SUMA 49

Junio 2005, pp. 25-32

Las hipotecas y la tasa anual equivalente

La mayor parte de nosotros hacemos uso de los créditos que nos ofrecen las entidades financieras para la adquisición de distintos bienes, sobre todo la vivienda. En este artículo pretendemos mostrar las matemáticas que se encuentran debajo de estas operaciones financieras, evitando en lo posible el lenguaje financiero. También introducimos el concepto de la Tasa Anual Equivalente (TAE) que nos sirve para comparar los distintos créditos, así como un programa para DERIVE que nos permite calcularla en distintas situaciones.

Bank loans meant for property acquisition, mainly home acquisition, are commonplace to most of us. This article intends to show the mathematics underlying in financial operations, regardless of financial language when possible. The concept of Annual Percentage Rate (APR), which helps us compare the different loans, is also dealt with, as well as a programme for DERIVE, which will enable us to reckon it in different situations.

En el número 38 de la revista SUMA podemos leer una viñeta de Antonio Fraguas "Forges" incluido dentro del artículo de Fernando Corbalán en cuyo texto se puede leer:

> Mi teoría es que nos enseñan tan mal las matemáticas para que cuando seamos mayores no nos enteremos de lo que nos roban en las hipotecas.

Tras ese chiste, se esconde una realidad asumida por muchas personas; las informaciones que solicitamos a los bancos referidas a los préstamos sólo se pueden calcular mediante el ordenador del propio banco. De este modo, los bancos actúan como auténticas *cajas negras* a las que nosotros acudimos con nuestros datos y nos devuelven la cuota que tenemos que pagar, sin que nada más podamos hacer para comprender lo que está sucediendo.

Las matemáticas que se esconden bajo las hipotecas están al alcance de un alumno de primero de Bachillerato.

Sin embargo las matemáticas que se esconden bajo las hipotecas están al alcance de un alumno de primero de Bachillerato, pues sólo se necesitan logaritmos y exponenciales para comprenderlas. De hecho, en la mayor parte de los textos y programas de la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales se incluye un apartado dedicado a las matemáticas financieras, pero en la mayoría de los casos (al menos en los que nosotros hemos podido consultar) el capítulo se detiene en las *anualidades de amortización*, quedando más como un hecho anecdótico, que como una aplicación útil y real. No obstante, casi todos nosotros utilizaremos créditos para adquirir algunos de los bienes que necesitaremos (sobre todo la vivienda) y estamos perdiendo una oportunidad de introducir a los alumnos en unos contenidos que pueden resultarles realmente útiles en el futuro y que, desde luego, forman parte de una educación para el consumidor que no debemos dejar de lado.

Francisco Javier Pascual Burillo
IES Enrique de Arfe. Villacañas. Toledo.
Ana Rosa Romero Ramos
IES Garcilaso de la Vega. Villacañas. Toledo.

En el presente artículo pretendemos exponer estos contenidos evitando en lo posible los términos *financieros* que nos los hacen inaccesibles (quizá quieren hacernos creer que las matemáticas financieras son incomprensibles). Estos contenidos están pensados para su incorporación en el currículo de matemáticas del Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales.

Los préstamos. El método de amortización francés

Los préstamos son una operación financiera mediante la cual, alguien que tiene una cierta cantidad de dinero se la cede a otro individuo con la condición de que se lo devuelva. En la realidad, la primera de estas dos personas suele ser una entidad financiera (un banco, caja de ahorros, etc), mientras que la segunda de las personas somos cualquiera de nosotros. En estos casos, lo normal es que la cantidad que tenemos que devolver al banco sea superior a la que nos ha prestado, puesto que tenemos que devolver también los *intereses*.

Los préstamos son una operación financiera mediante la cual, alguien que tiene una cierta cantidad de dinero se la cede a otro individuo con la condición de que se lo devuelva.

