

EUCLIDES. LA FUERZA DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO.

Ana Millán Gasca

Nivola, libros y ediciones

Madrid 2004

ISBN 84-95599-85-6

176 páginas



La Biblioteca Clásica Gredos ha publicado en los últimos años una nueva versión castellana de los Elementos de Euclides (traducción de M^a L. Puertos, con introducción de L. Vega, BCG n.º155, 191, 228) completada con la traducción de tres obras menores atribuidas a Euclides, la Óptica, la Catóptrica y los Fenómenos (traducción de P. Ortiz, BCG 277). Acaba de salir de imprenta el libro Euclides. La fuerza del razonamiento matemático, escrito por Ana Millán Gasca, colaboradora de SUMA. Presentamos el libro con algunas reflexiones sobre Euclides y la enseñanza de las matemáticas tomadas del capítulo con el que concluye el libro.

Del matemático griego Euclides las crónicas nos dibujan poco más que una sombra —hasta el punto de que hay quien ha dudado de su existencia histórica— que se alarga, sin embargo, sobre la entera historia de las matemáticas. “El geómetra” por excelencia, “el autor de los *Elementos*”, verdadero Partenón de los antiguos saberes de la aritmética y de la geometría, son los apelativos que han consagrado su figura. En este libro nos acercamos a él a través de su obra más famosa, así como de otras menos conocidas, como las dedicadas a la óptica y a la ciencia de los cielos, que elaboran la idea griega de geometrización de la Naturaleza.

La fascinante historia de la transmisión de los *Elementos* empieza en los siglos finales de la Edad Antigua, cuando algunos estudiosos, testigos de la ruina de la civilización greco-romana, se esforzaron por preservar para el futuro la gran obra de Euclides. El itinerario pasa por las capitales culturales del

Islam, donde el estudio de la tradición euclidiana animó nuevas investigaciones matemáticas; entre los copistas medievales del texto griego, que prepararon los manuscritos hoy conservados en Florencia, en la Ciudad del Vaticano y en París. Pasa también por las ciudades de frontera entre los mundos cristiano y musulmán donde trabajaron los traductores al latín; hasta los talleres de los primeros impresores, en Venecia y en Basilea, en los albores de la Edad moderna. La obra fue llevada hasta la China por el misionero jesuita Matteo Ricci, que tradujo algu-

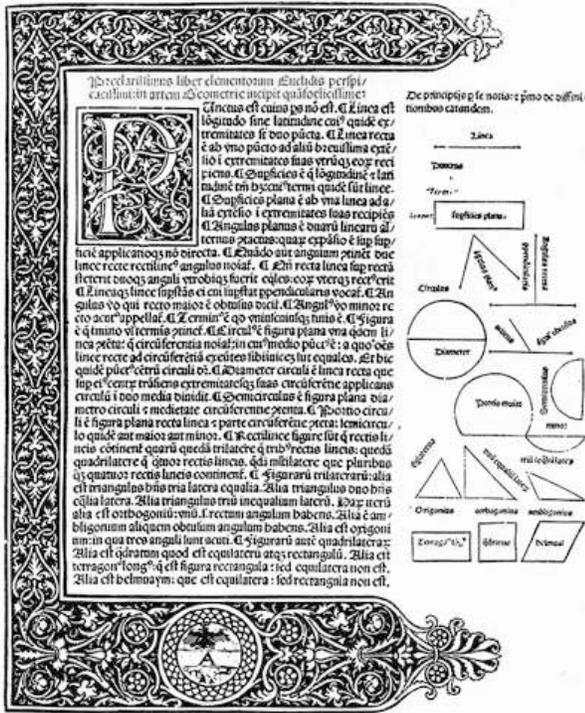
Ana Millán Gasca

Universidad de Tor Vergata, Roma (Italia)

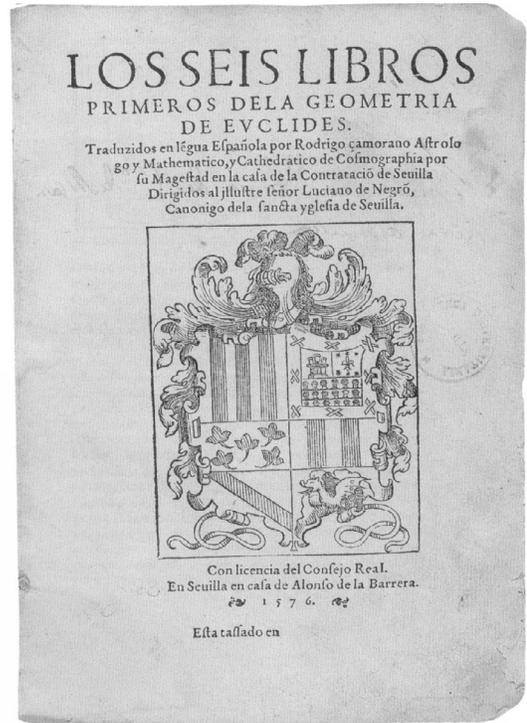
Tomado del último capítulo de Euclides, La fuerza del razonamiento matemático, Nivola 2004

nos libros a principios del siglo XVII; y era un libro siempre presente en los pupitres de estudiantes y en las mesas de trabajo de los matemáticos europeos hasta finales del siglo XIX. Hoy, acercarse a este clásico es una vía para entender mejor la naturaleza del razonamiento y del modo de pensar matemático.

