſent point avoir encore été ſuffiſamment approfondis: le premier a pour objet, la manière de calculer la probabilité des évènemens compoſés d'évènemens ſimples dont on ignore les poſſibilités reſpectives; l'objet du ſecond eſt l'influence des évènemens paſſés ſur la probabilité des évènemens futurs, & la loi ſuivant laquelle en ſe développant, ils nous font connoître les cauſes qui les ont produits. Ces deux objets qui ont beaucoup d'analogie entr'eux, tiennent à une métaphyſique très-délicate, & la ſolution des Problèmes qui leur ſont relatifs, exige des artifices nouveaux d'analyſe; ils forment une nouvelle branche de la théorie des probabilités, dont l'uſage eſt indiſpenſable lorſqu'on veut appliquer cette théorie à la vie civile. Je donne relativement au premier, une méthode générale pour déterminer la probabilité d'un évènement quelconque, lorſqu'on ne connoît que la loi de poſſibilité des évènemens ſimples; & dans le cas où cette loi eſt inconnue, je détermine celle dont on doit faire uſage. La conſidération du ſecond objet me conduit à parler des naiſſances: comme cette matière eſt une des plus intéreſſantes auxquelles on puiſſe appliquer le calcul des probabilités, je fais en ſorte de la traiter avec tout le ſoin dû à ſon importance, en déterminant quelle eſt dans ce cas, l'influence des évènemens obſervés ſur ceux qui doivent avoir lieu, & comment en ſe multipliant, ils nous découvrent le véritable rapport des poſſibilités des naiſſances d'un garçon & d'une fille. En généraliſant enſuite ces recherches, je Remis le 19 Juillet 1780.

Ff ij

Aunque en pueblos pequeños de Francia y, durante cuatro o cinco años, el número de niñas supera al número de varones, trabajando con muestras grandes, argumenta que tanto en París como en Londres nacen más varones que niñas cada año, sin embargo, esta diferencia no es muy grande. Para dirimir la cuestión de si esa preponderancia de varones es debida al azar o es favorecida por la naturaleza, llamando ϑ a la probabilidad

Posteriormente compara las probabilidades de los nacimientos de varones en Paris y Londres. Sus datos son que en París entre 1745–1770 la frecuencia relativa de nacimientos de varones fue de h_p = 251.527/493.472 = 0,509709, mientras que en Londres, entre 1664–1757, la frecuencia relativa de nacimientos de varones fue de h_L =737.629/1.436.587=0,513459.

Si ϑ_P y ϑ_L son las probabilidades del nacimiento de un varón en París y Londres respectivamente, su idea es contrastar

$$H_0: \vartheta_L \leq \vartheta_P$$
$$H_1: \vartheta_L > \vartheta_P$$

A partir de la comparación de dos distribuciones Beta obtiene la probabilidad de que

$$p(\vartheta_L \leq \vartheta_P) = 0{,}0000024363$$

concluyendo que:

> Uno puede apostar cuatrocientos mil a uno a que el número de nacimientos de varones es más fácil en Londres que en París.

Laplace no aprecia diferencias significativas entre la probabilidad de un nacimiento de un varón en lugares tan distantes como San Petersburgo o Londres.

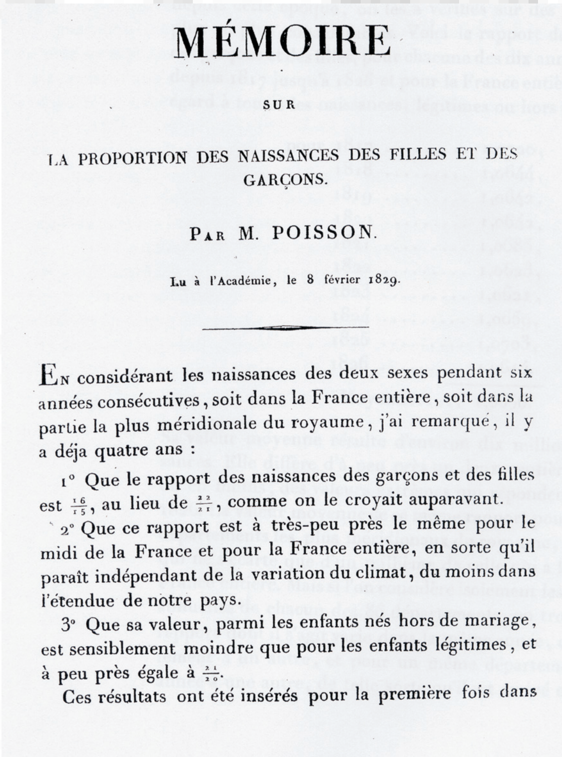
Posteriormente, Laplace achacará ese resultado a que los campesinos entregaban para su acogimiento más niñas que varones en los hospicios en París y que este dato viciaba los resultados. La proporción de varones nacidos en París estaría, por tanto, infravalorada y una vez tenido en cuenta estos datos, se podría apostar 103 a 1 a que la probabilidad de que se dé un nacimiento varón en Londres sea mayor que en París, comparada con la apuesta previa de 328.268 a 1.

