

Evaluación de la falacia de la conjunción en alumnos universitarios

Uno de los errores analizados en las investigaciones sobre psicología del razonamiento probabilístico es la falacia de la conjunción, que consiste en estimar, para la probabilidad de la intersección de dos sucesos, un valor mayor que la estimada para probabilidad simple de uno de los sucesos. Aquí analizamos los trabajos de investigación en torno a la citada problemática y presentamos un estudio experimental con 157 estudiantes de psicología, comparando la influencia de la forma en que son presentados los datos sobre la falacia. Finalizamos con la discusión de las implicaciones para la enseñanza de la probabilidad.

One of the mistakes analyzed in research on the psychology of reasoning is conjunction fallacy, which consists of giving a two-outcome intersection probability a higher value than estimated for a single outcome one. The research papers analyzed here are tightly related to it and an experimental study on 157 psychology students is presented comparing the influence of the way fallacy data are shown. This paper ends up with a discussion on the attached implications for the teaching of probability.

Los conceptos de experimento compuesto y probabilidad conjunta son fundamentales para la correcta aplicación de la estadística, porque están presentes en la construcción de las distribuciones n-dimensionales, distribuciones de estadísticos en el muestreo, así como en los conceptos de correlación y regresión y, posteriormente, en la estadística multivariante. Es esencial, por tanto, que el alumno comprenda bien estos conceptos y diferencie una probabilidad simple de otra probabilidad conjunta o condicional. La probabilidad forma parte del currículo matemático en la educación secundaria, y, por tanto, es enseñada por profesores de matemáticas. Puesto que la preparación de estos profesores es esencialmente científica, algunos pueden no ser conscientes de los matices psicológicos ligados a la idea de probabilidad, que han sido abundantemente analizados en la investigación en psicología y que indican que las intuiciones en este campo no siempre corresponden al conocimiento normativo que se trata de transmitir en la clase de matemáticas.

En este trabajo analizaremos uno de los errores en razonamiento probabilístico más insistentemente documentados en psicología, denominado falacia de la conjunción, que se relaciona con una falta de comprensión de la probabilidad conjunta. Presentaremos también un estudio exploratorio con estudiantes de psicología que sugiere una amplia existencia de este sesgo entre los mismos. Para contextualizar el trabajo, hacemos una breve panorámica de las investigaciones sobre la falacia de la conjunción.

Antecedentes

Las personas, en su vida cotidiana, no tienen un razonamiento estadístico correcto cuando hacen inferencias intuitivas sobre acontecimientos inciertos, bien porque no han aprendido nunca las leyes de la probabilidad, bien porque los problemas superan sus capacidades de cálculo mental. En lugar de usar un cálculo de probabilidades normativo, confían en reglas relativamente simples llamadas heurísticas que son las que guían sus juicios. Estas reglas tienen aparente validez, pero a menudo llevan a sesgos predecibles (Kahneman, Slovic y Tversky, 1982). Una buena revisión de estos trabajos se presenta en Pérez Echeverría (1990) y un resumen de los mismos en Díaz (2003).

Las personas, en su vida cotidiana, confían en reglas relativamente simples llamadas heurísticas que son las que guían sus juicios.

Carmen Díaz
Universidad de Granada. Granada.

Representatividad

La estimación de la probabilidad de un suceso es un proceso complejo que requiere interpretar un problema, buscar la información relevante sobre los datos requeridos y elegir la respuesta apropiada a la pregunta planteada. Algunos problemas de probabilidad que aparecen en la vida diaria están relacionados con la pertenencia de un elemento a una categoría (¿Qué probabilidad hay de que el elemento A pertenezca a la clase B?). Para resolverlos confiamos en la heurística de representatividad que consiste en evaluar la probabilidad de un suceso por el grado de correspondencia o similitud entre una muestra y una población, un ejemplar y una categoría, un acto y un actor o, más generalmente, un resultado y un modelo (Tversky y Kahneman, 1974).