Una de las formas más comunes de devolver un préstamo es el conocido como método francés, en el cual pagamos unas cuotas constantes, parte de las cuales va destinada a pagar la deuda y otra parte a devolver los intereses generados por el capital pendiente de devolver. Este método de amortización está representado gráficamente en la figura 1.

C_i: Deuda al inicio del período i
A: Cuota
A_i: Amortización efectiva en el período i
I_i: Interés del período i

Figura 1. Representación gráfica de la amortización de un préstamo en cuatro cuotas constantes.

Cálculo de la anualidad

La *anualidad* es la cantidad que tenemos que pagar cada año para devolver el préstamo, pero como en la práctica las cuotas que se pagan son mensuales, tiene más sentido hablar de mensualidad. No obstante, el tipo de interés que nos ofrecen los bancos suele ser anual y para poder realizar los cálculos debemos hacer que el interés sea mensual. Esto lo conseguimos dividiendo la cantidad que aparece en el contrato con el banco entre 1200, así obtenemos el tanto por uno efectivo mensual que denotaremos a partir de ahora por i.

Para calcular la mensualidad que tendremos que pagar debemos tener en cuenta que el capital en que se convertirían todas las mensualidades al cabo de n meses debe ser igual a la cantidad en la que se transformaría la deuda C_0 a interés compuesto i durante ese período. (Es lo que se conoce como *equivalencia financiera* al final del período).

Así, el capital inicial C_0, al cabo de n meses se convertiría en $C_0 \cdot (1 + i)^n$. Para calcular el capital al que equivalen todas las mensualidades, observemos las siguiente tabla:

Cuota	Tiempo (meses)	Valor final
A	n-1	$A(1+i)^{n-1}$
A	n-2	$A(1+i)^{n-2}$
A	n-3	$A(1+i)^{n-3}$
...	...	...
A	2	$A(1+i)^2$
A	1	$A(1+i)^3$
A	0	A

Se puede observar que la primera mensualidad está un mes menos, ya que la mensualidad la pagamos al final del mes, mientras que el dinero lo recibimos al inicio.

Entonces $C_0 \cdot (1 + i)^n$ tiene que ser igual a la suma de los valores situados en la última columna, que es una progresión geométrica, de donde obtenemos que

$$C_0 \cdot (1+i)^n = A + A\cdot(1+i) + \ldots + A\cdot(1+i)^{n-2} + A\cdot(1+i)^{n-1} =$$
$$= A \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

y, despejando A, obtenemos el valor de la mensualidad

$$A = C_0 \cdot \frac{i\cdot(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \quad (1)$$

Intereses y amortización efectiva de cada mensualidad

En realidad, en cada cuota estamos pagando una parte del capital que le adeudamos al banco y la otra parte se destina a pagar los intereses que genera el dinero que nos han prestado, según se aprecia en la figura 1, es decir

$$A = I_p + A_p$$

Donde I_p representa los intereses que pagamos y A_p la cantidad amortizada en la p-ésima cuota. Podemos calcular la cantidad que destinamos a cada uno de estos conceptos en cada cuota. Para ello, lo más sencillo es calcular ambos valores simultáneamente de forma inductiva. Veamos cómo:

La anualidad es la cantidad que tenemos que pagar cada año para devolver el préstamo, pero como en la práctica las cuotas que se pagan son mensuales, tiene más sentido hablar de mensualidad.

En primer lugar, podemos ver que los intereses que genera el capital prestado durante el primer mes serán

$$I_1 = C_0 \cdot i \qquad (2)$$

de este modo el dinero que dedicamos a la amortización del capital (esto es, la deuda que *nos quitamos*) será

