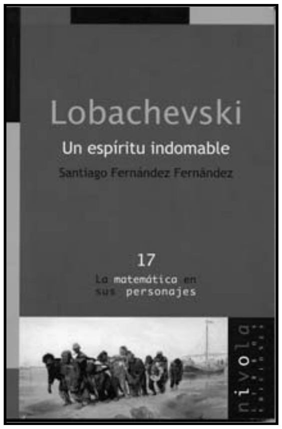
SUMA 49
Junio 2005, pp. 113-117

Lo que parece antinatural no tiene por qué ser imposible



LOBACHEVSKI. UN ESPÍRITU INDOMABLE
Santiago Fernández Fernández
Nivola, libros y ediciones
Madrid 2004
ISBN 84-95599-69-4
240 páginas

Que Santiago Fernández es un tipo culto, persona entrañable, amante de las matemáticas y de conversar sobre ellas, lo sabía desde hace muchos años. Su interés por el mundo ruso del s. XIX lo he intuído después, cuando recibí su libro sobre Lobachevski. La portada que ha elegido no podía ser casual. El contraste de los miserables sirgadores del cuadro de Ilya Repin debajo del nombre del matemático ilustre, habla de una sociedad arcaica y despiadadamente feudal que sin embargo encerraba una enorme potencialidad de creación individual y colectiva. Es además una llamada a la solidaridad, a la advertencia de que más allá de la torre de marfil del geómetra puro está la base social que le permite desarrollar su labor. Una contextualización política nada habitual en el platónico mundo de las matemáticas y sus publicaciones.

> *La portada de este libro es una llamada a la solidaridad, a la advertencia de que más allá de la torre de marfil del geómetra puro está la base social que le permite desarrollar su labor.*

¿Recordáis la película de Eisenstein *Iván el terrible*? ¿Aquella llamada —*¡A Kazán!*, *¡A Kazán!*— sobre las filas de soldados que depositan una piedra antes de ser encaminados al asedio de la ciudad? A la vuelta, el número de piedras sin recoger indicaba el número de bajas. Buscad Kazán en el mapa.

Ángel Ramímez Martínez
IES Sierra de Guara (Huesca).
Sociedad Aragonesa de Profesores de Matemáticas Pedro S. Ciruelo.

Tampoco en la época soviética parece que llegara a ser un núcleo especialmente importante. Imagino que debió serlo antes del asedio de Iván. Las matemáticas, desde luego, pueden saltar barreras políticas y espaciales, pero la problemática generada por el quinto postulado de Euclides no se dirigió hacia San Petersburgo ni llamó a la puerta de Ostrogradski —de familia adinerada y con estudios en Europa[1]— sino que eligió a una persona salvada de su limitada predestinación social por el esfuerzo de su madre en el centro de unas estepas olvidadas por el paso de los tiempos.

¿Abandonó Lobachevski alguna vez Kazán a lo largo de su vida? Santiago nos presenta a un provinciano de miras muy abiertas, preocupado por su ciudad y sus ciudadanos, buen gestor, profesor preocupado por la didáctica, empirista convencido, insertado a pesar de su situación periférica con las líneas de trabajo matemático y de pensamiento europeas, y pilar básico sobre el que su universidad se asienta para dar sus primeros pasos.

Las matemáticas, como cualquier otra actividad humana, son el resultado de una creación colectiva desarrollada mediante diálogos anacrónicos, diacrónicos y/o contemporáneos entre un grupo mucho más amplio de personas que el que recogen los manuales, permitido y sostenido con distintas variaciones por las sociedades de cada época.

