SUMA 50
Noviembre 2005, pp. 65-68

¿Son justos los sorteos de tribunales basados en las letras de los apellidos?

Este trabajo pretende poner de manifiesto que cuando se realizan sorteos para seleccionar un grupo de personas en función de sus apellidos y se utiliza un método basado en el sorteo aleatorio de letras, se produce un resultado en el que no todos tienen la misma probabilidad de ser seleccionados y en algunos casos con unas probabilidades muy dispares.

This piece of work is aimed at showing that when selecting a group of people in a raffle following a surname criteria, using thereby a system based on a random letter raffle basis, the result is that not every candidate is likely to be selected, sometimes being the probabilities very different.

Disponemos de una lista de N personas ordenadas alfabéticamente por apellidos. Queremos realizar un sorteo para obtener, entre ellas, una muestra aleatoria de n personas, con $n < N$.

Se obtienen al azar dos letras, con reemplazamiento, que fijan un corte en la lista ordenada alfabéticamente por apellidos. Por ejemplo, si salen las letras "*UJ*" significa que el primer integrante de la lista cuyo primer apellido esté a continuación de estas letras es el primero de la muestra y a partir de él, en orden alfabético, se coge el resto de los n, donde si se acaba la letra Z se continúa por la A.

¿Tienen dos personas de la lista la misma probabilidad de ser elegidas en la muestra?

Respuesta

No.

Contraejemplo

Mediante un ejemplo real podemos ver cómo se distribuye el primer apellido entre las letras del abecedario. Cogeremos la lista de todos los profesores de Matemáticas que han participado en el concurso de traslados en Castilla La Mancha[i] en el curso 2004/05, donde los apellidos están distribuidos según la siguiente tabla:

Letra	A	B	C	D	E	F	G	H	I
N.º	16	6	24	6	2	7	31	5	4
Letra	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q
N.º	4	0	17	41	4	0	5	23	3
Letra	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
N.º	20	16	7	0	12	0	0	1	2

Son un total de 256.

Llamaremos A_1 al primer profesor de la letra A, A_2 al segundo profesor de la letra A,..., A_{16} al último de la letra A, B_1 al primero de la letra B, y así sucesivamente, hasta el Z_1 primer profesor de la letra Z y Z_2 el segundo y, en este caso, último de la letra Z.

José Antonio Pérez Porcel
IES Francisco García Pavón. Tomelloso. Ciudad Real

Supongamos que queremos extraer una muestra de 16 profesores de esta lista.

Mediante el sorteo de letras descrito anteriormente vamos a calcular la *probabilidad de ser elegido en la muestra* de algunos integrantes de la lista:

Llamaremos $P(A_1)$ a la probabilidad de ser elegido el profesor A_1 entre los 16 de la muestra. En la lista señalada anteriormente se puede observar que A_1 tiene de apellidos Alarcón Melero y T_7 tiene de apellidos Torrilla Gavidia, por lo que viendo la tabla podemos establecer que:

$$P(A_1) = P(1^a\,U) + P(1^a\,V) + P(1^a\,W) + P(1^a\,X) + P(1^a\,Y) + P(1^a\,Z) + P(1^a\,A \cap 2^a \leq L) + P(1^a\,T \cap 2^a \geq P) \qquad [1]$$

Con el significado de los siguientes sucesos:

$1^a\,U$ = Primera letra del sorteo sea la U

$1^a\,V$ = Primera letra del sorteo sea la V

$1^a\,W$ = Primera letra del sorteo sea la W

$1^a\,X$ = Primera letra del sorteo sea la X

$1^a\,Y$ = Primera letra del sorteo sea la Y

$1^a\,Z$ = Primera letra del sorteo sea la Z

$1^a\,A \cap 2^a \leq L$ = Primera letra del sorteo la A y segunda letra del sorteo sea *menor o igual* que L.

$1^a\,T \cap 2^a \geq P$ = Primera letra del sorteo la T y segunda letra del sorteo sea *mayor o igual* que P.

Utilizando la ley de Laplace:
Probabilidad de un suceso = casos favorables/casos posibles

Tendremos que:

$$P(1^a\,U) = P(1^a\,V) = P(1^a\,W) = P(1^a\,X) = P(1^a\,Y) = P(1^a\,Z) = 1/27$$

Los sucesos "$1^a\,A$" y "$2^a \leq L$" son experiencias independientes ya que la extracción de la primera letra, al ser con reemplazamiento, no influye en la segunda extracción.