$$A_1 = A - I_1 \qquad (3)$$

de modo que tras pagar la primera mensualidad debemos al banco

$$C_1 = C_0 - A_1$$

y los intereses a pagar en la segunda mensualidad serán

$$I_2 = C_1 \cdot i = (C_0 - A_1) \cdot i = I_1 - A_1 \cdot i$$

y la cantidad amortizada en el segundo período

$$A_2 = A - I_2 = A_1 + I_1 - I_1 + A_1 \cdot i = A_1 \cdot (1 + i)$$

Siguiendo de esta manera es sencillo probar por inducción que

$$A_{p+1} = A_p \cdot (1 + i) = A_1 \cdot (1 + i)^p \qquad (4)$$

Combinando las ecuaciones (1) a (4) se tiene que

$$A_{p+1} = C_0 \cdot \frac{i \cdot (1+i)^p}{(1+i)^n - 1}$$

lo que nos permite calcular lo pendiente de devolver al final del período p-ésimo, sumando así una progresión geométrica

$$C_p = C_0 - \sum_{k=1}^{p} A_k = C_0 \cdot \frac{(1+i)^n - (1+i)^p}{(1+i)^n - 1} \qquad (5)$$

Préstamos a interés variable

Uno de los casos más habituales en los préstamos (sobre todo en los hipotecarios) es que en el contrato el tipo de interés sea variable, procediéndose a la revisión del mismo generalmente cada año o cada seis meses. Pero, ¿cómo podemos calcular la nueva cuota que vamos a tener que pagar? Para ello tenemos que tener en cuenta que, tras el período transcurrido, el capital que le debemos al banco es C_p y que el período que tenemos para devolverlo es $n - p$, por lo que si i' es el nuevo tanto por uno de interés que aplicaremos a nuestro préstamo, tenemos que la nueva cuota será

$$A' = C_p \cdot i' \cdot \frac{(1+i')^{n-p}}{(1+i')^{n-p} - 1}$$

es decir, que cada vez que se renueva el préstamo es como si se volviera a abrir uno nuevo con las nuevas condiciones.

Nueva Hipoteca		
Revisión	Tipos	TAE
6 meses	4%	4,42%
1 año	4%	4,39%
Resto	Euribor +0,49%, Revisión anual	
Comisión apertura:	0,30%	
Hasta el 80% del valor de la tasación		

La amortización anticipada

Otro de los problemas que se plantean habitualmente en los préstamos es el de la amortización anticipada, es decir, que cuando va a comenzar el período p ingresamos una cantidad A_e en nuestro préstamo. En ocasiones, por este concepto tenemos que pagar comisiones (que suele ser un porcentaje sobre la cantidad ingresada y que viene especificada en el contrato que firmamos con el banco). En nuestro caso consideraremos A_e como la cuota neta, es decir, ya descontadas las comisiones que estemos obligados a pagar.

Dos son las posibilidades que generalmente nos ofrecen las entidades financieras. La primera es disminuir la cuota. En ese caso, para calcular la nueva cuota, actuaremos como en el apartado anterior, por lo que la nueva cuota vendrá dada por la expresión

$$A' = C'_p \cdot i \cdot \frac{(1+i)^{n-p}}{(1+i)^{n-p}-1}$$

donde $C_p' = C_p - A_e$.

La otra posibilidad es conservar la cuota pero disminuir el período en el que vamos a terminar de pagar el préstamo. En este caso A permanece constante, y debemos calcular el nuevo plazo, que denotamos por k.

$$A = C'_p \cdot i \cdot \frac{(1+i)^k}{(1+i)^k-1} \Rightarrow \frac{C'_p \cdot i}{A} = 1 - \frac{1}{(1+i)^k}$$

de donde, despejando , obtenemos la expresión que nos da el nuevo período

$$k = \frac{\log\left(\frac{A}{A - C'_p \cdot i}\right)}{\log(1+i)}$$

> "El Tipo Anual Equivalente expresa el coste total del dinero, por la suma de los intereses totales pagados, los efectos del sistema de amortizaciones y las comisiones de apertura."
> *Tamames, 1992*

El TAE (Tipo Anual Equivalente)

El Tipo Anual Equivalente expresa el coste total del dinero, por la suma de los intereses totales pagados, los efectos del sistema de amortizaciones y las comisiones de apertura. (Tamames, 1992). Es decir que este tipo de interés tiene en cuenta los intereses pagados, la forma en la que lo hemos pagado y las comisiones que estamos obligados a pagar.

