Un problema interesante: "Maridos engañados en un pueblo integrista"

José Colera

Este articulo lo presento como humilde homenaje a Rafael Montoya (profesor, matemático, ajedrecista, amigo). Nos conocimos,jóvenes estudiantes, en Ceuta y compartimos durante muchos años largas horas jugando al ajedrez; resolviendo problemas de matemáticas, de ajedrez o de ingenio; preparando oposiciones; o, simplemente, charlando, conviviendo. Su trágica muerte, hace ahora un año, siendo director del Instituto de Tánger, nos desgarró a los muchos amigos que tenía y que lo recordamos como hombre inteligente, profundo, muy amistoso, extraordinariamente afable, ... entrañable.

El problema, primer enunciado

En un pueblo árabe hay mujeres que engañan a sus maridos. El Cadí, alarmado, emite un edicto en el que se ordena que el marido que tenga la seguridad de que su mujer le engaña la mate. Al cabo de 40 días amanecen ejecutadas las 40 mujeres que engañaban a sus maridos. ¿Qué razonamiento llevó a éstos a la seguridad de que la suya era una de ellas?.

Este problema con un enunciado muy parecido al que aquí doy, nos lo propuso Rafael Montoya en Ceuta, una noche del verano de 1965, en los jardines del Hotel la Muralla, a un grupo de amigos. Los demás, no matemáticos, mostraron poco interés y acabamos los dos en "un aparte", discutiendo sobre él. Llegamos a la conclusión de que para que la solución que le habíamos dado fuera inequívoca se requerían varios axiomas (pedanterías de jóvenes matemáticos) y sacamos algunas consecuencias curiosas. De modo que dimos al enunciado la forma axiomática que aparece a continuación.

Enunciado definitivo

En un pueblo árabe hay mujeres que engañan a sus maridos. El Cadí, alarmado, publica el siguiente edicto: puesto que en este pueblo hay mujeres que engañan a sus maridos, ordeno que todo marido que llegue a la conclusión de que su mujer le engaña la mate a las 12 de la noche del día en cuestión.

Dato para que se resuelva el problema 40 días después de publicado el edicto aparecen muertas las 40 mujeres adúlteras.

Pregunta. ¿Qué razonamiento llevó a cada uno de sus maridos a deducir inequívocamente que su mujer era una de ellas?.

Axiomas

1. Si una mujer engaña a su marido lo sabe todo el pueblo salvo él mismo.
2. Todos los hombres de ese pueblo son inteligentes.
3. Todos saben que los demás son inteligentes.

Consecuencias curiosas

- Si el Cadí, no tan integrista, se arrepintiera de la hecatombe que se avecinaba y enviara un emisario poco antes de las 12 de la noche para que convenciera a cada uno de los 40 maridos que no matara a su mujer, a la noche siguiente serían ejecutadas ¡todas las demás esposas del pueblo!.
- En lugar de 40 maridos, mujeres, noches, se podría poner, obviamente, n, cualquiera.

La solución. (Lector, si no conocías el problema no leas este párrafo. Intenta resolverlo por tu cuenta).

Resolvámoslo, paso a paso, empezando por simplificarlo al máximo:

¿Que pasaría si sólo hubiera una mujer adúltera?. Su marido, al leer el edicto, razonaría así: hay mujeres que engañan a sus maridos y yo no conozco a ninguna. Por tanto (Axioma 1) es la mía. ¿Y si hubiera dos?. Cada uno de sus maridos pensaría que era la del otro y daría por sentado que la mataría esa noche. Pero al ver que no lo había hecho razonaría (Axiomas 2 y 3) que el otro conocía otra. ¿Otra que yo no conozco? ¡La mía!.

Y así sucesivamente, por inducción, se puede llegar a cualquier número.

Anécdotas

Los problemas hermosos (y éste lo es a pesar del desaforado contexto con que se enuncia), se difunden sorprendentemente. Ignoro quién se lo contó o dónde lo leyó Rafael en aquella lejana época de estudiante. Cada uno de nosotros, a partir de entonces, lo hemos propuesto, con la versión axiomática, en múltiples ocasiones. Una de ellas fue en agosto del 78, en una cafetería de Santiago del Compostela, el día que terminó el XXX Congreso de la CIEAEM. Uno de los presentes era Luis Puig quien, posteriormente, lo contó a Fernando Cerdá. Ambos también lo han difundido extraordinariamente. Por cierto que este último tuvo hace dos años algunos problemas como consecuencia de la irritación que produjo a un grupo de feministas que se escandalizaron con el enunciado. Aunque parezca increíble, las protestas llegaron hasta la Secretaria de Estado para la Mujer, Carlota Bustelo, quien se hizo eco de su indignación No parece que el asunto fuera a más.

