

Usos educativos del material *Thesaurus* para la enseñanza de las matemáticas

En este artículo analizamos los tipos de tareas que se pueden realizar con Thesaurus, un diccionario multimedia de matemáticas en red, utilizando el aula de informática para la clase de matemáticas en la ESO. Asimismo valoramos su influencia en el desarrollo de competencias matemáticas. El estudio se centra en el diseño y puesta en práctica de unidades didácticas de geometría con Thesaurus y en el análisis de los resultados de pruebas piloto realizadas por distintos grupos de alumnos.

We analyse the types of task which can be carried out with Thesaurus, a web based mathematics multimedia dictionary, in the computer room for mathematics classes in the Spanish compulsory secondary education. We also test Thesaurus influence in the development of mathematical competences. Our research is focused on the design and classroom experience of geometrical teaching units with Thesaurus and on the results of trials made by different groups of students.

Nuestros currículos recientes en la etapa secundaria promueven el uso de tecnología para el aprendizaje de las matemáticas. Las implicaciones son profundas y la investigación va desarrollando marcos teóricos que tratan de explicar causas y efectos a todos los niveles (curricular, psicológico, social, administrativo, etc.).

Por otro lado, la preparación matemática de los alumnos está siendo cuestionada no sólo por los resultados de las evaluaciones externas (como el Informe PISA), sino también en otros foros internos donde las sucesivas contra-reformas educativas son indicadores de que el sistema no está dando los resultados deseados.

Consideramos que el uso de tecnología puede actuar como canal que aglutina y potencia el desarrollo de competencias.

Está claro que lo que esperamos que los alumnos sepan de matemáticas no se reduce a la repetición de procedimientos rutinarios. El conocimiento matemático *ampliado*, que se viene estructurando a través de la idea de *competencia* (Niss 2003; OECD 2004), incluye saber plantear y resolver proble-

mas, razonar, modelar, manejar el formalismo del lenguaje matemático, utilizar distintas representaciones, etc., aspectos que requieren la implicación del alumno en el quehacer matemático y que, por tanto, necesitan que ese quehacer se lleve a cabo en la práctica del aula.

En la confluencia de estos ejes situamos nuestro trabajo: consideramos que el uso de tecnología puede actuar como canal que aglutina y potencia el desarrollo de competencias. Partiendo de un modelo de currículo matemático basado en contenidos y de metodologías que podríamos llamar tradicionales, la introducción progresiva de elementos tecnológicos permite reconducir los objetivos y los métodos hacia modelos de enseñanza/aprendizaje basados en competencias.