La continuidad del devenir histórico

La ideología de cada cual le hará opinar de una u otra manera sobre las catástrofes o la continuidad como modelo evolutivo de la Historia. Podemos pensar también en una síntesis, pero ello supone admitir que las catástrofes se preparan cuidadosa e inconscientemente por el azar, las personas y el entorno social. Desde el punto de vista de la evolución interna de las matemáticas, la visión que proporcionan muchos manuales de historia es la de una serie de catástrofes —léase aportaciones de matemáticos más o menos brillantes— más o menos cercanas entre sí. Una especie de bosque abierto —como el de sabinas— en el que cada árbol-catástrofe crece con libertad casi absoluta. Sabe que existen —o existieron— "los otros" pero es cuasi-autónomo. Un avance, en cualquier caso, respecto a modelos más trasnochados que lo fiaban todo al genio, pero la ausencia de conexiones entre los árboles termina produciendo insatisfacción. El modelo debería ser más bien un bosque con maleza; con mucha maleza sin la cual no podría prosperar. Es decir: las matemáticas, como cualquier otra actividad humana, son el resultado de una creación colectiva desarrollada mediante diálogos anacrónicos, diacrónicos y/o contemporáneos entre un grupo mucho más amplio de personas que el que recogen los manuales, permitido y sostenido con distintas variaciones por las sociedades de cada época.

Desde la lista de postulados de Euclides hasta el grupo de Gauss, los Bolyai, Lobachevsky y Riemann, los nombres de Proclo, Ibn Qurra, Omar Jayan, Al-Tusi, Wallis, Saccheri, Lambert, Playfair (a él se debe el enunciado del quinto postulado en términos de paralelas), Legendre, Schweikart, Taurinus, etc., testimonian sobre un primer y temprano malestar acrecentado con el transcurso del tiempo hasta la respuesta colectiva del XIX, que se produce cuando tiene que producirse: cuando la exploración del problema ha terminado de convencer de que —en palabras de Gauss— *No hay que confundir lo que nos parece antinatural con lo que es absolutamente imposible*; cuando se han conseguido convencimientos personales en grado suficiente como para buscar descaradamente lo antinatural.

La "maleza", esa imprescindible masa de matemáticos-maleza que cubren los espacios entre los matemáticos-árboles, desaparece muchas veces de los manuales. En el amplio índice del Boyer no figuran Schweikart ni Taurinus. Sí los cita Bell[2], pero su breve referencia no hace justicia al apasionamiento con que sin duda trabajaron y que puede sentirse en el resumen de sus ideas que incluye Santiago en su libro. A pesar de los olvidos, los actores secundarios son fundamentales para el buen desarrollo de una historia. Saccheri *construye una nueva teoría sin contradicciones lógicas partiendo de la hipótesis del ángulo agudo*[3], Lambert conjetura que esa hipótesis *se verifica en una esfera de radio imaginario*, la fórmula de Schweikart para el límite superior del área de un triángulo en su geometría astral se diferencia de la de Gauss sólo en el valor de una constante y Taurinus —convencido de la certeza de su geometría— se sorprende de que *un asunto evidente pueda permanecer oculto durante mucho tiempo incluso a los hombres más perspicaces*. Un ejemplo más: la fórmula de Lobachevski, Janos Bolyai y Gauss para el ángulo de paralelismo es la misma que la de Taurinus.

A pesar de las incomprensiones y de los desconocimientos —Lobachevski partía de una situación mayor de aislamiento que Gauss y Bolyai— eran demasiados pasos hacia lo antinatural como para que finalmente no se terminara de andar el camino.

Tomar en serio lo “antinatural”

Santiago explica cómo se dieron los “pequeños” pasos. Con audacia, desde luego, pero con las herramientas disponibles en ese momento. Sin duda por mi desconocimiento anterior de la profundidad de estas etapas intermedias, me ha sorprendido el papel que jugaron en ellas la trigonometría esférica y las funciones hiperbólicas. ¿Acaso podría haber sido de otra manera? Nadie crea a partir de la nada. Incluso como docentes pensamos poco, por ejemplo, en el hecho de que el currículo de bachillerato es un bonito ejemplo de revisiones sucesivas de ideas viejas —me refiero al tiempo de nuestros alumnos y alumnas— con enfoques nuevos.