Hace unos días, en Pamplona, durante una sobremesa, nos lo propuso Luis Segarra a un grupo de matemáticos, curiosamente con los mismos axiomas que pusimos hace 25 años Rafael y yo.

Por lo demás hay que aclarar que este problema es muy antiguo y aparece, con enunciados ligeramente distintos pero siempre con el contexto de maridos engañados y pueblos árabes, en diversos libros de problemas de ingenio.

Explicaciones necesarias (¿necesarias?)

¿Hace falta decir que quieres consideramos hermoso este problema y, por tanto, lo difundimos, tenemos la convicción de que no puede ser ofensivo para nadie?. Más bien parece fruto de una actitud tremendista el ofenderse por un enunciado que es, de puro descabellado, ingenuo.

Con objeto de llevar al aula esta situación de aprendizaje tan interesante, haciéndola operativa, he diseñado la siguiente experiencia, en todo isomorfa a nuestro problema.

Una adaptación para el aula

Acudo al aula con 10 gorros (cucuruchos de tela o papel) negros y 9 blancos, que muestro a los alumnos.

10 alumnos y alumnas se sientan, en corro, a la vista del resto de la clase. Estos 10 son los que actuarán, pero pensarán y participarán todos.

A cada uno de los 10 les pongo en la cabeza un gorro. Cada uno ve el de los demás pero no el propio.

"El que llegue a la conclusión de que su gorro es negro, que se ponga de pie después de que dé un golpe en la pizarra". Pretendo, así, que si por ejemplo 6 de ellos tienen gorro negro, se levanten ellos y solo ellos después de 6 señales.

Lógicamente, para poder llegar a esto razonadamente hay que preparar el ambiente con una secuenciación adecuada.

Empezaré poniendo un sólo gorro negro (y el resto blancos) e iré ampliando, poco a poco, en sucesivas experiencias, el número de gorros negros.

Probablemente haya que repetir las primeras (1 negro, 2 negros) para que los alumnos se vayan familiarizando con la lógica del juego. Después de cada experiencia se procederá a un breve coloquio para que los alumnos expongan sus conclusiones. Así hasta que lleguen a una regla general del siguiente tipo: "Si hay 6 gorros negros,todos los que los llevan se levantarán al 6º golpe. Esto ocurre porque cada uno de los 6 ha razonado así: "Veo 5 gorros negros; cada uno de ellos ha de levantarse después del 5º golpe; si no lo hacen es que ellos también ven 5 gorros negros: los otros 4 y el mío; habré de levantarme al golpe siguiente, el 6º".

Cuando la regla general está perfectamente entendida, haré una última experiencia con truco: diré por escrito a los que tienen gorro negro que no se levanten; para que no se note la diferencia habré de darles también algún mensaje, irrelevante, a los que tienen gorro blanco. Si todo sale bien se acabarán levantando los que tienen gorro blanco.

Puesta en práctica

La experiencia la he llevado a cabo el 2/4/90 en el curso 1ºB del I.B. de Colmenar Viejo (Madrid) durante 40 minutos.

La profesora de matemáticas de estos alumnos, Mª Angeles Isidro, les tiene acostumbrados desde principio de curso a la resolución de problemas "de pensar". Estos alumnos poseen un notable hábito de discurrir en situaciones nuevas y una extraordinaria actitud hacia este tipo de problemas. Me encontré, pues, con un magnífico ambiente.

Situamos las mesas pegadas a las paredes. Se colocaron 10 alumnos sentados en corro en el centro del aula.

Presento el problema ("es un juego para pensar, no solo los 10 que actuarán, sino la totalidad de la clase"). Les muestro los gorros (risas). Obtienen una primera conclusión: "Puesto que solo hay 9 gorros blancos, seguro que a alguno le vas a poner gorro negro".

Pongo 9 blancos y 1 negro (muchas risas). Doy la señal (un golpe en la pizarra). La chica que tiene gorro negro no se levanta. Todos la miran. Toma la palabra: "me parecía que tenía gorro negro, pero no estaba muy segura de lo que debía hacer. Creo que no he entendido bien el problema". Varios intentan explicárselo a la vez. Al final lo hace una de ellos con toda claridad.

Se repite la experiencia con un solo gorro negro. Sale correcto.

2 gorros negros y 8 blancos. Primer golpe. Segundo golpe y no se levanta nadie. Algunos de los observadores se mueven inquietos y cuchichean. Doy un tercer golpe y se levantan dos chicos: uno con gorro negro y otro con gorro blanco. (Risas y murmullos). Este se mira el gorro y queda extrañado. Toma la palabra una chica del público. ("El lo ha hecho bien", dice señalándolo). Varios de ellos, sucesivamente, explican lo ocurrido y sacan consecuencias. Nos aproximamos a una regla general.