J. M. Diego

Universidad de Cantabria. Santander

M. Fioravanti

Universidad de Cantabria. Santander

M. J. González

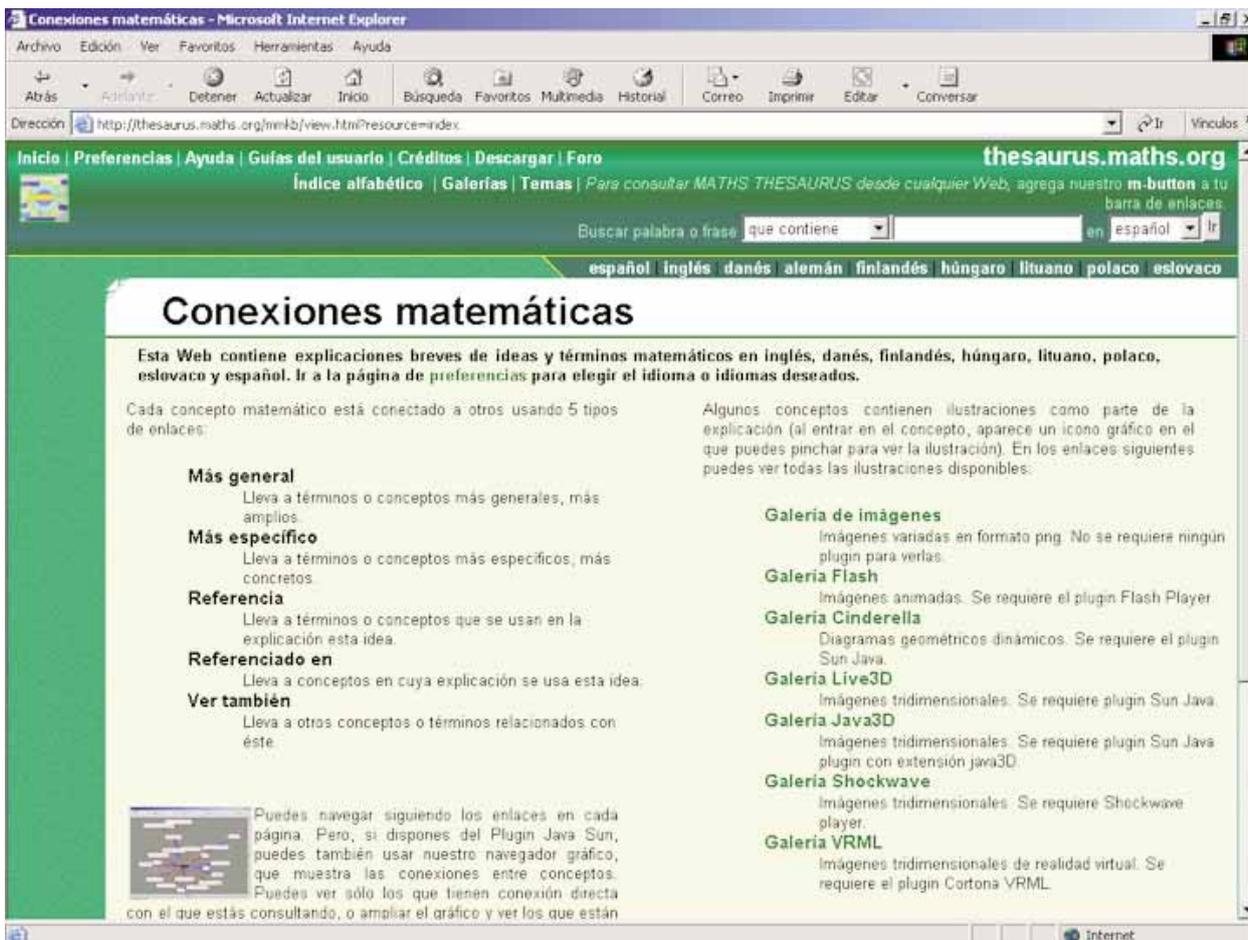
Universidad de Cantabria. Santander

R. P. Gallegos

Colegio Jardín de África. Santander

M. J. Señas

Colegio Jardín de África. Santander



Bajo este planteamiento, hemos estructurado el artículo de la siguiente forma: en primer lugar describimos el material educativo Thesaurus, con el propósito de identificar usos educativos del mismo encaminados al desarrollo de competencias matemáticas; Hemos clasificado tipos de tareas a las que se adapta el material y hemos identificado estrategias de resolución que los alumnos han desarrollado, en las que se pone de manifiesto el desarrollo de algunas competencias matemáticas. Para ello, hemos llevado a cabo distintas experiencias de uso del material en aulas de secundaria que describimos. A partir de las observaciones realizadas en dichas experiencias, relatamos algunos aspectos relacionados con el aprovechamiento didáctico del recurso Thesaurus y con su incidencia en la metodología y la atención a la diversidad. Consideramos que este estudio es un primer paso en una línea de trabajo a la que pretendemos dar continuidad para analizar la validez de las prácticas con tecnología encaminadas al desarrollo de competencias.

Descripción del material Thesaurus

Thesaurus es una base de datos multilingüe de acceso libreⁱⁱ que contiene más de 4.000 conceptos matemáticos con más de

14.000 conexiones entre ellos y con miles de ejemplos interactivos. En la actualidad cuenta con términos en nueve idiomas, entre ellos el castellano. La iniciativa original de desarrollar este proyecto nació en 2001 de la colaboración entre la Facultad de Educación y la Facultad de Matemáticas de la Universidad de Cambridge (UK) como un subproyecto de una empresa de mayor envergadura: Millennium Mathematics Project (MMP), que tiene por finalidad impulsar y apoyar la educación en matemáticas a través del uso de nuevas tecnologías, fundamentalmente vía Web.

El uso más inmediato de Thesaurus es como glosario de consulta de términos. Pero el hecho de que incorpore ejemplos que utilizan una amplia variedad de representaciones, en muchos casos representaciones gráficas dinámicas, interactivas o animadas y que proporcione una visión explícita de los vínculos entre conceptos a través de grafos de conexiones y de columnas de relaciones que contienen distintos tipos de enlaces, hace que se puedan identificar una variedad de usos educativos de este material dependiendo del tipo de tareas que se diseñen.

Dado que el diccionario es un recurso de uso escolar habitual (aunque no en matemáticas) hemos utilizado este punto de

partida como base para el desarrollo posterior de tareas que ponen en juego posibilidades más sofisticadas del recurso, es decir, tareas que requieren el intercambio de información entre sistemas de representación, o que necesitan que se interprete el lenguaje matemático con rigor, o que se aplique una definición o propiedad a un ejemplo no trivial, o que se siga un determinado razonamiento a partir de la manipulación de una representación dinámica.

En definitiva, la incorporación de Thesaurus no supone una ruptura fuerte con un modo de enseñanza tradicional. Por ello, tanto los profesores como los alumnos manifiestan una confianza inicial en su uso. Sin embargo, incorpora elementos novedosos que permiten proponer una variedad de tareas que, progresivamente, pueden condicionar los modos de resolver problemas y, en consecuencia, influir en el desarrollo de competencias. Presentamos un análisis de estas tareas.