Dividiendo las observaciones en nacimientos dentro y fuera del matrimonio, encuentra que la frecuencia relativa de varones para los nacimientos que hay fuera del matrimonio es de h_F=200.494/391.192 = 0,512521 y para los que se producían dentro es de h_D =1.761.867/5.353.166=0,515932, lo que le lleva a inferir que la probabilidad de nacer varón es menor fuera del matrimonio que dentro.

Sin embargo, Laplace no aprecia diferencias significativas entre la probabilidad de un nacimiento de un varón en lugares tan distantes como San Petersburgo o Londres, acercándose ésta a 0,5135, concluyendo que el clima no influye en esa probabilidad.

Poisson

Poisson también se ocupará del tema de la proporción de nacimientos de niños y niñas en una memoria (Poisson, 1830), además de observar que la aproximación normal no se cumple si p tiende a cero y np es finito, y de obtener la distribución que lleva su nombre.



MÉMOIRE

SUR

LA PROPORTION DES NAISSANCES DES FILLES ET DES GARÇONS.

PAR M. POISSON.

Lu à l'Académie, le 8 février 1829.

En considérant les naissances des deux sexes pendant six années consécutives, soit dans la France entière, soit dans la partie la plus méridionale du royaume, j'ai remarqué, il y a déja quatre ans :

1° Que le rapport des naissances des garçons et des filles est $\frac{16}{15}$, au lieu de $\frac{22}{21}$, comme on le croyait auparavant.

2° Que ce rapport est à très-peu près le même pour le midi de la France et pour la France entière, en sorte qu'il paraît indépendant de la variation du climat, du moins dans l'étendue de notre pays.

3° Que sa valeur, parmi les enfants nés hors de mariage, est sensiblement moindre que pour les enfants légitimes, et à peu près égale à $\frac{21}{20}$.

Ces résultats ont été insérés pour la première fois dans

La proporción de nacimientos de niños y niñas le da pie a formular la llamada *Ley de los Grandes Números*, ya que podemos observar que la probabilidad de nacer varón varía levemente de un período a otro o de una región a otra, pero la estabilidad observada en la agregación de números se corresponde con la media de esas probabilidades.

Con las sex ratio de la década de 1817 a 1826:

1,0720; 1,0644; 1,0642; 1,0642; 1,0685;
1,0623; 1,0621; 1,0659; 1,0703; 1,0614

investiga la estabilidad de éstas a partir de la frecuencia relativa del nacimiento de varones para todo el período:

$$h = \frac{4981566}{9656135} = 0{,}5159$$

que se corresponde con una sex ratio de 1,0656.

Encuentra, con una probabilidad cercana a la unidad, que las 10 sex ratio se hallan dentro de los límites

$$1{,}0656\ (1 \pm 0{,}0091) = (1{,}0565,\ 1{,}0747),$$

es decir, obtiene un alto grado de estabilidad de las sex ratio a través del tiempo.

Dicha estabilidad también se manifiesta sobre todas las regiones. Llamando h_i a la frecuencia relativa de nacimientos de varones sobre el número anual de nacimientos en una región de tamaño medio, obtiene que

$$P(h_1 < \frac{1}{2}) = 0{,}000251$$

Luego la probabilidad de que el número de nacimientos femeninos exceda del de masculinos en una región es muy pequeña. Obtiene una sex ratio de 16/15 para cualquier región de Francia, independientemente de sus condiciones climáticas, y que dicha sex ratio se reduce a 21/20 para varones nacidos fuera del matrimonio.

Por tanto, con todos estos resultados establece lo que él llama *la ley de los grandes números*, que garantiza la estabilidad de las frecuencias relativas y las medias aritméticas de un gran número de observaciones de un mismo fenómeno, que se realiza en idénticas circunstancias.

Siméon Denis Poisson

Actividades

Proponemos con estas actividades desarrollar y afianzar al mismo tiempo, conocimientos tanto de Geografía como de Matemáticas, apostando por la transversalidad y por el tratamiento al unísono de un mismo tema desde diversas áreas.

Nivel: 2.º de Bachillerato de Ciencias Sociales.