La representatividad se usa para predecir resultados y, generalmente, produce buenas respuestas, ya que las muestras y los resultados más representativos tienen una mayor probabilidad de ocurrencia. Sin embargo, el hecho de fijarnos sólo en la similitud de la muestra con la población puede llevarnos a ignorar otros elementos esenciales de la información, como la variabilidad del proceso de muestreo, ocasionando algunos errores.

La heurística de representatividad que consiste en evaluar la probabilidad de un suceso por el grado de correspondencia o similitud entre una muestra y una población, un ejemplar y una categoría, un acto y un actor o, más generalmente, un resultado y un modelo.

Tversky y Kahneman

Falacia de la conjunción

Uno de los errores típicos causados por la heurística de la representatividad se suele dar en el cálculo de la probabilidad de un suceso en un espacio muestral producto, caso en que puede producirse un gran contraste entre representatividad y probabilidad. Una de las reglas básicas de la probabilidad es que cuanto más especificamos un suceso, menor es su probabilidad (Tversky y Kahneman, 1982). Por ejemplo, la probabilidad de que una persona sea mujer es mayor que la probabi-

lidad de que la persona sea mujer de 30 años y ésta es mayor que la probabilidad de que sea una mujer india de 30 años. Estas relaciones de orden entre las probabilidades no se transforman en otras correspondientes de representatividad, sino que, en ocasiones, la representatividad se incrementa cuando especificamos más nuestras condiciones. Por ejemplo, suponemos que evaluamos la probabilidad de que una persona simpatice con ideas socialistas. En este caso, un hombre joven puede ser más representativo que un hombre y un hombre joven que dedica su tiempo libre a actividades de cooperación puede ser todavía más representativo.

Una de las reglas básicas de la probabilidad es que cuanto más especificamos un suceso, menor es su probabilidad.

Tversky y Kahneman

Al tratar de estimar la probabilidad de la intersección de dos sucesos ocurre a veces un conflicto en los casos en que la intersección de los dos sucesos es más representativa del caso cuya probabilidad se nos pide, puesto que los juicios sobre la probabilidad están mediatizados por la representatividad. Tversky y Kahneman pusieron a prueba esta teoría proporcionando a diversos grupos de estudiantes con y sin instrucción en probabilidad problemas similares al Problema 1.

Problema 1. Linda tiene 31 años, es soltera, extravertida y muy brillante. Se licenció en filosofía. En sus tiempos de estudiante estaba muy comprometida con asuntos de discriminación y justicia social, y también solía participar en manifestaciones antinucleares. Ordena las siguientes afirmaciones de acuerdo con su grado de probabilidad

1. Linda es cajera de un banco
2. Linda es cajera de un banco y está asociada al movimiento feminista
3. Linda es profesora de primaria
4. Linda participa en el movimiento feminista
5. Linda trabaja en una librería y toma clases de yoga
6. Linda es una trabajadora social
7. Linda está afiliada a una organización feminista política
8. Linda trabaja en una compañía de seguros

Promediando los números en las diferentes ordenaciones dadas por cada estudiante se obtuvo la siguiente ordenación (de más a menos probable): (4) > (6) > (5) > (2) > (3) > (7) > (1) > (8). Es decir, en promedio, los sujetos de la muestra consideraron más probable el suceso *Linda es feminista* que el suceso *Linda es feminista y cajera de un banco*, lo cual es

correcto. Por otro lado, también este suceso se considera más probable que el suceso *Linda es cajera de un banco*, lo cual contradice las propiedades de la probabilidad y corresponde a la falacia de la conjunción. Esta respuesta se ha encontrado en un 80 % de estudiantes en diversos experimentos en que se plantean un problema de este tipo y el porcentaje de respuestas incorrectas no varió ni siquiera en los estudiantes con mayor nivel de instrucción.

Con el fin de comprobar su hipótesis sobre la falacia de la conjunción, los autores plantearon el problema 2 a una muestra de 93 estudiantes.

Muchas de las dificultades que las personas tienen con la comprensión de la probabilidad pueden deberse a la redacción de los enunciados.

Problema 2. Supón que Bjorn Borg alcanza la final de Wimbledon en 1981. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones consideras más probable?