Pero hay algo más. En matemáticas se dispone desde el s. XVII de una potente herramienta: un álgebra libre, independizada gracias a su particular lenguaje simbólico. Perdida la guía de la intuición, desorientada incluso por los caminos que la lógica obliga a transitar, es posible continuar la marcha gracias al álgebra-lazarillo que guía al matemático ciego que no puede de momento utilizar modelos plásticos. Las ecuaciones, independientemente de su conexión con la realidad material, tienen vida propia. Cuando ofrezcan un resultado se puede cerrar el círculo y construir entonces, con más información, el modelo “real”. Fielker teatralizó muy bien estos procesos matemáticos de revisión y búsqueda a oscuras —pero con fe— de lo antinatural, en aquel excelente artículo en el que cuenta cómo propone a sus alumnas y alumnos que busquen un polígono de 2’5 lados. El punto de partida había sido el estudio de la evolución de los valores de los ángulos de un polígono regular según su número de lados. Advierte Fielker que *forma parte de la esencia de las matemáticas tomar en serio preguntas como ésta*.

> *Si el hilo conductor de la historia de las matemáticas es su imparable tendencia hacia la algebrización, la investigación que ilustra de forma paradigmática sobre la naturaleza de esta especial actividad de los seres humanos bien puede ser la búsqueda de las geometrías no euclídeas.*

Mi segunda sorpresa desde el punto de vista internalista ha sido que sabiendo cómo funcionan este tipo de procesos no los hubiera supuesto antes en la búsqueda final de la geometría hiperbólica. Santiago nos explica que *el trabajo de Taurinus es básicamente algebraico. Es la primera vez que se aborda el problema de las paralelas sin recurrir a figuras o razonamientos estrictamente geométricos*. Ello no le impide obtener el área de un triángulo conocidos sus lados, la longitud de una circunferencia, la superficie y el volumen de una esfera, etc. De nuevo la pregunta anterior: ¿podría haber sido de otra manera?

Queda luego, claro, el empirismo insatisfecho de Lobachevski —también sus trabajos son analíticos y sin dibujos que los acompañen— que intenta comprobaciones experimentales de su teoría pero no puede concluir nada por la imprecisión de los instrumentos de medida de su época.

***

Si el hilo conductor de la historia de las matemáticas es su imparable tendencia hacia la algebrización, la investigación que ilustra de forma paradigmática sobre la naturaleza de esta especial actividad de los seres humanos bien puede ser la búsqueda de las geometrías no euclídeas. Tengo que agradecer a Santiago la oportunidad que me ha dado de volver sobre todo esto, aportándome de forma amena muchos datos e ideas que no conocía y haciéndome revisar las que tenía archivadas. Hay en su libro mucho más de lo que he comentado. Da para hablar sobre Rusia, sobre ética y la dignidad de los seres humanos, sobre las fascinantes consecuencias matemáticas en el s. XX del agitado s. XIX (aparecen también en el libro Beltrami, Poincaré, Klein, etc.), incluso sobre el amor (no tuvo suerte Lobachevski y me apetecería conjeturar con Santiago por qué) ...

El carácter de divulgación general de la colección de Nívola ha obligado a Santiago a guardar en el tintero muchas cosas. Ojalá se anime a ofrecernos una segunda parte. ■

NOTAS

1 No conocía datos personales de Ostrogradski. Me ha sorprendido su fuerte conservadurismo: *Todo lo que no he comprendido de la geometría de Lobachevski está por debajo de lo mediocre*.

2 Me refiero a las dos obras clásicas de ambos autores. Boyer: *Historia de la matemática* y Bell: *The Development of Mathematics*.

3 Equivalente a que la suma de los ángulos de un triángulo es inferior a dos rectos.

Geometría y diseño de objeto cotidianos

GEOMETRÍA COTIDIANA. PLACERES Y SORPRESAS DEL DISEÑO
Claudi Alsina
Rubes
Barcelona, 2005
ISBN 84-497-0017-5
140 páginas

Si en *Contar bien para vivir mejor* nos descubría facetas novedosas que hacían que los números nos ayudaran en el difícil empeño de la vida, ahora en el libro que comentamos el autor la emprende con los aspectos geométricos de los objetos que nos rodean, que creíamos conocer, pero solo era, en la mayoría de los casos, de forma aparente. Porque Claudi Alsina, como los magos, nos hace resaltar en muchos de ellos cualidades que no habíamos percibido y que sin embargo están ahí y en muchos casos tienen que ver con la geometría.

