SUMA 48
Febrero 2005, pp. 95-98

Gauss: La revolución de las matemáticas del siglo XIX

Hace 150 años, el 23 de febrero de 1855, moría, en Gotinga, a la edad de setenta y siete años, Johan Friedrich Carl Gauss o, simplemente, Carl Friedrich Gauss, como él mismo quiso ser llamado. Eran tiempos de revolución y progreso: comenzaba la revolución industrial en Inglaterra, en Estados Unidos se perforaba el primer pozo de petróleo (1859), la economía estaba dominada por las teorías liberales de Adam Smith mientras se gestaba la creación de la Internacional Socialista, Darwin publicaba *El origen de las especies* por medio de la selección natural (1859), Mendel escribía sus leyes básicas de la herencia (1865-69), Mendeleiev construía la tabla periódica de los elementos, Nobel descubría la dinamita (1866), Ampere inventaba el electroimán... y se preparaba la gran revolución de las matemáticas, que daría lugar a las llamadas matemáticas modernas y que, paradójicamente, produciría un desarrollo inusitado de las aplicaciones a la física y a la industria. Había finalizado el gran periodo de la matemática francesa (siglo XVIII) y habían entrado en escena los matemáticos alemanes, empezando por el propio Gauss.

Johan Friedrich Carl Gauss (1777-1855)

Después de su muerte, el Rey de Hannover hacía acuñar monedas en honor de Gauss con la inscripción *Princeps mathematicorum* (Príncipe de los matemáticos).

¿Qué había hecho Gauss para merecer semejante título?

Sus orígenes familiares no podían ser más modestos. Nacido en Brunswick, el 4 de mayo de 1777, su padre, Gerhard Dietrich, era un obrero que había ejercido varios oficios (jardinero, pintor de brocha gorda, cobrador de una compañía de seguros...), hombre un tanto rudo y autoritario, que no quería que su hijo estudiase. Su madre, Dorothea, segunda mujer de Gerhard, que había trabajado de sirvienta antes de su matrimonio, mujer sin educación pero inteligente, empujaba sin embargo a su hijo a elegir el camino de los estudios.

En este ambiente, el cerebro de Gauss, desde sus primeros años de vida, daba muestras de una potencia y una precocidad jamás conocida en el mundo científico. Sólo Mozart, en el orden musical, se le puede comparar en manifestaciones tan tempranas de una mente prodigiosa. Se cuenta que con sólo tres años de edad, mientras jugaba aparentemente distraído, y su padre se equivocaba en unas cuentas que hacía en voz alta, le advirtió del error

Santiago Gutiérrez
hace.suma@fespm.org

y le dio el resultado correcto. El propio Gauss decía de sí mismo que había aprendido a calcular antes que a hablar. A la edad de nueve o diez años, ya en la escuela primaria, cierto día el maestro, Büttner, pidió a toda la clase, que sumaran los números del 1 al 100. El pequeño Gauss escribió sobre su pizarra en pocos segundos la respuesta exacta, 5 050. Se había dado cuenta de la constancia de la suma de los números equidistantes de los extremos, 101, así que multiplicó mentalmente este número por las 50 parejas que podía formar, tal y como hacemos hoy para sumar n términos de una progresión aritmética. Ante semejante prodigio, dicen que Büttner le compró, de su propio bolsillo, un libro de Aritmética, y confió en adelante el aprendizaje matemático de Gauss a su ayudante, Martin Bartels, un joven maestro de diecisiete años, por suerte para Gauss aficionado a las Matemáticas. Con el tiempo, Bartels llegó a ser catedrático de la universidad de Kazán, donde tuvo como alumno nada menos que a Lobachevsky.

En 1792, con quince años de edad, comenzó Gauss su enseñanza secundaria, gracias al patrocinio del duque de Brunswick. Pronto, conjeturó el teorema según el cual la cantidad de números primos menores que x es asintótica a la función

$$\frac{x}{\ln x}$$

Este teorema no consiguió demostrarse hasta cien años más tarde. Por esta misma época, ya se planteaba cómo sería una geometría en la que no fuese válido el axioma de las paralelas de la geometría de Euclides.

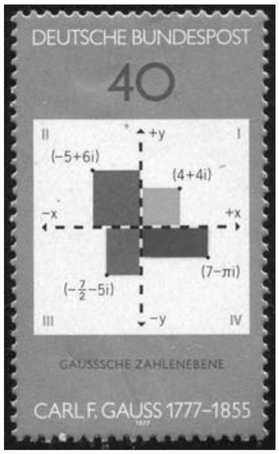
Uno no puede menos de preguntarse: ¿qué método utilizaba Gauss para llegar a establecer resultados de tanta trascendencia a tan temprana edad?

