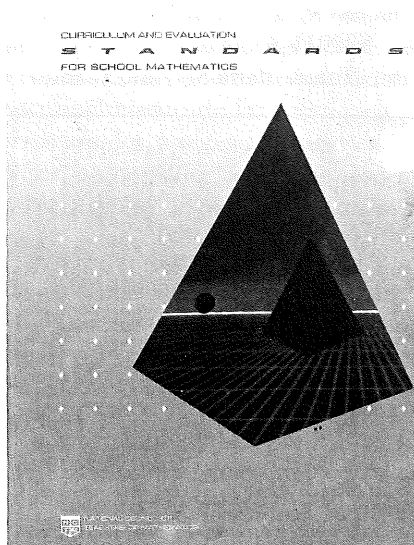


## CURRICULUM AND EVALUATION STANDARDS FOR SCHOOL MATHEMATICS N.C.T.M. (1989)

La prestigiosa sociedad norteamericana de profesores de matemáticas National Council of Teachers of Mathematics ha publicado recientemente un documento curricular que consideramos va a tener un fuerte impacto en la próxima década en el diseño de los currículos de matemáticas, desde preescolar hasta la enseñanza secundaria. Se trata del libro titulado **Curriculum and evaluation standards for school mathematics** elaborado por una Comisión del N.C.T.M. creada en 1986, formada por profesores, formadores de profesores, inspectores, investigadores y matemáticos profesionales, y cuyos trabajos concluyeron en 1988, después de una amplia consulta a la comunidad de educadores matemáticos de Estados Unidos.

Dada la circunstancia de que en nuestro país nos encontramos en un período de **reformas** de los currículos de matemáticas, puede servir de punto de referencia complementario de los **diseños curriculares base** elaborados por el M.E.C. y por las Comunidades Autónomas. Pensamos que sería un buen acierto la traducción al castellano de este libro por parte del M.E.C. como viene



## Reseñas

haciendo con otros documentos curriculares.

### ¿Qué son los Standards?

Los **Standards** son enunciados que permiten juzgar la calidad de un currículo de matemáticas y de los métodos de evaluación del mismo. Constituyen un documento diseñado para establecer un marco de referencia amplio para guiar la reforma de las matemáticas escolares en Estados Unidos en la próxima década. Se incorpora una visión de lo que los currículos de matemáticas deberían incluir en términos de contenido, énfasis prioritario en los mismos, los criterios metodológicos a seguir y sobre las cuestiones claves relativas a la organización e implementación de la evaluación de los alumnos y de los programas.

Los **Standards** constituyen un instrumento para:

1.- Asegurar unos ciertos niveles de calidad; son condiciones necesarias, aunque no suficientes para asegurar dicha calidad de los procesos de enseñanza/aprendizaje de las matemáticas.

2.- Formular fines.

3.- Promover un cambio en un sistema hacia nuevos fines, formulados teniendo en cuenta el estado actual del conocimiento sobre la enseñanza/aprendizaje de la matemática.

Los objetivos que han guiado la redacción de los distintos enunciados son:

1.- Preparar trabajadores con una formación matemática suficiente en una sociedad basada en la información.

2.- Que sean capaces de ampliar su aprendizaje a lo largo de su vida.

3.- Ofrecer oportunidades de aprender a todos los ciudadanos.

4.- Formar ciudadanos informados capaces de comprender los problemas en una sociedad tecnológica.

Respecto a los estudiantes los Standards articulan cinco metas generales:

1.- Que aprendan a valorar las matemáticas.

2.- Que adquieran confianza en su capacidad de hacer matemática.

3.- Que sean capaces de resolver problemas.

4.- Que aprendan a comunicarse matemáticamente.

5.- Que aprendan a razonar matemáticamente.

Un programa de matemáticas de calidad debe proporcionar a todos los alumnos oportunidad de experimentar estos componentes del aprendizaje matemático.

### Resumen del contenido de los Standards

El libro presenta un total de 54 Standards divididos en cuatro categorías: - WW4; 5-8; 9-12 y Evaluación.

Cada Standards comienza con un enunciado de las matemáticas que el currículo debería incluir. Además incluye una descripción de las actividades del estudiante asociadas con dichas matemáticas y una discusión que incluye ejemplos de situaciones-problemas mediante las cuales se muestra la visión ofrecida de la matemática y la instrucción.