Nivola 2004), en plena oleada de rechazo de la geometría —al grito de ¡Abajo Euclides!— en casi todos los países europeos. La lectura de los *Elementos* hoy en el nivel universitario tiene un doble valor, cultural y matemático, y puede ser un interesante ingrediente en un curso general de matemáticas e incluso



Primera edición impresa. Venecia, 1482



Primera edición en castellano 1574. Por Rodrigo Çamorano

Los *Elementos* han servido, durante siglos, como libro de texto de la enseñanza *elemental* por excelencia. Este papel fue a menudo discutido desde un punto de vista didáctico, y siguió reafirmandose hasta bien entrado el siglo XIX. La introducción de la matemática moderna en el siglo XX acabó para siempre con este primado, salvo en los países anglosajones. Cerrada esta fase didáctica, cabe preguntarse si el “olvido” total de los *Elementos* no sea un daño mayor que la vieja defensa a ultranza de su valor en la enseñanza. Es un tema sobre el que reflexionar.

Un manual clásico en este sentido es la edición de los *Elementos* publicada en 1868 por Enrico Betti y Francesco Brioschi, bajo el patrocinio de Luigi Cremona, para los institutos de enseñanza secundaria en Italia, un país que ha mantenido por tradición un lugar principal para la geometría en este nivel. Y, entre las publicaciones recientes que pueden ser útiles en este sentido, es importante recordar un clásico en castellano, la obra *Mirar y ver. Ocho ensayos de geometría intuitiva* de Miguel de Guzmán, publicada en 1977 (reedición revisada,

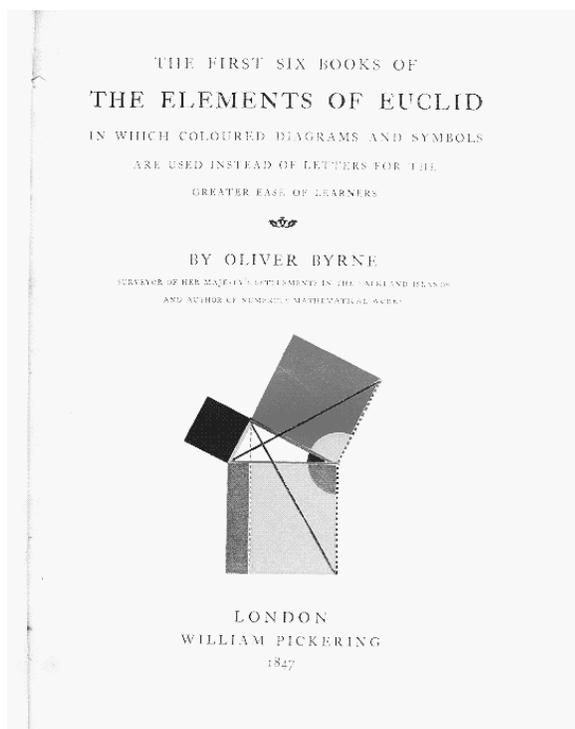
el hilo conductor, por ejemplo, de un curso elemental de geometría, o de un curso de “matemática elemental desde un punto de vista superior” útil para los futuros profesores de matemáticas.

Los profesores disponen de dos libros recientes que pueden resultar muy útiles a este fin: el libro de Benno Artmann, *Euclid. The creation of mathematics*, “un intento de comprender la naturaleza de las matemáticas desde el punto de vista de su fuente antigua más importante” (Springer, 1999) y, desde un punto de vista más técnico, el libro de Robin Hartshorne *Companion to Euclid. A course of geometry, based on Euclid's Elements and its modern descendants* (American Mathematical Society, 1997). Son útiles además, dos ediciones modernas de Euclides: la clásica edición inglesa de Thomas L. Heath (edición Dover, 1981) y la edición francesa de Bernard Vitrac (Presses Universitaires de France, 1990-98).