En 1795 se trasladó a Gotinga en cuya universidad, dotada de una excelente biblioteca matemática, estudió filología y matemáticas, sin tener claro todavía a cual de las dos materias se dedicaría definitivamente. Al año siguiente, ocurrió un suceso trascendental para el propio Gauss y para la matemática. Ese año, encontró Gauss la forma de construir, con regla y compás, el polígono regular de 17 lados. Él mismo lo recordaba, muchos años más tarde, en una carta dirigida a Gerling el 6 de enero de 1819:

> Fue el día 29 de marzo de 1796, durante unas vacaciones en Brunswick, y la casualidad no tuvo la menor participación en ello ya que fue fruto de esforzadas meditaciones; en la mañana del citado día, antes de levantarme de la cama, tuve la suerte de ver con la mayor claridad toda esta correlación, de forma que en el mismo sitio e inmediatamente apliqué al heptadecágono la correspondiente confirmación numérica.

Al día siguiente, 30 de marzo, aún no cumplidos los 19 años, Gauss tomó la decisión de dedicarse totalmente a las matemáticas. Así aparece anotado en el diario que comenzó a escribir ese mismo día, una *libreta de apuntes* de 19 páginas, en la que fue anotando, desde 1796 hasta 1814, cuantos resultados matemáticos iba obteniendo, 144 en total, sin que por desgracia fueran recogidos todos los descubrimientos matemáticos que hizo durante ese periodo de tiempo.

Entre 1796 y 1798 escribió su primer libro, las *Disquisiciones arithmeticae*, en el que construía la Teoría de Números como una ciencia sistemática, lo que hasta entonces constituía tan solo una acumulación de resultados particulares interesantes sin apenas relación entre sí. Se trata de un trabajo sólo comparable a la construcción de la geometría por parte de Euclides. Basaba su elaboración en la Teoría de las congruencias, tal y como hoy la conocemos. Con motivo de la introducción de los números complejos, mostraba la representación de todos los números complejos en el plano, utilizando un sistema de ejes coordenados. Es esta representación, bajo la autoridad de Gauss, lo que más contribuyó a que estos números dejaran de ser considerados materia sospechosa y empezaran a ser utilizados con la misma familiaridad que el resto de los números reales.



Se doctoró en 1799, con la primera demostración rigurosa del *Teorema fundamental del álgebra*, estableciendo que todo polinomio con coeficientes reales puede factorizarse como producto de polinomios de primer y segundo grado. Aunque manejaba sin ningún tipo de prejuicios los números complejos, no los utilizaba explícitamente en esta demostración, dado que no eran todavía de uso corriente entre los matemáticos de la época. A lo largo de su vida llegó a dar hasta cuatro demostraciones del teorema, en la segunda (1815) hace el primer intento serio de una demostración exclusivamente algebraica, y sólo en las dos últimas (1816 y 1849) utiliza expresamente los números complejos.

Con la publicación de las *Disquisiciones arithmeticae*, en 1801, la fama de Gauss se extiende por toda Europa y es reconocido como el más grande matemático de la época. La pasión de Gauss por la teoría de números era tal que si consideraba a las Matemáticas la *reina de las ciencias*, la Teoría de Números era la *reina de las Matemáticas*.

Por estas fechas un astrónomo aficionado italiano, G. Piázzi avistó lo que sería el planeta Ceres, pero las pocas observaciones que pudo hacer de él le impidieron calcular con precisión el trazado de su órbita. Ningún astrónomo de entonces lo consiguió. Enviadas las observaciones a Gauss, éste, utilizando el método de los mínimos cuadrados, inventado por él al efecto, con tan solo tres observaciones pudo determinar la órbita del planeta, y era tal su grado de exactitud que a finales de 1801 y principios de 1802 pudo ser observado nuevamente Ceres, según las predicciones realizadas por el joven Gauss. A su fama de matemático se añadió entonces la de astrónomo, y el propio Gauss confesaba, en carta dirigida a su amigo Farkas Bolyai, que la teoría pura de las cantidades (Teoría de Números) y la Astronomía eran los dos polos de su actividad científica, "hacia los cuales mi brújula intelectual apunta siempre".

En 1805 se casó con Johanna Osthoff, con la que tuvo tres hijos, pero el matrimonio sólo duró cuatro años, ya que Johanna murió en 1809, al igual que su tercer hijo. En 1810 se volvió a casar, con Wilhelmine Waldeck. De los tres hijos habidos en este matrimonio, será su hija Therese la que permanecerá en casa de su padre, acompañándole y atendiéndole hasta el final de su vida.

En 1807 fue nombrado profesor en Gotinga y director de su observatorio astronómico que, por la ocupación napoleónica de gran parte de los estados germánicos, no se terminará hasta 1816.

En 1809 apareció impresa la *Teoría motus corporum coelestium* (Teoría del movimiento de los cuerpos celestes que giran alrededor del Sol siguiendo secciones cónicas).

En 1812 publicó Gauss las *Disquisiciones generales circa seriem infinitan* (Investigaciones generales sobre la serie infinita), donde realizaba el estudio de una función que incluía como caso particular a la mayoría de las funciones conocidas y que desarrolló para valores complejos del argumento.

En 1818 recibió el encargo de efectuar el levantamiento topográfico de Hannover. Esto le llevó a desarrollar un nuevo aparato de medida, el *heliotropo*, que, utilizando la luz solar, permitía realizar mediciones en distancias de hasta 160 km, incluso bajo condiciones climáticas adversas.