En los contenidos matemáticos se trata de incorporar las siguientes ideas básicas:

1.- Conocer matemáticas es **hacer** matemáticas.

2.- Las aplicaciones de las matemáticas deben salir del círculo tradicional de la ingeniería y de las ciencias físicas, ampliándose a las ciencias sociales y humanas.

3.- Matemáticas para todos.

4.- El uso de las Nuevas Tecnologías de la Información cambia a la propia matemática y su uso. En consecuencia, se considera que:

—Las calculadoras deben estar disponibles para todos los alumnos todo el tiempo.

—En cada clase debe haber un ordenador con fines de demostración.

—Cada alumno debería tener acceso a un ordenador para su trabajo individual o por grupos.

—Los alumnos deberían aprender a usar el ordenador como herramienta para procesar información y realizar cálculos para investigar y resolver problemas.

#### Actividad del alumno

Cada Standards especifica las **actividades esperadas** del alumno asociadas con el hacer matemáticas. Las descripciones se basan en dos principios:

1) Las actividades surgen de las situaciones-problemas.

2) El aprendizaje tiene lugar por medio de una implicación, tanto activa como pasiva, con las matemáticas.

Se adopta un punto de vista constructivista del conocimiento matemático. En consecuencia la instrucción debe incluir oportunidades para realizar:

—Proyectos de trabajo apropiados.

—Tareas individuales y grupales.

—Discusiones entre el profesor, los estudiantes y entre estos mismos.

—Práctica sobre los métodos matemáticos.

—Exposiciones por el profesor.

Las ideas sobre las situaciones-problemas y el aprendizaje se reflejan en los verbos usados para describir las acciones de los alumnos (investigar, formular, encontrar, verificar). Estas situaciones deben ser suficientemente simples como para que sean manejables, pero lo suficientemente complejas de modo que proporcionen diversidad en la aproximación. Deben ser adaptables a la instrucción individual, trabajo en pequeños o gran grupo, deben implicar una variedad de dominios matemáticos y ser

abiertas y flexibles como los métodos que se deben usar.

#### Estructura de los Standards de currículum

Para el grado WW-4 se proponen 13 Standards:

1. Las matemáticas como resolución de problemas
2. Las matemáticas como comunicación
3. Las matemáticas como razonamiento
4. Conexiones matemáticas
5. Estimación
6. Sentido numérico y numeración
7. Concepto de número natural y operaciones
8. Cálculo con números naturales
9. Geometría y sentido espacial
10. Medición
11. Estadística y probabilidad
12. Fracciones y decimales
13. Patrones y relaciones

Para el grado 5-8 se proponen también 13 Standards. El título de los cuatro primeros coinciden con los de la sección anterior. Los restantes son:

5. Número y relaciones numéricas
6. Sistemas numéricos y teoría de números
7. Cálculo y estimación
8. Patrones y funciones
9. Álgebra
10. Estadística
11. Probabilidad
12. Geometría
13. Medición

Para los grados 9-12 se proponen 14 Standards. El título de los cuatro primeros coinciden con los de las Secciones anteriores. Los restantes son:

5. Álgebra
6. Funciones
7. Geometría desde una perspectiva sintética
8. Geometría desde una perspectiva analítica
9. Trigonometría
10. Estadística
11. Probabilidad
12. Matemática discreta
13. Base conceptual del cálculo
14. Estructura matemática

#### Los Standards de Evaluación

Los Standards de Evaluación proponen cambios en los procesos y métodos por los cuales se recoge la información, de tal modo que:

—La evaluación del alumno quede integrada en la instrucción.

—Se utilicen métodos múltiples de evaluación.

—Se evalúen todos los aspectos del conocimiento matemático.

—El currículum y la instrucción sean igualmente considerados al juzgar la calidad de un programa.

Se presentan 14 Standards de evaluación, agrupados en tres categorías:

a) **Evaluación general.** En estos se presentan los principios para juzgar los instrumentos de evaluación tanto del alumno como del programa. Estos deben utilizar diversas técnicas, ser concordantes con el currículum y tener en cuenta el fin de la evaluación.