Áreas: Geografía (Bloque dedicado a la Ocupación y Poblamiento, Tema: La Población Española) y Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II (Bloque dedicado a la Estadística y la Probabilidad, Temas: Inferencia Estadística: Estimación y contrastes de hipótesis).

Tiempo sugerido: Dos clases.

Con esta propuesta de actividades los alumnos y alumnas serán capaces de comprender los datos que aportan las noticias, reconociendo los problemas demográficos de China e India, valorar las condiciones de vida de la mujer en esos países, estableciendo una comparación con las condiciones de vida de la mujer en la España actual, interpretar y analizar datos de geografía humana y económica, aportados por las fuentes sugeridas, sintetizar y expresar gráficamente, con pirámides, la situación de la población en España, China y la India, describir y comentar distintos tipos de pirámides de edades, hallar intervalos característicos para una proporción en poblaciones concretas y para muestras de tamaño determinado, estimar, mediante un intervalo, el valor de la proporción, p, de individuos con una característica de la población a partir de una muestra, efectuar hipótesis estadísticas sobre el valor de p y contrastarlas a partir de los resultados de una muestra.

Actividad I

Las dos siguientes imágenes se corresponden, por un lado con todos los hombres y niños, y por otro con todas las mujeres y niñas, del pueblo hindú de Kandarkulamickan.

- Expresa tu opinión, de manera razonada, sobre la proporción de sexos en ese pueblo hindú.
- Valora sus consecuencias demográficas.

Observa el siguiente recorte de prensa

> **Poligamia por la patria**
> Políticos rusos defienden que se permita tener varias esposas para resolver la crisis demográfica

- ¿Cuál es la causa de que dirigentes rusos de la región de Chechenia aboguen por la poligamia?
- ¿La situación de Chechenia es la misma que la de la India o China?
- ¿Qué acontecimientos han provocado la situación de crisis demográfica en Chechenia? Razona tu respuesta.

La siguiente tabla muestra la sex ratio de 10 años del último siglo en la provincia de Cádiz (datos del Instituto de Estadística de Andalucía IEA, 1999).

Año	N.º de varones	N.º de niñas	Total de nacimientos	*Sex ratio*	Prob. de nacer varón
1900	8403	7931	16334	1,0595	0,5144
1910	8252	7632	15884	1,0812	0,5195
1920	8405	7945	16350	1,0578	0,5140
1930	9143	8455	17598	1,0813	0,5195
1940	9253	8635	17888	1,0715	0,5172
1950	7969	7697	15666	1,0353	0,5086
1960	11180	10359	21539	1,0792	0,5190
1970	11506	11019	22525	1,0441	0,5108
1980	10601	9731	20332	1,0894	0,5213
1990	7753	7148	14901	1,0846	0,5203

- ¿Ha sido siempre una constante el mayor número de nacimientos de varones que de niñas? Razona tu respuesta.
- Compara la sex ratio de Cádiz a lo largo del siglo XX con el valor de la sex ratio de China (1,20 en el año 2000) y explica las diferencias en el rol social de la mujer en España y en China o la India.
- Tomando el dato de Cádiz del año 1990 como probabilidad de que un bebé sea varón. Si en la maternidad de una clínica de Jerez de la Frontera nacieron 184 bebés:
  – ¿Cómo se distribuye la proporción de bebés varones en muestras de 184 bebés?
  – ¿Cuál es la probabilidad de que haya 100 varones o más?
  – Halla el intervalo característico correspondiente al 95% para la proporción de varones en muestras de 184 bebés.

- Se quiere estimar la proporción de bebés varones nacidos en toda Andalucía. Para ello se toma como muestra los 14.901 nacimientos en Cádiz en 1990, encontrándose en ella que 7.753 son varones.
  – Hallar un intervalo de confianza al 95% para estimar la proporción de bebés varones nacidos en toda Andalucía.
  – ¿Cuál es el error máximo admisible para la estimación de la anterior proporción?
  – ¿Qué medida sugieres para hacer mayor la amplitud del intervalo de estimación?
  – Contrasta la hipótesis de que la probabilidad de que un bebé sea varón sea exactamente de 0,53 al 90% de confianza, utilizando las técnicas de los contrastes y la de los intervalos de confianza.
  – ¿Se podría afirmar utilizando la técnica de los contrastes y con un nivel de significación del 10% que la proporción de bebés varones es de, cómo mucho, un 51%?
  – Realiza el contraste anterior utilizando la técnica del *p*-valor.