Por lo tanto,

$$P(1^a\,A \cap 2^a \leq L) = P(1^a\,A) \cdot P(2^a \leq L) = (1/27)\,(12/27)$$

Análogamente,

$$P\,(1^a\,T \cap 2^a \geq P) = P\,(1^a\,T) \cdot P\,(2^a \geq P) = (1/27)\,(11/27)$$

Entonces partiendo de [1] tendremos que:

$$P(A_1) = P(1^a\,U) + P(1^a\,V) + P(1^a\,W) + P(1^a\,X) + P(1^a\,Y) +$$

$$+ P(1^a\,Z) + P(1^a\,A \cap 2^a \leq L) + P(1^a\,T \cap 2^a \geq P) =$$

$$= \frac{1}{27}+\frac{1}{27}+\frac{1}{27}+\frac{1}{27}+\frac{1}{27}+\frac{1}{27}+\frac{1}{27}\cdot\frac{12}{27}+\frac{1}{27}\cdot\frac{11}{27}=\frac{185}{729}=0{,}2538$$

es decir un 25,38%.

Utilizando la misma notación podemos ver que si B_1 tiene de apellidos Balsalobre García, entonces:

$$P(B_1) = P(1^a\,A \cap 2^a \geq M) + P(1^a\,B \cap 2^a = A) =$$

$$= \frac{1}{27}\cdot\frac{15}{27}+\frac{1}{27}\cdot\frac{1}{27}=\frac{16}{729}=0{,}0219$$

es decir un 2,19%.

Por lo que A_1 tiene ¡más de 11 veces de posibilidades de ser elegido que B_1!

Pero si vemos la probabilidad de ser elegido el profesor M_{41} que tiene de apellidos Muñoz Ventosa y teniendo en cuenta que M_{26} tiene de apellidos Molina Mendoza y M_{25} Molina Hita, tendremos que:

$$P(M_{41}) = P(1^a\,M \cap P \leq 2^a \leq U) =$$

$$= \frac{1}{27}\cdot\frac{6}{27}=\frac{6}{729}=0{,}0082=0{,}82\%$$

es decir, A_1 tiene ¡más de 30 veces de posibilidades de ser elegido que M_{41}!

Todo esto es consecuencia de no tener cada letra de la lista el mismo número de profesores, cosa prácticamente imposible en cualquier lista.

¿Dónde se realiza este tipo de sorteo?

Para formar los tribunales en las oposiciones para el ingreso en los cuerpos docentes, la legislación vigente[ii] establece que los vocales de dichos tribunales serán designados por sorteo entre los funcionarios de carrera de la misma especialidad. También para formar los tribunales de la prueba de acceso a la universidad (PAU) en Castilla La Mancha.

Las comunidades autónomas son las encargadas de organizar el proceso de constitución de los tribunales y algunas de ellas proceden a nombrar los vocales mediante el sorteo descrito anteriormente.

¿De qué forma podríamos realizar un sorteo equitativo?

Aquí proponemos dos métodos, que no son los únicos.

Primer método
Las listas de profesores por especialidades se enumeran y se sortea un número aleatorio para cada especialidad comprendido entre 1 y el número de integrantes N_i. Este número marcaría el corte a partir del cual se seleccionaría el número de vocales necesarios n_i.

Podría ser algo así:

Especialidad	Tamaño lista: N_i	n.º aleatorio de 1 a N_i	Tamaño muestra: n_i	Números seleccionados
Filosofía	270	123	16	del 123 al 138
Griego	75	35	8	del 35 al 42
Latín	132	37	8	del 37 al 44
Lengua Castelana	676	490	40	del 490 al 529
Geografía e historia	634	80	44	del 80 al 123
Matemáticas	658	180	32	del 180 al 211
Física y química	453	432	24	del 432 al 2
Biología y geología	447	37	28	del 37 al 64
Dibujo	363	234	20	del 234 al 253
Francés	236	16	20	del 16 al 35
Inglés	623	567	40	del 567 al 606
Música	235	98	28	del 98 al 125
Educación física	327	290	24	del 290 al 313
Tecnología	342	45	32	del 45 al 76
Economía	102	87	16	del 87 al 102
Psicología y pedagogía	311	267	32	del 267 al 298

Segundo método
Las listas de profesores por especialidades se enumeran y se sortea un número aleatorio entre 0 y 999. La razón de sortearlo entre 0 y 999 (y no entre 1 y 1000) es la facilidad para hacerlo simplemente con 10 bolas que contengan del 0 al 9 y realizar 3 extracciones con reemplazamiento.