1.- Concordancia

2.- Fuentes múltiples de información

3.- Métodos y usos apropiados de evaluación

b) **Evaluación del estudiante.** Describen lo que debe observarse y medirse para conocer tanto la comprensión de las matemáticas por los estudiantes como su disposición hacia ellas:

4. Poder matemático

5. Resolución de problemas

6. Comunicación

7. Razonamiento

8. Conceptos matemáticos

9. Procedimientos matemáticos

10. Disposición matemática

c) **Evaluación del programa.** Constituyen una guía para crear un programa que concuerde con los objetivos trazados en los Standards, asegurando que ajusten entre sí los distintos componentes:

11. Indicadores para la evaluación del programa

12. Currículum y recursos de instrucción

13. Instrucción

14. Equipo de evaluación

En resumen, podemos decir que a

través de los Standards el National Council of Teachers of Mathematics proporciona una visión de:

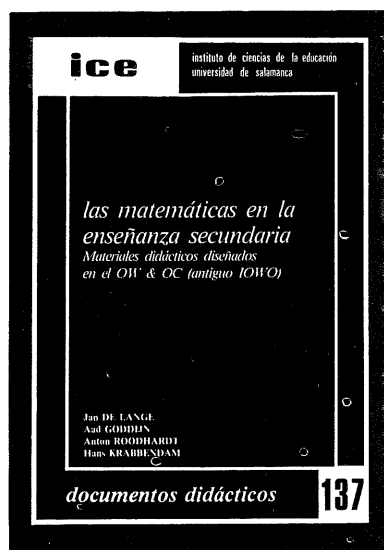
- Capacidad matemática para todos los alumnos en una sociedad tecnológica.
- La matemática como algo que uno hace —resuelve problemas, comunica, razona.
- Un currículum para todos que incluye un rango amplio de contenido, una variedad de contextos, y conexiones deliberadas.
- La instrucción basada sobre problemas reales.
- La evaluación como un medio de mejorar la instrucción, el aprendizaje y los programas de formación.

Juan Díaz Godino

Dpto. de Didáctica de la Matemática  
Universidad de Granada

## LAS MATEMÁTICAS EN LA ENSEÑANZA SECUNDARIA.

Jan de Lange y otros. Documentos Didácticos nº 137. I.U.C.E. Ediciones Universidad de Salamanca, 1989.



Con este título se presentan una serie de materiales didácticos que, se-

gún nuestra opinión, pueden ser de gran utilidad para todos los profesores que trabajamos en el campo de la Enseñanza Secundaria (12-18 años)

Nadie cuestiona ya la gran labor desarrollada en el campo de la Didáctica de las Matemáticas por el IOWO, fundado y dirigido por H. Freudenthal y que en la actualidad su continuidad en el OW&OC. Pues bien, todos los materiales presentados en el libro han sido preparados por sus profesores (Jan de Lange, Aad Goddijn, Anton Roodherdt o Hans Krabbendam) y experimentados por el instituto con diversos grupos de alumnos a lo largo de varios cursos. Precisamente, en conversaciones mantenidas con el propio Jan de Lange, la única limitación impuesta a su publicación consistía en que ésta se limitara a los materiales ya experimentados directamente en las aulas y que hubieran alcanzado su redacción definitiva.

En mi opinión, el aspecto más interesante que aporta este documento es el estar constituido por materiales para los alumnos. Efectivamente, en estos momentos en que la Reforma del Sistema Educativo nos enfrenta a los profesores con el diseño de nuevos materiales que desarrollen los planteamientos teóricos y bloque de contenidos del Diseño Curricular Base (DCB), es imprescindible el conocimiento de nuevos materiales.

Posiblemente ninguna de las unidades que aparecen en libro puedan ser utilizadas directamente en nuestras aulas, pero lo que sí estoy seguro es que constituyen un buen "modelo" de reflexión para aquellos profesores interesados en los nuevos diseños curriculares.

Si entramos a estudiar los principios metodológico-didácticos que guían el "Enfoque Realista de la Educación Matemática" del OW&OC observamos que son asombrosamente coincidentes con las líneas maestras propuestas por el DCB para el Área de Matemáticas en la Secundaria Obligatoria. Haciendo mucho hincapié en los aspectos inductivos, diferenciales, histórico-genéricos,... Jan de Lange resume en *Mathematic, insight and meaning* (Utrecht, 1987) estos principios así:

1. Otorgar mucha atención a la "reinvención" que consiste en recrear conceptos y estructuras matemáticas sobre las nociones intuitivas (actividad).
2. Progresar en diferentes niveles de abstracción (diferenciación).
3. Guiarse más por el desarrollo histórico-genérico que por el método sistemático del contenido del material (planificación vertical).
4. Instruir significativamente, pegados a la realidad.