La idea de competencia descrita en el Proyecto PISA (OECD, 2004; Rico, 2004) se manifiesta a través de la capacidad de los alumnos para emplear el conocimiento en la práctica al resolver tareas matemáticas en contexto.

Tareas y competencias matemáticas

La idea de competencia descrita en el Proyecto PISA (OECD, 2004; Rico, 2004) se manifiesta a través de la capacidad de los alumnos para emplear el conocimiento en la práctica al resolver tareas matemáticas en contexto. Este estrecho vínculo entre las tareas y las competencias está condicionado por el contenido matemático que se trate (Lupiáñez et al, 2005) y por las características del entorno en que tenga lugar el aprendizaje (Cobo y Fortuny, 2005). En particular, es destacable la influencia de la tecnología que se utilice, es decir, del conjunto de instrumentos que forman parte de las prácticas y que condicionan los modos de conocer. Pero para que una tecnología actúe como un instrumento es necesario que el alumno combine, de forma cíclica, fases en las que se adapta al material y desarrolla usos externos sobre el mismo, y fases en las que desarrolla estructuras cognitivas, esquemas de utilización, que le permiten controlar los usos externos anteriores y, con ello, modificar las formas de pensar y de resolver las tareas matemáticas (Guin et al, 2004).

Por ello, en nuestro propósito de valorar la influencia de Thesaurus hemos realizado una clasificación de los tipos de tare-

as matemáticas que se pueden llevar a cabo con este recurso teniendo en cuenta los usos externos del material que los alumnos han manifestado al resolver problemas (en las distintas experiencias que describimos). Asimismo hemos interpretado las acciones de los alumnos ante la resolución de dichos problemas en términos de competencias matemáticas. En esta interpretación hemos tenido en cuenta las características del entorno de aprendizaje en que se han llevado a cabo las experiencias y la relación de las prácticas propuestas con otras prácticas anteriores realizadas por los alumnos.

Los problemas que hemos utilizado como referencia para describir los tipos de tareas a realizar con Thesaurus han sido de contenido geométrico y tienen cabida en el actual currículo de la Enseñanza Secundaria Obligatoria. Es importante observar que las tareas que vamos a describir involucran siempre más de una competencia y que los problemas que hemos planteado a los alumnos conllevan la realización de una o más de dichas tareas.

Los tipos de tareas que hemos identificado hasta el momento se resumen en la tabla 1. Después explicamos con más detalle, y a través de ejemplos concretos, los distintos tipos de tareas, así como los usos de Thesaurus que los alumnos han llevado a cabo y las competencias que consideramos involucradas. En esta descripción mencionaremos las estrategias seguidas por los alumnos.

Tareas Thesaurus:

1. Poner nombre a objetos familiares mostrados mediante alguna representación gráfica.
2. Relacionar conceptos distintos a través de sus propiedades.
3. Aplicar una fórmula, concepto o propiedad inusual a una situación conocida.
4. Aplicar una fórmula, concepto o propiedad a una situación desconocida.
5. Descubrir un concepto o propiedad nueva (y su denominación).

Tabla 1

Tareas tipo 1

En estas tareas los alumnos han de buscar un nombre técnico para referirse a conceptos cuya representación gráfica es de uso habitual en alguno de los contextos de los alumnos. Para resolverlas con éxito han de recorrer el camino de ida y vuelta entre la representación gráfica y las propiedades que aparecen en los distintos niveles de las definiciones en Thesaurus.

Ejemplo 2. Propiedades de cuadriláteros

1. ¿Qué características tienen en común los paralelogramos y los rectángulos?
2. ¿En qué se diferencian los rectángulos de otros paralelogramos?

Para resolver este problema la mayoría de los alumnos han buscado las dos definiciones implicadas a partir de los nombres y han comparado, una a una, las listas de propiedades que vienen en ellas. De esta forma, Thesaurus ha ayudado a expresar con un lenguaje riguroso y en términos de propiedades geométricas las características comunes/diferentes de paralelogramos y de rectángulos. No obstante, no todas las propiedades enunciadas en Thesaurus son directamente comparables, de forma que para resolver con éxito esta tarea es necesario deducir unas propiedades a partir de otras (por ejemplo, deducir que el paralelogramo tiene lados opuestos iguales sabiendo que son paralelos), interpretar el significado de algunas propiedades (por ejemplo, tener simetría rotacional de orden 2) y, para ello, manejar distintos sistemas de representación. Este tipo de estrategia ha dificultado el resolver correctamente la segunda pregunta y ha ignorado la jerarquía entre las figuras presentadas.