Se repite la experiencia con diversos números de gorros negros. Sale siempre correctamente. Puesto que ya parece comprendida la lógica del juego, lo concluimos así: Pongo 4 gorros negros y 6 blancos. a todos ellos les doy un papelito ("léelo sin que lo vean los demás" les digo). El que doy a los que tienen gorro negro dice: "Esta orden anula la que te he dado de palabra: aunque llegues a la conclusión de que tu gorro es negro *no te levantes*". El papel que les doy a los que tienen gorro blanco dice: "Si has de levantarte, cuando lo hagas *sujétate el gorro con las dos manos*". Al cuarto golpe nadie se levanta. Al quinto lo hacen, sujetándose el gorro con las dos manos, cinco de los seis que lo tienen blanco. (Perplejidad). La chica que no se ha levantado dice que lo iba a hacer pero que no se ha decidido a hacerlo porque ha visto que los que se levantaban eran los de gorro blanco. "¿ Y tú de que color lo tienes?". "Negro"."Míratelo" ...(Muchas risas. Alboroto).

"¿Qué creéis que ponían los papeles que les dí?". Tras dos o tres versiones fallidas, un chico con gorro blanco atina con el tipo de mensaje que tenían los de gorro negro y, a continuación, uno de éstos da una versión correcta del otro mensaje.

Se les pide a los alumnos que hagan una redacción (breve, pues están de lleno en exámenes trimestrales) del problema que acaban de vivir. Incluyo alguna de las versiones, o fragmento de ellas.

Un bonito e imprevisto epílogo

Comentando con la profesora del curso (Mª Angeles Isidro) el desarrollo de la sesión, se le ocurrió una estupenda idea: mañana les propondré el problema original (el del pueblo árabe) a ver si lo relacionan con éste y cómo lo resuelven.

Así lo hizo. Me cuenta el desarrollo de la sesión. He aquí algunos detalles: A los tres o cuatro minutos de enunciado, un alumno, e inmediatamente otro, le llaman para comentarle en voz baja: "éste es igual que el de los gorros". Al cabo de media hora, aproximadamente, lo ha resuelto más de la mitad de la clase. Se comenta en gran grupo.

Algunos de ellos se encontraron con dificultades no previstas por nosotros: por tratarse de un pueblo árabe consideraron que cada marido podía tener más de una mujer. Así, ¡menudo problema!

EL JUEGO DE LOS GORROS BLANCOS Y NEGROS

Este juego, es un juego de pensar, de razonar (de lógica). Consiste en lo siguiente:

(Por ejemplo). Yo tengo nueve gorros blancos y diez gorros negros. Juegan diez personas que se sientan formando un círculo. Pongo un gorro ~~a~~ blanco a cada uno de ellos excepto a uno que se le pondré negro, pero ellos no saben el color de su gorro, sólo ven el de sus compañeros. El del gorro negro verá nueve gorros blancos y el suyo no le verá, entonces cuando yo de un golpe en la mesa el del gorro negro se levantará y explicará cómo ha adivinado que era su gorro el de color negro.

Este juego cada vez se puede complicar un poco más. (ejmp.) Si yo pongo 8 gorros blancos y dos gorros negros, los que tienen el gorro negro sólo ven uno negro, pues el suyo no le ven y pensarían que en el primer golpe se levantará el del gorro negro, pero, al ~~haber dos~~ no levantarse, miraran haber de qué color tienen el gorro los otros compañeros y al no ver otro negro en el segundo golpe se levantarían los dos y tendrán que explicar cada uno, porqué han adivinado el color de su gorro, y la respuesta sería: Porque yo veía un gorro negro y al ver que él no se había levantado pensé que el mío también sería negro.

- Ningún jugador sabe el nº concreto de gorros negros, siempre pensarán que hay los que ven más uno (el suyo)

Si pusiera cuatro gorros negros hasta el cuarto golpe no se levantará nadie y en el cuarto se levantarán las cuatro personas que tenían gorros negros.

Igual pasaría si pusiese 5, 6, 7, 8 y 9 gorros negros (que hasta el quinto, sexto, séptimo, octavo o noveno golpe no se levantaría nadie).

Si pusiese los diez gorros negros hasta el décimo golpe todos estarán sentados, pero en el décimo todos se levantarían.

Este juego se puede complicar aún mucho más, si, además de repartir los gorros blancos y negros mezclados, damos mensajes a los jugadores. (ejmp.) Repartimos 5 blancos y 5 negros.

Si a todos los de los gorros blancos les damos un mensaje que diga:

- Si estás seguro de tener gorro negro levántate con las dos manos en la cabeza

Y a los de gorro negro:

- Si estás seguro de tener gorro negro no te levantes.