El objeto confesado del libro es *que a pesar de las miserias humanas y del consumismo feroz, no deja de ser un reto intentar* racionalizar *y* optimizar, *aunque sea formalmente, el diseño de formas útiles para que cumplan dignamente unas funciones. Y en este proceso, la geometría tiene mucho que aportar: el fin último de estas páginas es que usted lo descubra.*

Y uno se adentra en sus páginas avanzando entre objetos cotidianos: clips y mecedoras, escaleras y tapones, pinzas y lápices, latas y tetrabricks, diamantes y trompetas,..., entre muchos otros. Lo hace contando curiosas historias, citas chispeantes (como *El huevo es una forma perfecta, aunque esté hecha con el culo*, de Bruno Munari) y agradables sorpresas, que para cada uno serán diferentes. Yo señalaré algunas de las que a mí me han llamado la atención. Así, en el capítulo 3 (*Una visita a prismas y cilindros*), nos encontramos con Piet Hein (el diseñador de juegos como el Soma o el Hex) y su sorprendente y geométrico diseño de la plaza Sergel de Estocolmo; y también, más adelante, mediante brocas apropiadas (que tiene que ver con el triángulo de Reuleaux) la forma de lograr taladrar agujeros cuadrados y ¡hasta hexagonales!

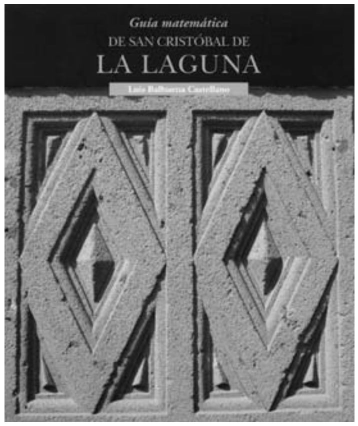
O en la visita a *El país de las cajas* (capítulo 4) nos encontramos con ‘cajas divinas’, que tienen que ver con la proporción áurea, y también con cerámicas o muebles comercializados asociados al mismo número. Y en *Un mundo esférico* (capítulo 6) nos endulza el diseño de los chupa-chups o la relación entre la famosa ópera de Sydney y las manzanas. Y encontramos inesperadas relaciones entre famosos personajes: *Supongo que les habrá parecido raro que la palabra revolución sirva, a la vez, para designar un violento conflicto social y las pobres figuras geométricas del espacio que se obtienen al girar una curva plana alrededor de un eje determinado. Aclarar la conexión Che Guevara-Euclides queda, pues, como tema abierto salvo que se conforme con la idea de que los revolucionarios desean dar un ‘giro’ a la situación.*

A pesar de que el título es muy apropiado para el contenido, enlazando con su libro anterior podría haberse titulado “Geometrizar bien para vivir mejor”. Y en ese objetivo tan importante para las matemáticas de hacerlas visibles en nuestro entorno más próximo, aporta una cantidad enorme de ejemplos y perspectivas inesperadas, resaltando el esfuerzo, el conocimiento y la imaginación que supone cualquier diseño perdurable.

Por terminar, se puede decir que recrea de forma escrita el clímax de las celebradas charlas del autor, con sus sorpresas, sus informaciones y conexiones sorprendentes, su calidez y esa cualidad tan propia de los grandes comunicadores de hacernos percibir toda una nueva gama de matices incluso en los paisajes que creíamos conocer muy bien. Si alguien no le ha oído nunca todavía es una buena forma de descubrirlo. Todos los demás podrán volver a degustar, de forma tan pausada como quieran, el sabor de sus conferencias. ■