La utilidad de este dato, radica en que nos permite comparar dos créditos sin necesidad de hacer cálculos complicados, ya que, a priori , entre dos entidades que nos ofrezcan créditos siempre será mejor para nosotros aquel que nos ofrezca un menor TAE (no obstante, y aunque esto es cierto en términos generales, tendremos que considerar otras obligaciones que nos impone el banco y leer la *letra pequeña* para decidir entre uno y otro).

Desde nuestro punto de vista de futuros deudores, nos interesa el tanto efectivo para el deudor que se define como aquel que hace que las cantidades recibidas y las devueltas sean iguales, valoradas todas en el momento inicial.

El caso más sencillo ocurre cuando el tipo de interés es fijo. En este caso sólo tenemos que tener en cuenta las comisiones pagadas inicialmente α_0 y las que pagamos con cada mensualidad (si las hay, las consideraremos incluidas en cada cuota). En ese caso, en el instante cero recibimos $C_0 - \alpha_0$, y esta cantidad tiene que ser igual a la suma de las cantidades pagadas, pero valoradas en el instante inicial. Dichos valores se representan en la tercera columna, donde el tiempo representa el período transcurrido entre el instante cero, cuando recibimos el préstamo, y el momento del pago de la cuota.

Cuota	Tiempo (meses)	Valor inicial
A	1	$A(1+i)^{-1}$
A	2	$A(1+i)^{-2}$
A	3	$A(1+i)^{-3}$
...	...	...
A	n-1	$A(1+i)^{-(n-1)}$
A	n	$A(1+i)^{-n}$

Sumando la tercera columna, tenemos

$$A \cdot (1+i)^{-1} + \ldots + A \cdot (1+i)^{-n} = A \cdot \sum_{k=1}^{n} (1+i)^{-k} = A \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

y la ecuación que tenemos que resolver es

$$C_0 - \alpha_0 = A \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Esta ecuación es irresoluble por métodos algebraicos, por lo que es necesario calcular la solución de forma numérica. Para ello podemos utilizar la función TAE generada por el programa que incluimos en el artículo, si conocemos el valor de las cuotas que tenemos que pagar, o la función TAE_INT si lo que conocemos es el tipo de interés nominal, como se puede ver en los ejemplos que incluimos al final del artículo.

Cuando el interés es variable, las cuentas se complican mucho, ya que en ese caso las mensualidades también varían.

Supongamos que el tipo de interés varía m veces a lo largo de la vida del préstamo. De este modo, las cuotas (incluidas las comisiones) vendrán dadas por $A_1, \ldots, A_m$ cada una de las cuales las pagaremos durante n_k períodos, con k variando entre 1 y m, de forma que $n_1 + \ldots + n_m = n$, el total del períodos.

es decir,

$$C_0 - \alpha_0 = A_1 \cdot \sum_{k=1}^{n_1} (1+i)^{-k} + A_2 \cdot (1+i)^{-n_1} \cdot \sum_{k=1}^{n_2} (1+i)^{-k} + \ldots$$
$$\ldots + A_m \cdot (1+i)^{-(n_1+\ldots+n_{m-1})} \cdot \sum_{k=1}^{n_m} (1+i)^{-k}$$

Figura 4

De este modo la cantidad a igualar con $C_0 - \alpha_0$ será la siguiente suma, donde lo que buscamos es el valor de i:

Se denomina EURIBOR al tipo de contado, publicado por la Federación Bancaria Europea, para las operaciones de depósitos en euros a plazo de un año, calculado a partir del ofertado por una muestra de bancos para operaciones entre entidades de similar calificación.

$$A_1 \cdot (1+i)^{-1} + \ldots + A_1 \cdot (1+i)^{-n_1} +$$
$$A_2 \cdot (1+i)^{-(n_1+1)} + \ldots + A_2 \cdot (1+i)^{-(n_1+n_2)} +$$
$$\ldots +$$
$$A_m \cdot (1+i)^{-(n_1+\ldots+n_{m-1})} + \ldots + A_m \cdot (1+i)^{-n}$$