Y al final se levantarán los de gorro blanco con las dos manos en la cabeza y los de los gorros negros se quedarían sentados.

No hay suficientes gorros blancos para todos pero...

¿Si diéramos un gorro blanco a cada uno ¿qué pasaría?

Pues que al primer golpe todos se levantarían.

Fátima Virginia López García. 1ºB Nº 26.

¡Aun más difícil!

Si a cada persona de gorro oscuro se le da un papel diciendo:

"¡No te levantes! ocurra lo que ocurra!"

y a cada persona de gorro blanco:

"levántate cuando creas que tienes gorro negro".

¿Qué ocurrirá?

Simplemente que los blancos se levantarán creyendo que son negros y los negros se quedarán sentados ya que el mensaje les ordenaba que no se levantaran.

— Las 37 degolladas —

Nada más plantearnos el problema no lo relacionamos con el de los gorros; intentamos resolverlo de forma individual

Es un problema similar al de los gorros, las diferencias están en que

- En este último planteamiento no se nos indicaba el nº de personas del pueblo.
- Dentro de las mujeres se podían incluir las del califa (esta idea la desechamos, más tarde pues las mujeres del califa están lo suficientemente aisladas)
- Cabe la posibilidad de que cada hombre tenga 2 ó más mujeres (sería fácil saber si alguna es infiel. pero ¡Cuál!)

Desechando estas 2 últimas posibilidades, es decir - no incluyendo a las mujeres del califa y suponiendo que cada hombre tuviera una mujer - y con la sugerencia de que simplificásemos el problema, lo relacionamos con el de los gorros encontrando la solución.

Esta tarde intentamos terminar el problema suponiendo que cada hombre tuviese 2 (ó más mujeres) verdaderamente la cosa se complica, y lo único que podemos añadir es que seguimos pensando en él utilizando la metodología del problema de los gorros.

Agradeceríamos sugerencias para la continuación;

Susana Sanz Gil
Amaya Gartelu
Esther Llorente
Ana Carretero

Opinión Personal → En mi opinión, este juego - experiencia, es una gran ayuda para nosotros, ya que nos fomenta a utilizar la lógica en algunos problemas matemáticos, y un desarrollo en nuestro cerebro al mayor comprendimiento del discurrir lógico o de sentido común (como también se le llama). También este juego lo podemos considerar como un apoyo o refuerzo a pensar más en los problemas y en otro tipo de situaciones cotidianas. En fin, me ha parecido una experiencia positiva y de un grandísimo apoyo al desarrollo de nuestras facultades mentales. Pienso que experiencias como esta deberían repetirse, tanto en esta como en otra asignatura.

David

La curiosa historia de...

La dignidad de los diplomáticos, puesta en entredicho

Una vez terminados los estudios universitarios en su ciudad natal, Leipzig, y de conseguir su doctorado en la Universidad de Altdorf, en Nuremberg, en 1667, a los 21 años, rechazó Leibniz la oferta de una cátedra de derecho en esa misma Universidad, y ya no se dedicaría nunca en su vida a la enseñanza (al contrario que Newton, por ejemplo).

Entró, en cambio, al servicio del Príncipe Elector de Mainz como embajador profesional y consultor jurídico, cargo que ocuparía hasta 1676 (los años más fecundos de su vida, desde el punto de vista de su obra matemática), para entrar a continuación al servicio de la casa de Hannover, también como diplomático, consejero jurídico historiador-cronista y bibliotecario, cargo en el que permanecería ya hasta su muerte en 1716.

Este tipo de actividad exigía hacer frecuentes viajes por toda Europa y ocuparse de asuntos muy diversos, que impidieron a Leibniz hacer un estudio reposado y a fondo de la matemática de la época. Todo ello vino a dificultar considerablemente el que las ideas matemáticas de Leibniz sobre el nuevo "cálculo infinitesimal" pudieran desarrollarse y madurar en la calma y el reposo necesarios.

Erich Temple Bell, en su famoso libro *Men of Mathematics,* dedicó a Leibniz un capítulo titulado elogiosamente "*Master of all Trades*" (es decir, "*Maestro en todos los oficios*"), capítulo que termina con las siguientes palabras, refiriéndose a la profesión de diplomático que ejerció Leibniz durante largos años:

"There is but one profession in the world older than his, and until that is made respectable, it would be premature to try any man for choosing diplomacy as his means to a livelihood".

Es decir: "No hay más que una profesión en el mundo que sea más antigua que la suya, y mientras ésta no consiga hacerse respetable, sería prematuro juzgar a un hombre cualquiera por el hecho de elegir la diplomacia como medio de ganarse la vida".

Mariano Martínez Pérez