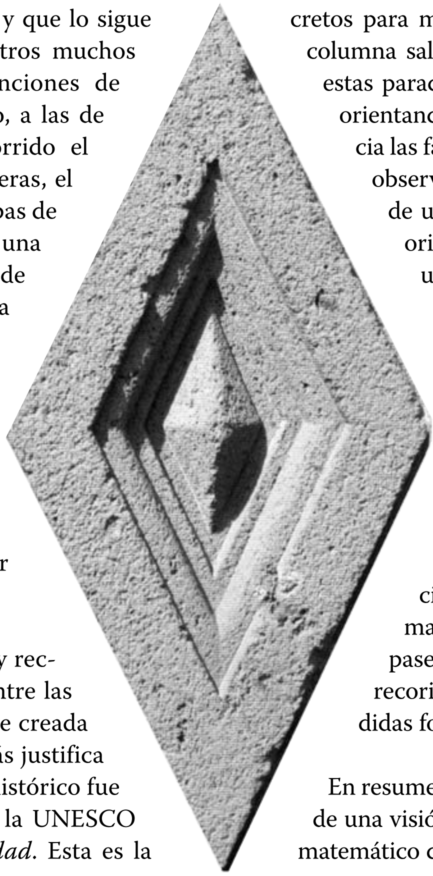
Fernando Corbalán
IES Ángel Sanz Briz, Casetas, Zaragoza

Entre rombos y simetrías. Un paseo por la Laguna



**GUÍA MATEMÁTICA
DE SAN CRISTOBAL DE
LA LAGUNA**
Luis Balbuena Castellano
Servicio de Publicaciones de la Caja Gral. de Ahorros de Canarias
La Laguna, 2004
ISBN 84-7985-195-04
208 páginas

El polifacético Luis Balbuena, que lo ha sido casi todo en el mundo de la educación matemática y que lo sigue siendo cada día desde sus clases y en otros muchos foros; añadiendo además ahora sus funciones de Consejero del Consejo Escolar del Estado, a las de innovador nato, después de haber recorrido el mundo de los relojes de sol, el de la banderas, el de los bordados y hasta el mundo de las tapas de las alcantarillas, nos sorprende ahora con una guía peculiar de su ciudad, San Cristobal de La Laguna. Y como no podía ser menos la guía es una guía matemática.



San Cristobal de La Laguna, fundada cuatro años después del descubrimiento de América por Alonso Fernández de Lugo y antigua capital de las Islas Canarias por decisión de los Reyes Católicos es la ciudad universitaria por escelencia.

La Laguna es una ciudad de calles largas y rectas lo que le da una personalidad única entre las ciudades canarias. Esto es debido a que fue creada sobre el lecho de una laguna lo que además justifica su nombre. Es una ciudad bella. Su casco histórico fue declarado el 2 de diciembre de 1999 por la UNESCO *Bien Cultural Patrimonio de la Humanidad*. Esta es la ciudad que Luis declara con pleno derecho suya, aunque no sea lagunero de nacimiento. Nos presenta en este libro una guía matemática de la ciudad distribuyéndola en ocho zonas y proponiéndonos otros tantos paseos para recorrerla y abarcarla.

En cada uno se nos sugiere que nos paremos en rincones concretos para mirar una ventana, una reja un capitel o una columna salomónicamente retorcida sobre sí misma. En estas paradas, el eje de la mirada variará su angulación orientando nuestra vista hacia los edificios delante, hacia las farolas arriba, pero también hacia el suelo, para observar los rombos del mosaico grabado en la tapa de una alcantarilla o hacia el cielo a través de los orificios verticales de una escultura tubular en una plaza.

Los rombos y las simetrías constituyen un hilo conductor de estos pasesos. El que él bautiza como *rombo lagunero* será el *leit motiv* que unirá las distintas piezas.

Un extenso glosario, al final, que realmente es mucho más que una simple lista de definiciones sirve para complementar la información –y la formación matemática– del lector no matemático, ayudándole a entender lo que en los paseos puede ver y, a quien sólo pueda hacer el recorido a través de esta magnífica guía, las esplendidas fotos que acompañan.

En resumen, nos encontramos ante un libro que, a través de una visión de lo local, convierte en universal el interés matemático de la ciudad de la La Laguna ■

Francisco Martín Casalderrey
sumadireccion@fespm.org

Fachada lateral de la casa Anchieta

Hornacina y simetría

Fotos tomadas de *Guía matemática de San Cristobalk de la Laguna.*

Luis Balbuena Castellano