No obstante, nos sintamos o no nos sintamos identificados con la línea metodológica sugerida en los DCB, es seguro que con la lectura de estas unidades didácticas podremos encontrar sugerencias, ejemplos concretos y visiones diferentes de la enseñanza que nos ayudarán, en la situación actual, a dinamizar nuestras aulas, incentivando y motivando el trabajo de nuestros alumnos.

Estamos convencidos de que estos materiales van a contribuir a mejorar la calidad de nuestra enseñanza y a hacer más "populares" las matemáticas entre nuestros jóvenes.

En el Prólogo se indica para qué nivel ha sido diseñada cada una de las unidades.

La revisión y adaptación han sido realizadas por el Grupo GAUSS y el libro es distribuido por: Andrés García, C/ Perú, nº 1, 37003-SALAMANCA, Tnº 923-23 0206.

Mariano Domínguez Muro  
Salamanca

## ASPECTOS DIDÁCTICOS DE MATEMÁTICAS 3.

Varios autores.

I.C.E. Universidad de Zaragoza, 1990

El Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Zaragoza, viene organizando, desde hace algunos años, unos encuentros anuales, que por áreas, se convierten en bianuales, sobre Aspectos Didácticos de las mismas. La publicación de la que aquí hacemos referencia

corresponde a las ponencias de matemáticas del Encuentro celebrado en septiembre de 1989.

Se presentaron cinco ponencias, tituladas:

- “Información y control en educación matemática”, a cargo de J. M. Fortuny de la U.A. Barcelona.
- “Los medios audiovisuales en la didáctica de las matemáticas”, por el Grupo AG de Tecnología Educativa (Galdón, Domínguez, Ramírez y Gómez).
- “Posibles usos de la Historia de las Matemáticas en la enseñanza de las Matemáticas”, de Julio Sancho, I.B. de Alagón.
- “Visión didáctica de la estadística y el azar”, por José Colera, I.B. de Colmenar Viejo, y
- “Estimación: nuevas propuestas para el currículo de Matemáticas en Secundaria”, por Luis Rico de la U. de Granada.

J.M. Fortuny, nos habla de las funciones de los profesores de matemáticas en cuanto a la clarificación de los aspectos culturales de las matemáticas como información y el proceso de enseñanza/aprendizaje como control, en el sentido de tomar decisiones globales. Pasa después al estudio de las variables a tener en cuenta al desarrollar en las aulas un currículo: el análisis del contexto y los niveles de aprendizaje de los alumnos (en el sentido de Van Hiele) y a preferir el constructivismo como modelo epistemológico y psicológico de aprendizaje, pero este modelo exige, como todos, o incluso más que otros, la planificación de las fases en que cada actividad y estrategia se realiza: creación de un ambiente de aprendizaje, organización de las situaciones didácticas, ¿cómo tomar decisiones?, ...

Para que todo lo anterior no quede en “pura teoría” nos propone como modelos algunos talleres: Medida de la energía transferida, Medida de la ener-

gía oculta, Modelo geométrico de la energía, la energía interiónica, y la energía de la corriente. Termina su trabajo con cuatro tipos de tareas para la evaluación: guía de observación de las tareas, cuestionario autorreflexivo, pruebas de rendimiento conceptual, diagnosis y recursión, cuya misión es garantizar el control del proceso en cuanto a logros y eficiencia.

En la del grupo AG se apuesta por la utilización de dos aparatos “conocidos”: Retroproyector y Proyector de diapositivas, se explican sus prestaciones para la didáctica de las matemáticas, así como las “dificultades” de utilización, si no se dispone de un Aula-Taller de Matemáticas, adecuada, de la cual se describe como prepararla. A continuación se describen los materiales necesarios para confeccionar transparencias y las técnicas de creación de las mismas. Para terminar la exposición con un ejemplo de utilización para el tema de funciones (2º B.U.P.). Además, puesto que los autores apuestan por el uso sistemático de este material, aparece la lista de temas que ellos mismos tienen preparados con él.

El trabajo de Julio Sancho, se centra en dos aspectos:

- el interés de la historia de las matemáticas en el análisis didáctico de las dificultades de su aprendizaje, y
- el papel de la historia a la hora de diseñar actividades para la enseñanza de las matemáticas.