A partir de este encargo comenzó a interesarse por la determinación de la figura de la tierra, cosa que le condujo a su vez al estudio de la representación conforme de una superficie sobre otra. En 1827 formuló sus resultados en las *Disquisiciones generales circa superficies curvas* (Investigaciones generales sobre superficies alabeadas).

Sus trabajos en Astronomía y Geodesia le llevaron a idear su método de mínimos cuadrados y a aplicar el cálculo de compensación de errores. Estableció la función de distribución de los errores,

$$\varphi(x) = \frac{e^{-\frac{x^2}{h^2}}}{h\sqrt{\pi}}$$

la célebre campana de Gauss, que constituía su aportación a la estadística y al cálculo de probabilidades, si bien su pretensión, lejos de cualquier elaboración teórica, tenía como finalidad resolver los problemas prácticos que le planteaban sus trabajos.

Por lo que se refiere a las geometrías no euclídeas, de las cuales aparece Gauss como uno de sus creadores, sabemos por la correspondencia mantenida con Bessel en 1829, que si bien nunca llegó a publicar nada, fue debido a que temía "el griterío de los Beocios" (tribu de la antigua Grecia que se consideraba formada por lerdos, torpes e incultos). Sin embargo, Gauss se había dedicado desde los 15 años al estudio de las propiedades de una geometría en la que sirviesen todos los postulados excepto el V postulado de Euclides o postulado de las paralelas dando lugar a los resultados que constituyen su Geometría no euclídea.

En 1832, el húngaro W. Bolyai, también matemático y condiscípulo de Gauss, publicó un libro didáctico, en el que incluyó como apéndice un trabajo de 16 páginas, original de su hijo Janos Bolyai, titulado *Ciencia absoluta del espacio*. En él establecía propiedades de la geometría independientes del postulado de las paralelas, por ejemplo las fórmulas de la trigonometría esférica.

Más elaborado era el trabajo del ruso N.I. Lobachevsky, aparecido en 1836 bajo el título, en su propio idioma, de *Nuevos elementos de Geometría con una teoría completa sobre las paralelas*. Los tres matemáticos partían de un mismo punto de vista y desembocaban en lo que hoy entendemos como geometrías hiperbólicas. Aunque sin contradicciones aparentes, lo que ninguno había dilucidado es si en algún momento no llegarían a encontrarse, lo cual supondría, de ser así, demostrar que el postulado de Euclides era un teorema deducible de los otros cuatro postulados. Quizá es esta la preocupación que llevó a Gauss a proponer a Riemann, para su tesis doctoral, un trabajo sobre el problema de las paralelas.

Riemann encontraría, en los resultados de Gauss sobre las superficies alabeadas citados anteriormente, la base para afrontar el tema desde un punto de vista muy superior y desarrollar su Geometría Diferencial n-dimensional, cuya profundidad de conceptos dejó impresionado al propio Gauss, cuando expuso su tesis en 1854, bajo el título *Sobre las hipótesis en que se funda la Geometría*. Riemann había mostrado su esperanza de poder contribuir con sus trabajos al perfeccionamiento de las teorías físicas, cosa que ocurrió sólo 60 años después, cuando Einstein aplicó la Geometría de Riemann, que se identifica con lo que hoy llamamos geometría elíptica, en su Teoría de la relatividad.

Pero, con todo, el problema de las posibles contradicciones no quedó definitivamente resuelto hasta que Beltrami, en 1868, encontró una superficie de curvatura negativa, de la cual construyó un modelo euclídeo, la seudo esfera, que verifica los postulados de la Geometría hiperbólica. Cualquier contradicción, pues, en esta geometría supondría también igual contradicción en la geometría euclídea.

La actividad de Gauss se extendió así mismo al campo de la Física. Ideó con Weber el primer telégrafo electromagnético, dedicando considerables esfuerzos al estudio del magnetismo terrestre.

Gauss es considerado como el único matemático que pudo conocer toda la matemática producida hasta su tiempo. Con esta pequeña muestra de sus contribuciones creemos suficientemente justificado el título de Príncipe de los matemáticos que le diera, a su muerte, el Príncipe de Hannover, y, aún más, que este título permanezca todavía en la actualidad.

Finalmente, cabe preguntarse ¿cómo pudo Gauss producir tanto y en tantos campos?

En cierta ocasión le preguntaron cómo era capaz de descubrir tantos teoremas sobre números. Dicen que respondió: “Porque experimento mucho” . Efectivamente, así procedía, pero eso era costumbre entre los matemáticos de la época. Lo notable en Gauss era su capacidad para intuir, a partir de unos casos particulares los resultados más generales. Tal capacidad de penetración en las profundidades de la Matemática es lo que distinguía a Gauss del resto de sus colegas. Eso sí, se dedicaba posteriormente a demostrar los resultados que había intuido y a depurar sus demostraciones sin dejar rastro del camino recorrido, para nuestra desgracia. Así, decía Jacobi que “Sus demostraciones son rígidas, heladas... lo primero que hay que hacer con ellas es descongelarlas”, y a su vez Abel observaba: “Es como el zorro, que borra con la cola sus huellas en la arena”. ■