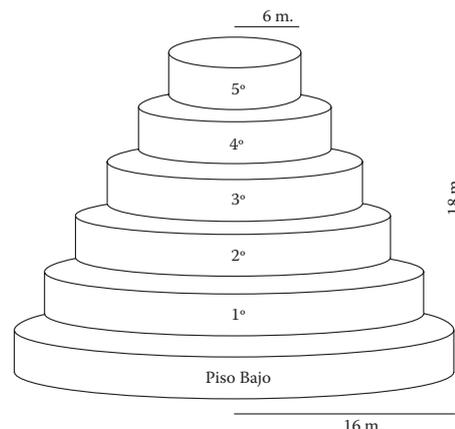
Otros alumnos, aunque en un pequeño porcentaje, han interpretado el problema en términos lógicos y, dado que Thesaurus afirma que *Un rectángulo es un paralelogramo con ángulos...* han respondido conjuntamente a las dos preguntas observando la inclusión de los rectángulos en los paralelogramos.

Por ello consideramos que se han puesto de manifiesto fundamentalmente las competencias Pensar y Razonar, Argumentar, Comunicar, y Representar en el nivel correspondiente al cluster de Reflexión.

Tareas tipo 3

En estas tareas los alumnos han de resolver cuestiones elementales en situaciones familiares pero que se encuentran condicionadas por la necesidad de recordar con precisión una fórmula, concepto o propiedad que reconocen y han estudiado, pero que no forma parte de los conocimientos de uso habitual. En este caso, cualquiera de las herramientas de Thesaurus permite localizar el conocimiento deseado de forma rápida. El hecho de contar con descripciones precisas de lo que se busca permite reconducir estrategias erróneas en la resolución de los problemas.

Ejemplo 3. Edificio acristalado:



Un arquitecto presenta un proyecto de un edificio de 6 pisos que tiene la forma de la figura.

Si la superficie lateral de cada piso lleva un cristal especial, ¿cuántos metros cuadrados (m^2) de dicho cristal se usarán en el tercer piso?

Los pasos que han seguido mayoritariamente los alumnos para resolver esta tarea son los siguientes:

1. Reconocer en el dibujo los cilindros que forman cada piso y buscar en Thesaurus la fórmula del área lateral del cilindro.
2. Deducir de los datos de la figura el radio y la altura del tercer piso.
3. Aplicar la fórmula y completar los cálculos.

El primer paso ejercita el reconocimiento de figuras geométricas simples en una situación del mundo real e identifica la existencia de una fórmula que resuelve el problema, aspectos que forman parte de las competencias de Modelar y de Representar. El segundo paso corresponde a la competencia de Pensar y Razonar en un nivel medio según los cluster que estamos manejando. El último paso involucra la competencia de Usar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones.

Para la resolución de este problema los alumnos han seguido básicamente una estrategia única. Un alto porcentaje de alumnos dicen haber necesitado Thesaurus para consultar la fórmula que no recordaban, razón por la cual no hubieran resuelto el problema sin ayuda (Thesaurus, libro, profesor).

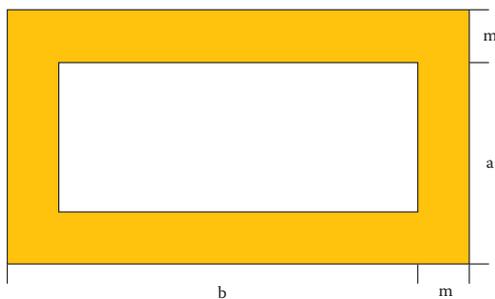
La ayuda de Thesaurus se ha considerado efectiva por la sencillez de la búsqueda (frente a un libro de texto) y por la desinhibición al consultar algo que ya deberían saber.

Tareas tipo 4

En estas tareas los alumnos se enfrentan a cuestiones que posiblemente resuelvan con pericia en contextos familiares para ellos, es decir, en situaciones que han trabajado previamente, pero ahora han de interpretarlas en una situación novedosa o que presenta alguna peculiaridad. Es necesario coordinar distintos significados de los conceptos que aparecen para poder resolverlas con éxito. La situación suele evocar en el alumno el recuerdo del ámbito de conocimiento matemático necesario para resolverla, de modo que Thesaurus le permite un acceso rápido a dicho dominio. Además le ofrece, a través de los distintos niveles de las definiciones, significados variados sobre cada concepto; y a través del grafo de conexiones y sus tipos de enlaces, le proporciona una visión de las relaciones entre conceptos. Con estos elementos, el alumno necesitará realizar una selección correcta de los significados útiles al problema. Son ejemplos de estas tareas algunas fases de los problemas en los que hay que modelar una situación.

Ejemplo 4. Marco de fotos

El ancho de un marco mide lo mismo, m , en horizontal y en vertical.
¿Son semejantes el rectángulo completo y el rectángulo en el que se coloca la fotografía?