Y sobre ellos aborda “casos históricos”:

- el de la teoría de probabilidades, lo que le sucedió a D’Alambert
- Los obstáculos, que oculta habitualmente la presentación axiomática: ontogenéticos, didácticos, culturales epistemológicos
- la comprensión de los números negativos, tema estudiado por G. Glaeser, las dificultades para justificar la “regla de los signos”
- La noción de límite, fundamentado

con los estudios, parciales, de A. Sierpinski sobre los obstáculos de los tipos antes citados (no olvidemos que Anna es discípula, de Brousseau).

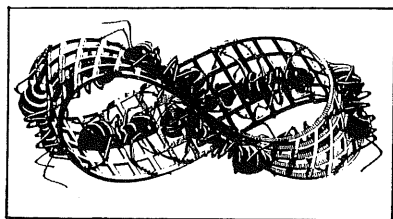
Para concluir se apuesta por conocer un tipo de historia de las matemáticas, hasta ahora poco desarrollada aún: la de los pequeños pasos dados en contextos concretos.

José Colera declara que, como se pretende que lo que el alumno aprende sea útil, formativo y placentero, el estudio de la estadística y del azar sale claramente favorecido. Pasa a proponer una manera de abordar el estudio de la estadística descriptiva, a través de tablas y gráficas, en la que el estudio de los parámetros estadísticos parte de meditar sobre qué se quiere medir para que se vaya adquiriendo el sentido poco a poco. Añadiendo a ello un estudio intuitivo de las distribuciones bidimensionales. Sobre Probabilidad plantea el estudio a través de situaciones, y juegos en los que se llegue a obtener las leyes del azar, en particular la ley de los grandes números. Pasando posteriormente al cálculo y a la experimentación de situaciones de probabilidad condicionada y compuesta.

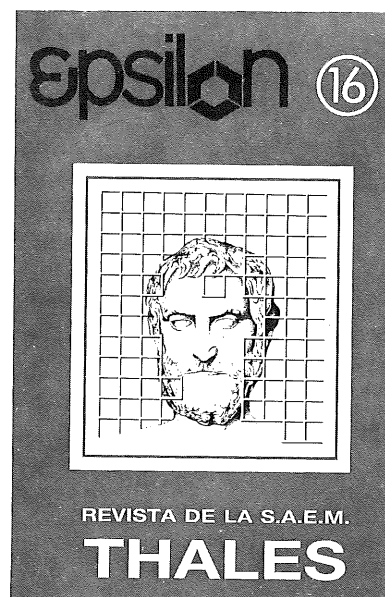
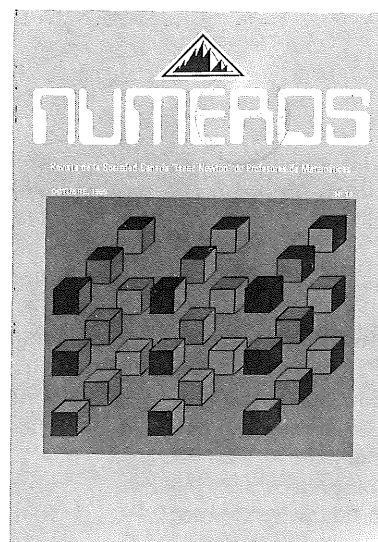
Luis Rico intenta analizar y solicita la reflexión de todos sobre el papel que las disciplinas tradicionales pueden y deben desempeñar en un sistema de educación obligatoria hasta los 16 años. En la segunda parte de su trabajo analiza con profundidad uno de los tópicos matemáticos más olvidados: Estimación. Sobre ella dice: “la Estimación exige y necesita un amplio desarrollo de habilidades a lo largo de un intervalo considerable de tiempo, por ello no debe singularizarse en uno o dos lecciones, sino tratarlo con todos aquellos tópicos que lo permitan”.

Florencio Villarroya  
S.A.P.M. “P.S. Ciruelo”

B O L E T I N  
AÑO I Nº 2  
T O R N A M I R A



SOCIEDAD NAVARRA DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS  
MATEMATIKA IRAKASLEEN NAHAR ELKARTEA



La redacción de “suma” quiere iniciar una subsección dentro de la información de libros y revistas destinada a dar a conocer todas las publicaciones de educación matemática que desde los centros de profesores, sociedades o similares vienen editándose.

Quiénes deseen colaborar en esta tarea deben enviar la información y dos ejemplares de la publicación a:

Santiago Fernández  
COP – PAT Txorierri  
Plza. Aketxe, s/n – Leioa  
VIZCAYA