Sumando las progresiones, obtenemos

$$C_0 - \alpha_0 = A_1 \cdot \frac{1-(1+i)^{-n_1}}{i} + A_2 \cdot (1+i)^{-n_1} \cdot \frac{1-(1+i)^{-n_2}}{i} + \ldots$$
$$\ldots + A_m \cdot (1+i)^{-(n_1+\ldots+n_{m-1})} \cdot \frac{1-(1+i)^{-n_m}}{i}$$

Ecuación que podemos resolver numéricamente con las funciones TAE o TAE_INT definidas para DERIVE.

El TAE de los préstamos

En todas las operaciones bancarias es obligatorio que aparezca el TAE, tal obligación viene impuesta por la circular 8/90 del Banco de España. Pero, ¿qué gastos se incluyen en el cálculo del TAE y cuáles no?

La respuesta la encontramos en la circular del Banco de España antes citada. En particular el punto 4 de su Norma Octava dice lo siguiente:

En la información sobre el coste efectivo de las operaciones activas, se aplicarán las reglas siguientes:

a. En el cálculo del coste efectivo se incluirán las comisiones y demás gastos que el cliente esté obligado a pagar a la entidad como contraprestación por el crédito recibido o los servicios inherentes al mismo. No se considerarán a estos efectos las comisiones o gastos que se indican a continuación, (...):

– Los gastos que el cliente pueda evitar en uso de las facultades que le concede el contrato(...).

– Los gastos a abonar a terceros, en particular los corretajes, gastos notariales e impuestos.

– Los gastos por seguros o garantías(...).

Pero cuando contratamos un préstamo cuyo tipo de interés es variable, nosotros, y también nuestro banco, desconocemos cómo se va a comportar dicho tipo de interés en el futuro. La misma Norma, en el punto 6, nos indica la manera en la que debemos calcular el TAE:

En las operaciones a tipo de interés variable, el coste o rendimiento efectivo que se ha de reflejar en la documentación contractual se calculará bajo el supuesto teórico de que el tipo de interés de referencia inicial permanece constante, durante la vida del crédito, en el último nivel conocido en el momento de celebración del contrato.

Si se pactara un tipo de interés fijo para cierto período inicial, se tendrá en cuenta para el cálculo, pero solo durante dicho período inicial. Excepcionalmente, si el tipo inicial se aplicara durante un plazo de diez años o más o durante la mitad o más de la vida del contrato, aplicándose, al menos durante tres años, en el cálculo del coste o rendimiento efectivo solo se tendrá en cuenta ese tipo inicial pactado.

Esta normativa aclara todas las posibles dudas que puedan surgir. Todos los créditos hipotecarios de interés variable se rigen por unos índices de referencia, cuyo valor publica mensualmente el Banco de España. Estos índices son, el MIBOR, el EURIBOR, CECA y el IRPH con tres versiones, de Bancos, de Cajas y del Total de las Entidades. De este modo, en los contratos de créditos hipotecarios lo que aparece es el período tras el cual se revisará el préstamo y el diferencial aplicado. Uno de los más habituales es el EURIBOR, así no es extraño ver en la prensa que un préstamo se ofrece a, por ejemplo EURIBOR + 0’80.

Plazo	Importe Máximo	Tipo de interés	Mensualidad por 6000€ a plazo máximo	T.A.E.*
Hasta 1 año	3 mensualidades (máx. 6000€)	7,00%		9,67%
Hasta 3 años	6 mensualidades (máx. 6000€)	7,50%		8,64%
Comisiones:	Apertura: 1,20% (mínimo 42€)	Estudio: Exento	Cancelación parcial: 3%	Cancelación total anticipada: 3%

*TAE calculado a plazo e importe máximo, con cuotas mensuales.