Para resolver este problema la mayoría de los alumnos han consultado en Thesaurus algún concepto relacionado con la semejanza, hasta encontrar algún criterio operativo en las definiciones. Han consultado las imágenes gráficas correspondientes, pero las han desechado por no contener figuras directamente equiparables a las del problema. Después, mayoritariamente han intentado comprobar la proporcionalidad de los lados, pero la dificultad que les ha supuesto el no disponer de datos numéricos, ha hecho que varios alumnos intentasen aplicar un criterio geométrico mencionado en la definición de polígonos semejantes en Thesaurus: *al colocarlos encajados, las diagonales desde el vértice común coinciden*. Este criterio, desconocido para los alumnos, ha generado la duda sobre lo que significa colocar a los polígonos encajados, término que algunos alumnos han tratado de localizar en el diccionario.

Los alumnos han ejercitado las competencias de Pensar y Razonar, Argumentar, Comunicar, Representar y Utilizar lenguaje, ya que han necesitado emplear el concepto de semejanza en una situación no usual, han seleccionado el criterio de semejanza que les permitiese finalizar con éxito y argumentando su respuesta, han manipulado distintas representaciones de la noción de semejanza y han utilizado el lenguaje simbólico, todo ello en el nivel correspondiente al cluster de Reflexión.

Tareas tipo 5

En estas tareas los alumnos han de llevar a cabo estrategias que les lleven a descubrir propiedades o conceptos que no conocen de antemano. Encontrar la denominación exacta de un concepto o propiedad exige a los alumnos manipular con rigor el lenguaje matemático. Dado que Thesaurus ofrece relaciones que muestran el dominio completo al que pertenece un concepto, permite acercarse a él a través de un proceso de búsqueda en el que se pueden combinar elementos gráficos y texto escrito. Por ello, además del descubrimiento de un nombre nuevo, es fundamental el proceso seguido para obtenerlo. En este proceso Thesaurus sirve como soporte de confianza dado que el alumno está seguro de que la respuesta a su tarea se encuentra en Thesaurus. Entran dentro de este apartado las tareas para las cuales es importante contar con construcciones manipulables de geometría dinámica. Thesaurus dedica una galería a estas construcciones, que se encuentran enlazadas a sus correspondientes definiciones.

Ejemplo 5. Teorema de Varignon^v

Completa las afirmaciones siguientes y responde a las preguntas:

- Al unir los puntos medios de los lados de una cometa se obtiene un _____.
- Busca otros cuadriláteros cuyos puntos medios determinen el mismo tipo de cuadrilátero que la cometa.
- Las diagonales de la cometa y de los cuadriláteros que hayas obtenido en el apartado (b) tienen una propiedad común. Indica cuál es esa propiedad y localiza en Thesaurus el nombre que se da a los cuadriláteros de ese tipo.

Establece ahora un resultado general:

Al unir los puntos medios de los lados de un cuadrilátero _____ se forma un _____. Trata de justificarlo.

Para resolver este problema, los alumnos han buscado información relativa al Teorema de Varignon y han experimentado

con las galerías que contienen representaciones dinámicas de utilidad para este problema. También han buscado algunas definiciones básicas –cometa–. A partir del manejo de las representaciones dinámicas, han realizado conjeturas (las diagonales se cortan perpendicularmente), y las han validado buscando términos en Thesaurus que pudiesen contener directamente el enunciado de su conjetura (cuadrilátero ortodiagonal). Para ello, han usado con profusión la columna de relaciones y, ocasionalmente, el grafo de conexiones. Ante la demanda de justificación que les pedía el problema, no han realizado demostraciones matemáticas formales que apoyasen la validez de sus hallazgos, aunque en algunos casos han tratado de utilizar definiciones y propiedades de Thesaurus como apoyo a sus argumentaciones informales.

Consideramos que ante estas tareas los alumnos han ejercitado fundamentalmente las competencias de Pensar y Razonar, Argumentar, Representar y Utilizar lenguaje, en niveles que corresponden al cluster de Reflexión.

Experiencias realizadas

Hemos llevado a cabo dos tipos de experiencias distintas:

a) Pruebas piloto: Durante periodos aislados de entre 1 y 2 horas de duración, un total de 50 alumnos de 4º ESO, Opción B, de tres centros distintos han resuelto cuestionarios de preguntas aisladas sobre temas conocidos. Las características de este tipo de experiencia han sido las siguientes:

- Se han desarrollado en el aula de Informática del centro, con uno o dos alumnos por ordenador.
- En el momento de iniciar la prueba los alumnos desconocían Thesaurus y eran informados brevemente (durante unos 15 minutos) de sus características técnicas. A partir de ese momento se les entregaban las hojas de trabajo con todos los ejercicios que debían resolver. Estas resoluciones se recogían al final del periodo de tiempo marcado y se resolvían de forma anónima.

El uso de Thesaurus propicia la constitución de un entorno de aprendizaje rico y estimulante.