Si el número aleatorio obtenido lo dividimos entre 1000, lo multiplicamos por N_i (número de profesores de la especialidad), le sumamos 1 y cogemos la parte entera de todo obtenemos un número x elegido al azar entre 1 y N_i. Este número marcaría el corte a partir del cual se seleccionaría el número n_i de vocales necesarios.

Podría ser algo así:

(Número aleatorio entre 0 y 999)/1000
$x = 0{,}256$

Especialidad	Tamaño lista: N_i	n.º aleatorio de 1 a N_i: parte entera de: $x{\cdot}N_i{+}1$	Tamaño muestra: n_i	Números seleccionados
Filosofía	270	70	16	del 70 al 85
Griego	75	20	8	del 20 al 27
Latín	132	35	8	del 35 al 42
Lengua Castelana	676	174	40	del 174 al 213
Geografía e historia	634	163	44	del 163 al 206
Matemáticas	658	169	32	del 169 al 200
Física y química	453	117	24	del 117 al 140
Biología y geología	447	115	28	del 115 al 143
Dibujo	363	94	20	del 94 al 113
Francés	236	61	20	del 61 al 80
Inglés	623	160	40	del 160 al 199
Música	235	61	28	del 61 al 88
Educación física	327	85	24	del 85 al 108
Tecnología	342	89	32	del 89 al 120
Economía	102	27	16	del 27 al 42
Psicología y pedagogía	311	81	32	del 81 al 112

Ventajas e inconvenientes de los dos métodos

Los dos métodos descritos hacen que todos los integrantes de cada lista tengan la misma probabilidad de ser seleccionados en la muestra. Señalaremos alguna ventaja e inconveniente de cada uno.

Primer método

- Ventajas: es más sencillo, requiere menos terminología matemática y es más fácil su comprensión.
- Inconvenientes: Hay que sortear varios números aleatorios de "tamaños" diferentes.

Segundo método

- Ventajas: Sólo hay que sortear un número aleatorio de una forma muy fácil, y al ser un solo número su difusión para conocimiento público es más viable.
- Inconvenientes: Requiere realizar más cálculos que pueden ser difíciles de entender y manejar para los "no matemáticos" y pueden repercutir en algún error.

Conclusiones

Este es un ejemplo que pone de manifiesto la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y justifica que cualquier profesional debe tener unos mínimos conocimientos matemáticos, en este caso, de aplicación práctica de la probabilidad. También podemos resaltar que una correcta aplicación de las matemáticas nos hace iguales ante la ley y por el contrario, una incorrecta utilización nos crea importantes agravios comparativos. ■

NOTAS

[i] Disponible en la página web: http://www.jccm.es/educacion

[ii] Real Decreto 334/2004, de 27 de febrero (B.O.E. de 28 de febrero) por el que se aprueba el Reglamento de ingreso, accesos y adquisición de nuevas especialidades en los cuerpos docentes que imparten las enseñanzas escolares del sistema educativo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GUTIÉRREZ, R., MARTÍNEZ, A. y RODRÍGUEZ, C. (1993): *Curso Básico de Probabilidad*, Pirámide.

RODRÍGUEZ, J. y ALBA, M. V. (1996): "Problemas de Cálculo de Probabilidades". Colección Apuntes, 1995/96. Universidad de Jaén.

RUIZ CAMACHO, M., MORCILLO AIXELÁ, M.C., GARCÍA GALISTEO, J. y CASTILLO VÁZQUEZ, C. (2000): *Curso de Probabilidad y Estadística*, Ed. Universidad de Málaga.

VÉLEZ, R. y HERNÁNDEZ, V. (1995): *Cálculo de Probabilidades 1*, UNED, Madrid.

En Internet:

http://www.jccm.es/educacion