Figura 2. Anticipo nómina, con nómina domiciliada

Aplicaciones didácticas

Una primera aproximación a estos contenidos podría hacerse con alumnos de Secundaria cuando se introducen los conceptos de interés simple e interés compuesto. Basta con que estos conozcan la existencia del TAE y su utilidad para comparar productos financieros. Para ello sugerimos una actividad por grupos en la que los alumnos busquen anuncios y recortes de prensa donde aparezca la palabra TAE. Poste-riormente los deben clasificar en productos de ahorro y de crédito, para después comparar y ordenar de mejor a peor producto las distintas ofertas.

En todas las operaciones bancarias es obligatorio que aparezca la TAE, tal obligación viene impuesta por la circular 8/90 del Banco de España.

Por otra parte, los libros de texto de Bachillerato de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales suelen incluir en su primer curso una referencia a las hipotecas; en general se detienen únicamente en el cálculo de la cuota a pagar en un préstamo a interés fijo. Con estos alumnos, los contenidos expuestos podrían servir para elaborar actividades de profundización, sobre todo para los alumnos que cursen las optativas relacionadas con la economía. Sugerimos que se organicen por grupos y elaboren un trabajo relativo a estos temas; partiendo de los conocimientos teóricos, y con el fin de hacer más atractiva la investigación, los alumnos pueden dirigirse a las entidades financieras de su localidad para pedir información sobre las hipotecas, los créditos al consumidor, las tarjetas de crédito y los productos de ahorro, para posteriormente trabajarlo en grupo y exponerlo al resto de sus compañeros. Pueden completar la información recogida en las entidades financieras con recortes de prensa, anuncios de televisión o radio, etc.

Ejemplos de cálculo del TAE

Ejemplo 1
Veamos los créditos que nos ofrece la entidad financiera en la tabla que aparece en la figura 2. Solicitamos un préstamo de 6000 euros a devolver en un año. Como la comisión de apertura es del 1'20% tendremos que abonar por este concepto 72 euros. Para el cálculo del TAE, introducimos en DERIVE:

#25: TAE_INT (6000, 72, [7.50], [36])

y simplificamos la expresión, obteniendo como resultado

#26: [8.644318450]

que redondeado a las centésimas nos da el 8'64% indicado en el folleto.

Todos los créditos hipotecarios de interés variable se rigen por unos índices de referencia, cuyo valor publica mensualmente el Banco de España.

Si decidimos devolver el crédito en menos tiempo, por ejemplo en 2 años, vemos como el TAE aumenta, ya que el efecto de la Comisión de Apertura tiene cada vez más importancia,

#27: TAE_INT (6000, 72, [7.50], [24])

#28: [9.052897079]

Es decir, el 9'05%.

También podemos observar cómo el TAE aumenta cuando disminuye la cantidad que solicitamos al banco. Así supongamos que solicitamos 3000 euros, a devolver en 3 años. La comisión de apertura en este caso será 3000·1'20% = 36 euros, pero como el mínimo es de 42, ésta es la comisión a pagar. Calculamos el TAE:

#29: TAE_INT (3000, 42, [7.50], [36])

#30: [8.793263106]

Ahora el TAE es del 8'79%.

Ejemplo 2
Vemos el anuncio del la figura 3 (se encuentra en la página siguiente). En éste se nos ofrecen unas condiciones que parecen inmejorables. Aunque hay ocasiones como esta, en las que la diferencia entre el Tipo de interés nominal y el TAE resultan bastante importantes. Veámoslo. Supongamos que compramos un electrodoméstico por valor de 1500 €. En ese caso y según las condiciones propuestas, tenemos que pagar una entrada del 20% (300 €) por lo que la cantidad que en realidad nos prestan es de 1200, que tendremos que devolver en 15 meses. De esta cantidad hay que pagar un 2% junto con la primera mensualidad (24 €), por lo que será más sencillo calcular el TAE a través de las cuotas. Para calcular la cuota básica, como el tipo de interés es del 0%, basta con dividir el total entre los 15 meses (1200 € / 15 = 80 €). Si a la cuota del primer mes le sumamos la comisión tendremos todos los elementos para calcular el TAE:

#31: TAE (1500, 300, [80+24, 80] , [1, 14])

#32: [3.078039114]

Es decir, un TAE del 3'08%.