- Compara tu resultado con el obtenido por Laplace, contrastando la hipótesis de que:

$$H_0 : \vartheta \leq 1/2$$

llamando ϑ a la probabilidad de nacer varón y sabiendo que la frecuencia relativa de nacer varón entre 1745–1770 en Francia era de

$$h = \frac{251.271}{493.472} = 0{,}509709.$$

Actividad II

El siguiente cuadro nos da la población de derecho por grupos de edad y sexo de España y China en el año 2000 (Fuente: Oficina del Censo de los Estados Unidos).

Años	Hombres España	Mujeres España	Hombres China	Mujeres China
0–4	954.975	898.054	50.347.791	44.127.709
5–9	994.106	934.186	54.449.328	48.918.724
10–14	1.069.300	1.011.459	65.228.382	59.998.627
15–19	1.313.588	1.246.485	53.193.649	49.749.964
20–24	1.646.923	1.577.848	49.185.604	46.472.592
25–29	1.740.129	1.675.869	60.842.001	57.617.153
30–34	1.680.229	1.629.325	64.210.181	60.607.097
35–39	1.573.005	1.552.412	52.588.414	50.000.431
40–44	1.415.946	1.418.653	42.636.756	39.465.761
45–49	1.231.504	1.243.131	43.095.380	40.838.382
50–54	1.176.666	1.212.326	31.699.045	29.345.189
55–59	1.033.333	1.082.802	23.875.932	21.993.854
60–64	893.565	990.547	21.152.731	19.674.377
65–69	964.551	1.113.505	17.560.938	17.142.611
70–74	800.497	1.004.196	12.141.707	12.045.058
75–79	582.738	830.464	7.084.405	8.722.363
80+	511.714	1.012.050	4.577.910	7.463.316
Total	19.582.769	2.043.312	635.870.154	614.983.208

Construye las pirámides de población asociadas a dichos datos de España y China. Colorea en las pirámides con colores diferenciados, los varones y las mujeres, y dentro de ellos, los tres grupos de edades representados: jóvenes, adultos y ancianos. Comenta ambas pirámides teniendo en cuenta:

- Base
- Cúspide
- Perfil
- Relación hombres–mujeres
- Proporción de jóvenes, adultos y ancianos
- Proporción de población activa
- Tipo de pirámide
- Tipo de país al que pertenece

Comenta la pirámide de la India en relación con la de España y China siguiendo los mismos pasos que en el ejercicio anterior (figura 1).

Valora las repercusiones demográficas, sociales y económicas que cada una de las pirámides anteriores reflejan.

¿La preponderancia del número de hombres respecto del de mujeres, en el nacimiento, tiende a equilibrarse en las edades adultas? ¿Sobre qué edad se produce ese equilibrio en España y en China? ¿Cuáles pueden ser las causas? ¿Qué ocurre en la edad anciana?

En un futuro, la diferencia en la esperanza de vida entre hombres y mujeres se irá acortando. ¿A qué será debido?