- a. Bjorn Borg gana el primer set pero pierde el partido
- b. Bjorn Borg gana el primer set
- c. Bjorn Borg gana el partido
- d. Bjorn Borg pierde el primer set pero gana el partido

En este y otro problema similar referido al presidente Reagan encontraron que alrededor del 70% de los estudiantes consideraba más probable la intersección de los sucesos que un suceso simple. Los encuestados consideraron más probable que Bjorn ganase el partido (a) y también que ganase el partido aunque perdiese el primer set (d), considerando esto más probable que simplemente perder el primer set (b). Tversky y Kahneman sugieren que los estudiantes usan la heurística de la representatividad y basan la probabilidad pedida más en esta representatividad (respecto a los éxitos usuales del Bjorn) que en el cálculo normativo de la probabilidad de un suceso compuesto.

Lenguaje y presentación de los problemas

Una sugerencia de Pollatsek, Well, Konold y Hardiman (1987) es que muchas de las dificultades que las personas tienen con la comprensión de la probabilidad pueden deberse a la redacción de los enunciados. Su hipótesis se basa en los resultados de Einhorn y Hogarth (1986), quienes muestran cómo los

enunciados que usan la conjunción “y” pueden interpretarse como probabilidad conjunta o como probabilidad condicional. Así, de 24 estudiantes a los que se les hizo la pregunta: *¿Cuál es la probabilidad de ir al supermercado y comprar café?* 9 la interpretaron como una probabilidad condicional P (comprar café / ir al supermercado), mientras que el resto lo interpretó como una probabilidad conjunta P (ir al supermercado \cap comprar café). Una conducta similar se encuentra en más de la mitad de los sujetos de la investigación de Ojeda (1995).

Gigerenzer (1994) sugiere que nuestra mente está mejor equipada para resolver problemas de probabilidad (el autor hace referencia particular a problemas bayesianos) cuando la información y las preguntas se dan en términos de frecuencias. Llama frecuencias naturales al formato que presenta las frecuencias en forma secuencial, que se asemeja más a la forma en que recogemos información de las frecuencias de sucesos aleatorios en una situación de muestreo natural a lo largo de nuestra experiencia. Por ejemplo, en un problema de diagnóstico médico, el razonamiento natural de frecuencias se daría en la siguiente forma: “En 1000 adultos hay 999 sanos y uno enfermo. Al pasarles una prueba médica, aproximadamente 50 de los 999 sujetos sanos darán positivos y también el sujeto enfermo. Luego la probabilidad de que el sujeto esté enfermo si el test es positivo es 1/51 porque solo hay un enfermo entre los 51 a los que el test dio positivo”. En el razonamiento anterior, el médico no tiene que aplicar toda la complejidad del teorema de Bayes, sino sólo tener en cuenta los casos favorables y posibles, de modo que el problema de Bayes se transforma en un problema simple de probabilidad.

Según Gigerenzer, nuestra mente está mejor equipada para resolver problemas de probabilidad cuando la información y las preguntas se dan en términos de frecuencias.

En el caso particular de la falacia de la conjunción, Fiedler (1988) encontró una reducción considerable del número de respuestas incorrectas al cambiar el enunciado del problema 1 y pedir a los sujetos calcular frecuencias, en lugar de probabilidades. Al plantear la pregunta de la forma: “Dado que un grupo de n mujeres se ajustan a la descripción de Linda; ¿Cuántas de ellas serán cajeras? ¿Cuántas de ellas serán cajeras y feministas? encontraron que hasta el 80 % o 90 % de los estudiantes daban respuestas correctas, ajustadas a la probabilidad de la intersección de sucesos.