- Han estado presentes sus profesores, además de otros miembros del equipo para garantizar una respuesta rápida a sus dudas sobre los enunciados de las preguntas o para resolver problemas de tipo informático.
- Se ha dejado libertad a los alumnos para que hablasen cuando lo desearan entre sí o con los profesores.

b) Unidad Didáctica^{vi}: Con el propósito de obtener datos sobre los usos de Thesaurus que se desarrollan al cursar una

The screenshot shows the website 'thesaurus.maths.org' with a search bar and navigation options. The main content is titled 'Cardioid' and describes a 'Diagrama geométrico dinámico en Cinderella'. It includes a Java applet placeholder and a definition of a cardioid in Spanish: 'Una epicloide con un hueco. Es la curva que describe un punto de una circunferencia rodante cuando gira externamente, sin desplazamiento, sobre otra circunferencia fija del mismo radio. Su ecuación en coordenadas polares es: $r = 2a(1 - \cos \theta)$ '. Below the definition, there is a 'Relaciones' section listing related terms: 'Más general: (en) Circle of a circle, (en) Epicycloid, (en) Limaçon, (en) Sinusoidal spiral'. It also lists 'Referenciado en: (en) Parábola, (en) Polar graphs'.

unidad didáctica completa, los alumnos de 2º de ESO han trabajado *La proporcionalidad geométrica* durante un mes, en una experiencia con las siguientes características:

- Los alumnos han trabajado en el aula de Informática dos días a la semana, dos alumnos por ordenador, con su profesor habitual.
- Se les han entregado hojas de trabajo que inicialmente contenían tareas muy dirigidas, pero que progresivamente incluyeron tareas para que cada alumno investigara y llegara a conclusiones por sí mismo.
- Al finalizar cada sesión se han comparado los resultados y los procedimientos empleados por los alumnos en la resolución de los ejercicios y se han sacado las conclusiones pertinentes.
- La evaluación del tema se ha realizado a través de un examen.

Esta experiencia se realizó también con un grupo de matemáticas de 4º de ESO, opción A, en vista de la positiva actitud que manifestaron los alumnos con mayores dificultades en matemáticas en el grupo de 2º de ESO.

El diseño de tareas adaptadas a cada una de las herramientas de Thesaurus es fundamental si se desean incorporar a la cultura escolar de los alumnos.

Algunas observaciones extraídas de las Experiencias

Sobre el aprovechamiento didáctico de los recursos

Al inicio de la experimentación considerábamos que el grafo de conexiones constituía uno de los mayores atractivos de Thesaurus al proporcionar una visión explícita de la estructura de un tema mediante distintos tipos de vínculos entre conceptos. Además de su utilidad para guiar determinados procesos de búsqueda, considerábamos que ayudaría a la resolución de tareas que demandan directamente relacionar conceptos, por ejemplo, la realización de un mapa conceptual. No obstante, durante las experimentaciones hemos observado que los alumnos utilizan con escasa frecuencia el grafo de conexiones. Al no formar parte de sus instrumentos de uso habituales, no lo utilizan de forma espontánea y, aún en los casos en los que el profesor les sugiere su uso, no lo utilizan

de forma productiva. Por ejemplo, al demandarles que realicen un mapa conceptual con las figuras que hemos mostrado en las tareas tipo 1, los alumnos no siguen una estructura lógica clara y no consiguen un aprovechamiento satisfactorio de la información que el grafo contiene: mayoritariamente realizan clasificaciones de los polígonos en forma de partición (por ejemplo, no reconocen que el cuadrado sea rombo ni rectángulo), mientras que el grafo de Thesaurus les presenta una estructura jerárquica.

Respecto del uso de las *galerías de imágenes* podríamos decir algo similar. La variedad de imágenes que aparecen sobre algunos conceptos, combinada con el texto de las definiciones y el lenguaje matemático en que se expresan las propiedades, proporciona un entorno propicio para intercambiar información entre sistemas de representación. Por ello, cuando realizábamos la presentación inicial del material a los alumnos, resolvíamos algunos problemas-modelo que se apoyaban en el uso de las imágenes. Esto propició que, en un primer momento, los alumnos tendiesen a buscar ante todo imágenes asociadas a cada problema, sin pensar si era necesario o no, o si era fácil o complicado encontrarlas. De esta forma, la mayoría de los alumnos utilizó, al principio, las galerías de imágenes como *diccionarios gráficos* con la dificultad que conlleva el hecho de que en Thesaurus no hay una clasificación lógica de las imágenes. Posteriormente, las galerías se usaron con menos frecuencia de la esperada. Los alumnos continuaron su trabajo buscando las definiciones vía texto o a través de la columna de relaciones, de modo que el intercambio de información entre sistemas de representación apoyado por Thesaurus fue más bien caótico, poco reglado y poco consciente. No obstante, se ha observado que aquellos alumnos con mayores dificultades de aprendizaje han utilizado las imágenes con mayor frecuencia, y que este elemento de apoyo les ha conducido al éxito en numerosas ocasiones.