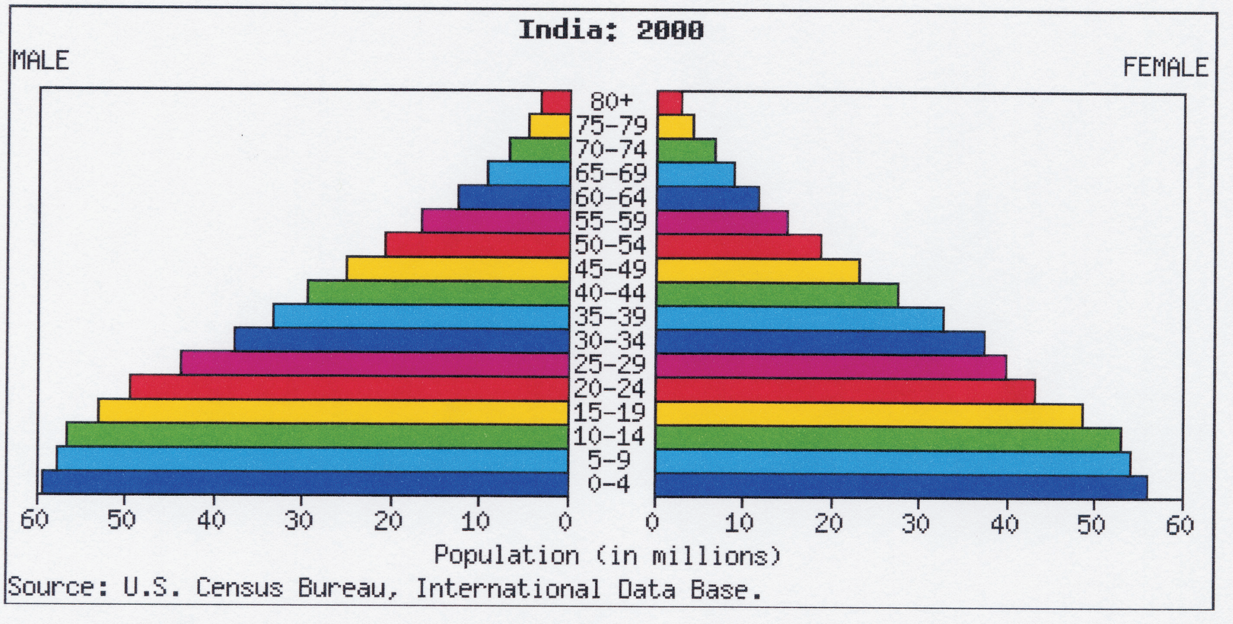


Figura 1

Según los datos del cuadro relativos a España, por grupos de edad y sexo, la proporción de menores de 14 años es de 5.862.080/40.016.081=0,1464.

- ¿Cuál es la distribución de la proporción de menores de 14 años en muestras de 50 habitantes de nuestra nación?

- Halla la probabilidad de que en una muestra de 50 habitantes, haya entre 7 y 8 menores de 14 años. ¿Y más de 9 menores de 14 años?

No nos podemos mantener al margen de las tragedias mundiales que afectan a millones de personas y que quedan reflejadas en los medios de comunicación.

Conclusiones

Convendrán los lectores con nosotros en que la Historia, la Geografía y las Matemáticas no pueden vivir continuamente de espaldas. Un alumno puede estudiar en Geografía temas como las fuentes demográficas, el movimiento natural de la población, las migraciones o la estructura de la población española y no tener ni idea de los contrastes de significación. Y viceversa, le podemos mostrar los contrastes de significación sin ninguna aplicación histórica.

El mostrar a la vez las dos caras de la moneda nos ayuda a comprender tanto una técnica de la Estadística Inferencial como la estructura de cualquier población, como las últimas tendencias en políticas demográficas.

Resaltar, por último, que el estudio de la proporción de nacimientos, no es un tema baladí, porque:

Durante 300 años se ha convertido en un leitmotiv, que repetidamente ha sido motivo de estudio de los matemáticos más importantes, como en este artículo hemos visto.

Las técnicas de reproducción asistida nos permiten elegir el sexo de nuestros hijos. Dicha técnica se aplica si los padres son portadores de alguna enfermedad hereditaria que podría afectar al feto. Pero la generalización de dicha técnica a otros casos, podría conllevar desequilibrios entre los sexos y afectar a la larga a la felicidad de nuestros hijos. Debemos ser conscientes de las repercusiones que podrían tener modificaciones legales que podrían hacerse en esta materia.

Como vimos en el inicio de este artículo, no nos podemos mantener al margen de los tragedias mundiales que afectan a millones de personas y que quedan reflejadas en los medios de comunicación, se den en China o un país más cercano.

Por último, debemos colaborar reivindicando el papel de la mujer y a evitar actitudes discriminatorias.

Seguro que desde la Estadística, la Geografía y la Historia podemos hacer algo por todo ello y este artículo es nuestra aportación. ■

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARBUTHNOTT, J. (1712): “An argument for Divine Providence, taken from the constant regularity observed in the births of both sexes”, *Philos. Trans. R. Soc. London*, 27, 186–190.

BERNOULLI, D. (1770-1771): “Mensura sortis ad fortuitam successionem rerum naturaliter contingentium applicata”, *Novi Comment. Acad. Sci. Imp. Petrop.*, 14, 26–45.

HALD, A. (1990): *A History of Probability and Statistics and Their Applications before 1750*, Wiley, Nueva York.

JHA, P. et al. (2006): "Low male-to-female sex ratio of children born in India: national survey of 1.1. million households", *Lancet*, 367, 211–218.

LAPLACE, P.S. (1781): "Mémoire sur les probabilités", *Mém. Acad. R. Sci. Paris*, 227–332.

MONTMORT, P.R. DE (1713): *Essay d'Analyse sur le jeux de hazard*, Quillau, París.

POISSON, S.D. (1830): "Mémoire sur la proportion des naissances des filles et des garcons", *Mém. R. Acad. Sci, Inst. Fr.*, 9, 239–308.

VARIOS (1996): *Andalucía Datos Básicos 1996*, Instituto de Estadística de Andalucía IEA, Sevilla.

VARIOS (1999): *Un siglo de Demografía en Andalucía. La población desde 1900*, Instituto de Estadística de Andalucía IEA, Sevilla.