Enseñanza

Muchos y diferentes estudios han tratado de analizar si la enseñanza mejora el razonamiento sobre las probabilidades compuestas y evita la falacia de la conjunción. Tversky y Kahneman (1983) comparan las respuestas de sujetos con diferentes conocimientos de probabilidad, encontrando tan sólo ligeras mejoras en los que han tenido mayor número de cursos de estadística, con la excepción de un grupo de sujetos con conocimientos estadísticos bastante avanzados. Crandall y Greenfield (1986) enseñaron sistemáticamente a sus sujetos a usar diagramas de Venn para resolver problemas similares a los descritos anteriormente, encontrando una mejoría moderada en el grupo experimental de sujetos. Otros estudios en los que se usan diagramas de Venn o se fuerza a los alumnos a considerar sus respuestas y producen alguna mejora en la resolución de las tareas se describen en Sedlemeier (1999), quien considera que la enseñanza de la estadística mejora la comprensión de las probabilidades compuestas, pero que los estudiantes requieren ayudas y claves para la resolución. La enseñanza directa de probabilidades compuestas parece ser más efectiva aunque todavía la mitad de los participantes en los diferentes experimentos continúan con la falacia de la conjunción al finalizar la enseñanza.

Los resultados de los estudios anteriores parecen preocupantes, puesto que indican que los estudiantes no son capaces de utilizar los conocimientos adquiridos en la enseñanza formal en su razonamiento cotidiano.

Los resultados de los estudios parecen preocupantes, puesto que indican que los estudiantes no son capaces de utilizar los conocimientos adquiridos en la enseñanza formal en su razonamiento cotidiano.

Material y método

En nuestro caso hemos tratado de llevar a cabo esta evaluación, dentro de un cuestionario más amplio que contempla diversos aspectos de la comprensión de las probabilidades conjuntas y condicionales. Participaron en la experiencia dos grupos de estudiantes de primer año de psicología, antes de haber estudiado el tema de probabilidad condicional. Los ítems concretos relacionados con la falacia de la conjunción que se propusieron a estos estudiantes se presentan a continuación. El primer grupo de estudiantes (n=81) completó los ítems 1 y 3 y el segundo grupo de estudiantes (n=76) comple-

tó los ítems 2 y 4. La evaluación se llevó a cabo como una actividad dentro de la asignatura Análisis de Datos en Psicología, que ambos grupos cursaban con la misma profesora, inmediatamente antes de comenzar el tema de probabilidad condicional. Precisamente la evaluación se realizó con finalidad diagnóstica, para conocer los posibles sesgos que presentaban nuestros estudiantes y tenerlos en cuenta en la enseñanza del tema.⁴

Sedlemeier (1999), quien considera que la enseñanza de la estadística mejora la comprensión de las probabilidades compuestas, pero que los estudiantes requieren ayudas y claves para la resolución.

Ítem 1. Linda tiene 31 años, es soltera, extrovertida y muy brillante. Se licenció en filosofía. En sus tiempos de estudiante estaba muy comprometida con asuntos de discriminación y justicia social, y también solía participar en manifestaciones antinucleares. En Granada, hay 100 personas que se ajustan a la descripción de Linda, ¿Cuántas de ellas consideras que son

- Cajeras de un banco _____?
- Cajeras de un banco y están asociadas al movimiento feminista _____?

Ítem 2. Bill es un hombre de 34 años, inteligente pero poco imaginativo, y en general, poco activo. En la escuela era bueno en matemáticas, aunque se le daban bien las ciencias sociales y humanidades. En Granada hay 100 personas que se ajustan a la descripción de Bill. ¿Cuántos de estos hombres consideras que:

- Tocan jazz en su tiempo libre _____.
- Son un contable que toca jazz en su tiempo libre _____.

Ítem 3. Supón que Anna Kournikova alcanza la final de Roland Garros en 2004. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones consideras más probable?

- Anna Kournikova gana el primer set pero pierde el partido.
- Anna Kournikova gana el primer set.
- Los dos sucesos son igual de probables.

Ítem 4 ¿Cuál de los siguientes sucesos consideras más probable?

- Aznar mandará más tropas a Irak y aumentará el presupuesto de becas.
- Aznar aumentará el presupuesto de becas.
- Los dos sucesos son igual de probables.