Ejemplo 3
Observemos ahora la figura 4 (se encuentra dos páginas hacia atras). En este caso se nos dice que la Hipoteca es a tipo variable con un tipo de interés de EURIBOR + 0'45. Como tenemos que calcular el TAE, debemos tener en cuenta tal y como nos dice la circular del Banco de España el tipo de referencia de Febrero de 2002 (3'594%) y considerarlo fijo durante toda la vida del préstamo. Supondremos que vamos a solicitar un préstamo de 90.000 € a devolver en 20 años (240 meses). Como la comisión de apertura es del 0'30%, habrá que pagar como comisión 270 €. Para calcular el TAE introducimos en DERIVE la instrucción:

#33: TAE_INT (90000, 270, [3.594+0.45], [20*12])

que nos da como resultado

#34: [4.155747729]

que redondeando a dos decimales nos da 4'16%, el TAE expresada en el anuncio.

La cuota a pagar también la podemos obtener con DERIVE.

En este caso con la orden

#35: CUO_INT (90000, [3.594+0.45], [20*12])

#36: [547.4712056]

Una cuota de 547'47€.

Pero si vamos a solicitar el crédito en Septiembre de 2004, y además lo queremos devolver en 25 años, lo que necesitamos es actualizar ese TAE, considerando que el EURIBOR fijado para septiembre fue del 2'302%, introducimos

#37: TAE_INT (90000, 270, [2.302 + 0.45], [25*12])

y obtenemos

#38: [2.814768702]

Un TAE del 2'81%.

Tal y como nos indica la Circular del Banco de España, debemos considerar el tipo de interés de referencia del momento en el que vamos a calcular el TAE (en nuestro caso, en septiembre de 2004 el EURIBOR es de 2'302%), por lo tanto para calcular el TAE de un préstamo de 70000 €, introducimos:

#39: TAE_INT (70000, 210, [4, 2.302 + 0.49], [12, 228])

#40: [2.995023291]

Un TAE del 3%.

Para calcular el importe de las cuotas a abonar, introducimos:

Figura 3

Ejemplo 4
En este último caso vamos a calcular el TAE de un préstamo como el especificado en la figura 5. En él se nos especifica que durante un período inicial de un año, vamos a pagar un 4% de interés, y, a partir del primer año, se revisará a EURIBOR + 0'49, además la comisión de apertura es del 0'30%.

#41: CUO_INT (70000, [4, 2.302 + 0.49], [12, 228])

#42: [424.1862305, 382.7706667]

Es decir, cuotas de 424'19 € y de 382'77 €. Aunque la segunda de ellas tiene un carácter meramente informativo, ya que el tipo de interés de referencia puede variar notablemente al alza o a la baja en el transcurso de un año. ■

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Normativa de los préstamos: Circular 8/1990 del Banco de España, de 7 de Septiembre.

ÁLVAREZ, M. (1992): *Matemáticas financieras*, Alhambra Longman, Madrid.

BIOSCA, A., ESPINET, M. J., FANDOS, M. J., JIMENO, M., REY, J. (1998): *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I*, Edebé, Barcelona.

CORBALÁN, F. (2001): "La actualidad matemática", Suma n.º 38, 99-102.

GONZÁLEZ, V. (1984): *Introducción a las Operaciones financieras, bancarias y bursátiles*, Tebar Flores, Madrid.

KUTZLER, B. (1998): *Introducción a DERIVE para Windows*, Diazotec, Valencia.

ROMO, J. J.; CUEVAS, A,; DELICADO, P. (2000): *EULER, Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I*, Ediciones SM, Madrid.

TAMAMES, R., (1992), *Curso de economía*, Alhambra Longman, Madrid.