Observamos, por tanto, que ha dominado el uso de Thesaurus como diccionario, a través de la búsqueda de nombres. Este uso permite introducirlo en el aula de forma natural, sin que suponga una gran ruptura respecto de las prácticas matemáticas habituales, aunque luego hay que hacer un esfuerzo para conseguir que los alumnos utilicen otras herramientas contenidas en Thesaurus a las que reconocemos un alto potencial educativo pero que no se usan de forma espontánea.

Sobre la metodología y la atención a la diversidad

Desde el punto de vista de los cambios que Thesaurus ha producido en las prácticas en el aula y ante las tareas que nosotros hemos diseñado hemos observado que los alumnos que habitualmente en las clases tradicionales mostraban dificultades de atención y/o de comprensión fueron capaces de participar y de obtener resultados por sí mismos, lo cual les dio una mayor seguridad y deseo de continuar con el tra-



bajo. De hecho, algunos de estos alumnos utilizaron Thesaurus desde su domicilio en un intento por resolver las tareas propuestas. Mostraron un gran interés por algo en lo que ellos se sentían capaces de participar y que les proporcionaba resultados inmediatos y satisfactorios. Los alumnos con buenos resultados en Matemáticas también valoraron positivamente el material, como un libro de consulta cómodo, mientras que los alumnos *intermedios* fueron los que manifestaron una mayor apatía ante el uso de Thesaurus. En todos los casos, se desarrollaron de forma espontánea frecuentes interacciones entre los grupos de alumnos, lo que permitió superar algunas dificultades matemáticas durante la resolución de problemas.

Por otro lado, el trabajo individualizado ha propiciado que los alumnos no tuviesen miedo a resolver un problema: sabían que si estaba mal no iba a ser conocido por el resto, lo que fomentaba que continuasen buscando e intentando resolver las dificultades.

Respecto del ritmo de trabajo, el uso de Thesaurus ha permitido flexibilizarlo. El profesor tenía la posibilidad de elaborar o reelaborar material de trabajo según los grupos de alumnos, adaptando así las actividades a distintos niveles de consecución de objetivos: durante el desarrollo de la unidad didáctica, los alumnos con mayor ritmo de aprendizaje trabajaban actividades de ampliación mientras que los de ritmo lento trabajaban actividades de refuerzo, sin que ninguno saliera perjudicado.

Los alumnos rellenaron una encuesta de satisfacción en la que debían valorar tanto aspectos técnicos (facilidad de uso,...) como relativos al aprendizaje (las galerías gráficas te han ayudado,...). En todos los casos la experiencia ha sido valorada muy positivamente y los alumnos manifestaron su disposición a continuar trabajando con Thesaurus los temas siguientes.

Situaciones evitables y recomendaciones ante el diseño de tareas

En el diseño de actividades con Thesaurus hemos constatado la escasa efectividad de las actividades excesivamente guiadas, así como de las tareas completamente abiertas. Por ello consideramos que debe buscarse un equilibrio entre la fluidez del trabajo del alumno y el estímulo de la búsqueda, la imaginación y el pensamiento. Una sugerencia que nos ha resultado útil es iniciar la actividad con cuestiones que se pueden resolver mediante búsquedas sencillas en Thesaurus y deducciones inmediatas, en el cluster de Reproducción. De este modo los alumnos ganan confianza para intentar, a continuación, la resolución de problemas de los clusters de Conexiones y Reflexión. En estos casos ha sido indispensable la intervención del profesor. Éste ha aportado de forma habitual sugerencias a los alumnos que se encontraban ante situaciones que no podían resolver solos. Ha sido frecuente que los alumnos necesitasen el refuerzo de la opinión del profesor ante estrategias válidas, por no tener seguridad de que el camino seguido en Thesaurus o la interpretación que estaban realizando de lo que leían era la correcta. En ese sentido consideramos que el papel del profesor consiste en acompañar al alumno frente al nuevo 'agente' Thesaurus. Las intervenciones de tipo magistral han sido escasas y poco eficaces por no existir un ritmo común a todo el grupo clase.

La introducción de conceptos nuevos mediante tareas con Thesaurus ha necesitado que éstos fuesen fáciles de encontrar y que las tareas propuestas indicasen con claridad en su enunciado algún modo de comenzar a usar Thesaurus. Por el contrario, si los alumnos conocían la terminología básica de un tema, iniciaban de forma espontánea algunas estrategias que, aunque poco sistemáticas en sus momentos iniciales, servían para establecer búsquedas y relaciones que permitían finalizar con éxito.

El hecho de acompañar los enunciados de las tareas con algunas figuras o imágenes también ha condicionado las estrategias a seguir. En particular, consideramos que las figuras geométricas que forman parte de un enunciado deben presentarse, dentro de lo posible, con la mayor generalidad que corresponda a la tarea planteada. De lo contrario, como se ha visto durante las experiencias, figuras concretas han condicionado las búsquedas en Thesaurus y han guiado estrategias adaptadas a un dibujo que no permitía dar respuesta a la cuestión general planteada (y de difícil justificación ante el alumno).