Todos los ítems son versiones modificadas de los utilizados por Tversky y Kahneman (1982). En todos ellos nos hemos limitado a presentar un suceso simple y otro compuesto, para evitar la dispersión de la respuesta si se incluyen demasiados distractores. Los ítems 3 y 4 son modificaciones del problema 2 presentado anteriormente y otro equivalente referido al presidente Reagan, aunque hemos adaptado a nuestro contexto, usando personajes actuales y sucesos de actualidad que sean familiares a nuestros alumnos. En los ítems 1 y 2 (modificaciones del problema 1 y otro equivalente presentado por Tversky y Kahneman) la principal diferencia es que la solución del problema se pide en términos de frecuencia y no de probabilidad, para comprobar la hipótesis planteada por Fiedler (1988) de que este formato facilita la resolución de los problemas. En concreto los ítems 1 y 2 son versiones semejantes a las usadas en las investigaciones de este autor.

En nuestro estudio, a pesar de variar el contexto del problema, en los grupos se presenta una proporción semejante de alumnos que muestra la falacia de la conjunción en los ítems planteados.

Resultados y discusión

En las Tablas 1 y 2 presentamos los resultados obtenidos en cada ítem. Hemos considerado correcto cualquier número que se responda en los dos apartados que componen los ítems 1 y 2, siempre que el alumno estime un mayor número de personas que cumplen la condición simple (ser cajera o tocar música de jazz) que el número estimado para la condición compuesta (ser cajera feminista o ser contable que toca el jazz).

A pesar de variar el contexto del problema, en los dos grupos se presenta una proporción semejante de alumnos que muestra la falacia de la conjunción en estos ítems (da un número mayor de personas para la conjunción que para el suceso simple). Es mínimo el número de alumnos que da una respuesta correcta, aunque la gran cantidad de respuestas en blanco hace sospechar que el problema es poco habitual para el alumno.

	Ítem 1 (Grupo 1, n=81)	Ítem 2 (Grupo 2, n=76)
Correcta	5 (6,2)	4 (5,3)
Incorrecto (falacia conjunción)	23 (28,4)	24 (31,6)
En blanco	53 (65,4)	48 (63,2)

Tabla 1. Frecuencias (y porcentajes) de respuestas en los ítems en formato de frecuencias

Resultados en ítem 3	Ítem 3 (Grupo 1, n=81)	Ítem 4 (Grupo 2, n=76)
Correcta	30 (37,0)	21 (27,6)
Incorrecto (falacia conjunción)	6 (7,4)	14 (18,4)
Incorrecto (equiprobabilidad)	39 (48,1)	34 (44,7)
En blanco	6 (7,4)	7 (9,2)

Tabla 1. Frecuencias (y porcentajes) de respuestas en los ítems en formato de frecuencias

En los problemas 3 y 4 (Tabla 2) el número de respuestas correctas sube considerablemente en los dos grupos, y hay muy pocas respuestas en blanco, lo que contrasta con la hipótesis de Fiedler (1988) de que los problemas de probabilidad compuesta son más sencillos si se plantean en términos de frecuencias. No obstante, todavía se presenta una fuerte proporción de alumnos que responden de acuerdo a la falacia de la conjunción en los dos grupos.

Hacemos notar también que alrededor del 50% de los alumnos en los dos grupos concede la misma probabilidad a los dos sucesos, lo cual es claramente incorrecto, puesto que la conjunción de dos sucesos sólo puede tener la misma probabilidad que uno de ellos si el otro es el suceso seguro. Estos alumnos posiblemente razonen de acuerdo a la heurística de la equiprobabilidad (Lecoutre, 1992) que consiste en considerar dos sucesos equiprobables cuando no lo son.

A pesar de que los problemas se pasaron en dos grupos diferentes, se observan los mismos patrones de respuesta. Para analizar si las diferencias en proporciones de respuestas correctas son estadísticamente significativas se realizó un análisis de varianza de medidas repetidas, tomando como factor intragrupo el tipo de problema (frecuencias o probabilidad) y como factor intergrupos el grupo de alumnos. También se controló el efecto de la variable "nota media de acceso" del alumno para ingresar en psicología, que estos alumnos proporcionaron en su cuestionario. Los resultados se muestran en la tabla 3.

Efecto	F	Significación
Tipo de problema	42,970	0,000
Grupo	1,283	0,259
Nota Bachillerato	0,893	0,346
Interacción	3,650	0,058

Tabla 3. Resultado del análisis de varianza

Estos resultados nos indican un efecto significativo del tipo de problema, no siendo así del curso, interacción o Nota en Bachillerato. En consecuencia, podemos decir que el problema de la falacia de la conjunción se ha presentado en forma similar en los dos grupos de estudiantes y que no depende de la calificación previa de los alumnos en Bachillerato, aunque los resultados —en contra de lo esperado— son algo mejores en los problemas presentados en términos de probabilidad, que en los de frecuencia.

Conclusiones

En este trabajo hemos descrito la falacia de la conjunción y realizado un estudio exploratorio inicial que indica su presencia en los alumnos de psicología en la Universidad de Granada, así como su posible solapamiento con el sesgo de equiprobabilidad. Somos conscientes del carácter limitado de nuestro estudio y de que sería necesario complementarlo con otro tipo de preguntas, así como con entrevistas a los estudiantes, para analizar más detalladamente los razonamientos de los alumnos.

En cualquier caso, nos parece importante llamar la atención de los profesores sobre la falacia de la conjunción. Si éste sesgo se ha presentado incluso en una situación de evaluación, dentro de una asignatura de contenidos estadísticos, cuando el alumno sabe que se espera de él un razonamiento de acuerdo al cálculo de probabilidades, tendrá una incidencia mucho mayor en su vida diaria, donde pueda afectar a las decisiones que tenga que tomar. Pensamos que es importante tener en cuenta estos aspectos psicológicos y no sólo los matemáticos en la preparación estadística de los alumnos, puesto que nuestra misión como profesores va más allá de enseñar algoritmos y procedimientos y debe encaminarse a educar sus intuiciones y su capacidad de razonamiento. ■

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CRANDALL, C. S. y GREENFIELD, B. (1986): "Understanding the conjunction fallacy: A conjunction of effects?", *Social Cognition*, 4, 408-419. v
- DÍAZ, C. (2003): "Heurísticas y sesgos en el razonamiento probabilístico. Implicaciones para la enseñanza de la estadística", *Actas del 27 Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa*, CD Rom.
- EINHORN, H. J. y HOGART, R. M. (1986): "Judging probable cause", *Psychological Bulletin*, 99, 3 -19.
- FIEDLER, K. (1988): "The dependence of the conjunction fallacy on subtle linguistic factors", *Psychological Research*, 50, 123-129.
- GIGERENZER, G. (1994): "Why the distinction between single-event probabilities and frequencies is important for psychology (and vice-versa)", *Subjective probability*, En G. WRIGHT y P. AYTON (Eds.), pp. 129-161, Wiley.
- LECOUTRE, M. P. (1992): "Cognitive models and problem spaces in purely random situations", *Educational Studies in Mathematics*, 23, 557-568.
- KAHNEMAN, D., SLOVIC, P., y TVERSKY, A. (1982): Judgment under uncertainty: Heuristics and biases, *Cambridge University Press*, New York.
- OJEDA, A. M. (1995): "Dificultades del alumnado respecto a la probabilidad condicional", *UNO*, 5, 37-55.
- PÉREZ ECHEVERRÍA M. P. (1990): Psicología del razonamiento probabilístico, *Ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid*, Madrid.
- POLLATSEK, A., WELL, A. D., KONOLD, C. y HARDIMAN, P. (1987): "Understanding conditional probabilities", *Organization, Behavior and Human Decision Processes*, 40, 255 - 269.
- SEDLERMEIER, P. (1999): *Improving statistical reasoning. Theoretical models and practical implications*, Mahwah, Erlbaum.
- TVERSKY, A. y KAHNEMAN, D. (1974): "Judgement under uncertainty: Heuristics and biases", *Science*, 185, 1124-1131.
- TVERSKY, A. y KAHNEMAN, D. (1982): "Judgments of and by representativeness", En D. Kahneman, P. Slovic y A. Tversky (Eds.), *Judgement under uncertainty: Heuristics and biases* (pp. 84-98), *Cambridge University Press*, Cambridge.
- TVERSKY, A. y KAHNEMAN, D. (1983): "Extensional versus intuitive reasoning. The conjunction fallacy in probability judgment", *Psychological Review*, 90, 293-315.