Conclusión

A través de nuestras experiencias hemos constatado que el uso de Thesaurus propicia la constitución de un entorno de aprendizaje rico y estimulante. Partiendo de unas prácticas escolares habituales y de unas tareas matemáticas familiares, permite incorporar progresivamente elementos nuevos que son influyentes desde el punto de vista del desarrollo de competencias.

No obstante, las potencialidades que a priori identificamos en el material y su facilidad de uso no garantizan que los alumnos obtengan un aprovechamiento espontáneo. Por ello, el diseño de tareas adaptadas a cada una de las herramientas de

Thesaurus es fundamental si se desean incorporar a la cultura escolar de los alumnos y a sus prácticas los nuevos elementos que este material aporta.

Apoyándonos en el marco de competencias PISA, hemos descrito cinco tipos de tareas y las hemos ejemplificado mediante problemas que los alumnos han resuelto, con ayuda de Thesaurus, ejercitando distintas competencias matemáticas. En ellas, los alumnos han recorrido el camino de ida y vuelta entre las galerías gráficas y la interpretación de texto para nombrar figuras o descubrir propiedades desconocidas; han empleado la columna de relaciones y el grafo de conexiones para clasificar objetos matemáticos según distintos criterios; han localizado temas genéricos, a partir de los cuales han encontrado la propiedad conocida pero olvidada que les ha permitido resolver un problema; han utilizado los enlaces del grafo de conexiones para coordinar o seleccionar los significados útiles a un problema; han interpretado el lenguaje matemático de los distintos niveles de las definiciones para encontrar la denominación exacta de un concepto o propiedad.

De esta forma, hemos iniciado un trabajo encaminado a valorar la validez de Thesaurus para activar el conocimiento del alumno en situaciones prácticas y para desarrollar distintas competencias matemáticas. ■

NOTAS

i Adoptaremos el listado de competencias utilizado en el diseño y evaluación de los tests de matemáticas de PISA 2000, que puede encontrarse en (Rico, 2004):

1. Pensar y razonar
2. Argumentar
3. Comunicar
4. Modelar
5. Plantear y resolver problemas
6. Representar
7. Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones.

ii <http://thesaurus.maths.org/>

La versión española de Maths Thesaurus es un proyecto desarrollado en la Universidad de Cantabria y está parcialmente subvencionado por el Gobierno de Cantabria.

iii Thesaurus es un material en desarrollo que progresivamente se va adaptando a las necesidades de cada idioma. Actualmente se

han incorporado determinados nombres de uso común en castellano (trapezoide, romboide) que inicialmente no existían dado que la versión contenía sólo la traducción de términos habituales en inglés.

iv PISA asume que ante una tarea matemática se pueden poner en juego varias competencias, aunque con distinta profundidad. Por ello organiza las competencias en tres cluster (o grupos de competencia): Reproducción, Conexiones y Reflexión. La idea de cluster conjuga información, por un lado, sobre las características de las tareas y, por otro lado, sobre el tipo de demandas cognitivas que se requieren para resolverlas (OECD 04).

v En la prueba pasada a los alumnos, estas preguntas a, b y c iban precedidas y seguidas de otras, todas ellas relacionadas con el Teorema de Varignon.

vi Hemos desarrollado una serie de Unidades Didácticas basadas en el uso de Thesaurus que pueden solicitarse a cualquiera de los autores de este trabajo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

COBO, P. y FORTUNY, J.M. (2005): "El sistema tutorial AgentGeom y su contribución a la mejora de las competencias de los alumnos en la resolución de problemas de matemáticas". *Actas del IX SEIEM*, Córdoba, <http://blues.uab.es/%7Eipdmc/tecnologia/tecnologia.htm>

GUIN, D., RUTHVEN, K. y TROUCHE, L. (Eds.) (2004): *The didactical challenge of symbolic calculators: turning a computational device into a mathematical instrument*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.

NISS, M. (2003): "Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics: The Danish KOM Project", *3rd Mediterranean Conference On Mathematical Education*, A. Gagatsis & S. Papastavridis (Eds.), Athens.

LUPIÁÑEZ, J. L., RICO, L., GÓMEZ P. y MARÍN, A. (2005): "Análisis cognitivo en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria", *CD-Rom del V CIBEM Congreso Ibero-Americano de Educação Matemática*, Oporto, Portugal.

OECD (2004): *Marcos teóricos de PISA 2003: la medida de los conocimientos y destrezas en matemáticas, lectura, ciencias y resolución de problemas*, Ministerio de Educación y Ciencia, Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo, Madrid.

RICO, L. (2004): "La evaluación de Matemáticas en el Proyecto PISA", *Aproximación a un modelo de evaluación: el Proyecto PISA 2000*, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo, Madrid.