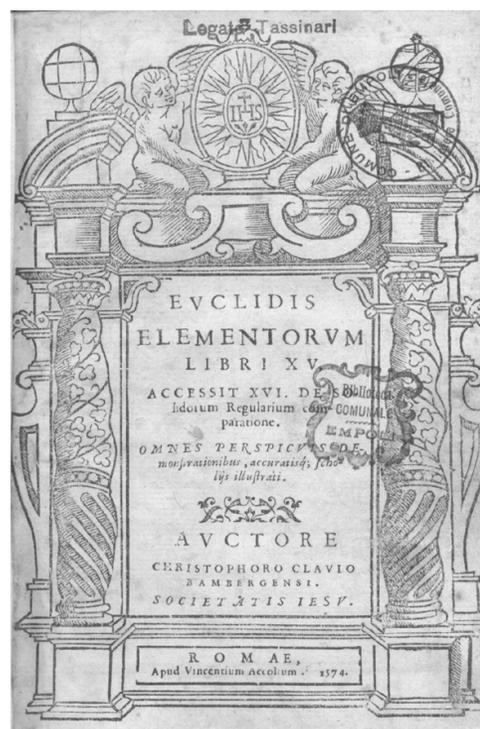
Si se emprende una tarea de este tipo existen varias vías posibles, según que el acento sea puesto más sobre los aspectos

históricos, sobre las matemáticas de los *Elementos*, o sobre los aspectos epistemológicos y filosóficos que esta obra puede ilustrar con gran eficacia. Cualquier enfoque es legítimo didácticamente, aunque se pueda correr el riesgo, en algunos casos, de desfigurar el rostro auténtico del pensamiento mate-

básica, con cuestiones de permanente interés y con objetos capaces de seducir a gentes de diversos tiempos y culturas. Si estas formas de proyección son una de las marcas de un «autor clásico», hay autores clásicos tanto en el campo de las artes y las letras como en el campo del conocimiento y del método científico: los hay a pesar de los prejuicios «lite-



Edición de Oliver Byrne de 1847



Edición del jesuita Clavius, Roma 1574

mático griego. Baste pensar en la cuestión de la “traducción algebraica” de los *Elementos*, y su utilidad desde el punto de vista de la lectura histórica de la obra o bien de su utilización en la enseñanza. Se trata de un problema cuya solución no puede ser obligada, y lo importante es que el profesor elija su vía teniendo presentes los conocimientos históricos actuales. En tal sentido es muy útil el análisis de Ivor Grattan-Guinness en su artículo *Numbers, ratios and proportions in Euclid's Elements* (publicado en la revista «Historia mathematica» en 1996), donde se hacen por ejemplo interesantes referencias a las notas de la edición de Heath (que recurre a menudo a la lectura algebraica).

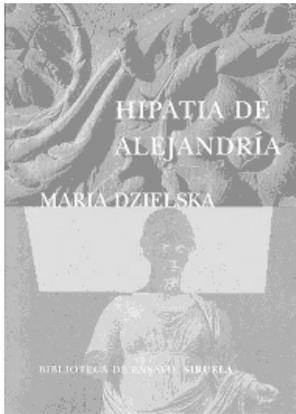
Valga, en fin, como invitación a esta “recuperación” de Euclides en la enseñanza y en la cultura matemática, cuanto ha escrito Puertas Castaños como nota conclusiva de su traducción (Euclides, *Elementos Libros X-XIII*, Gredos, 1998, p. 358):

Es difícil negarse a reconocer el olfato de los antiguos matemáticos griegos para dar con temas de importancia

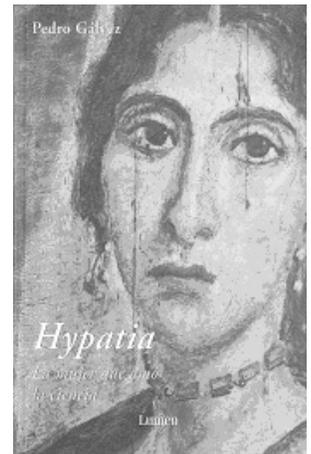
rarios” que dan en limitar el legado griego al ámbito de las humanidades; los hay a pesar de los prejuicios “científicos” que dan en suponer que el conocimiento no puede desarrollarse sin matar al padre. Euclides es un autor clásico. ■

Ana Millán Gasca es profesora de Historia de la ingeniería industrial en la Universidad de Roma “Tor Vergata” y de Historia y epistemología de la ciencia en la Scuola di specializzazione all’insegnamento superiore de la Universidad de L’Aquila. Ha publicado numerosos trabajos sobre la comunidad matemática española en los siglos XIX y XX, entre ellos *El matemático Julio Rey Pastor* (IER, 1988). Entre sus libros recientes: *El mundo como juego matemático* (Nivola, 2001) y *The Biology of Numbers* (Birkhäuser, 2002), ambos con G. Israel; *All’inizio fu lo scriba. Piccola storia della matematica come strumento di conoscenza* (Mimesis, 2004); y el volumen, editado con M. Lucertini y F. Nicolò, *Technological concepts and mathematical models in the evolution of modern engineering systems* (Birkhäuser, 2003).

El irresistible hechizo de Hipatia de Alejandría



HIPATIA DE ALEJANDRÍA.
Maria Dzielska
Siruela (Biblioteca de ensayos)
Traducción de J.L. López Muñoz
Madrid, 2004
ISBN 84-7844-749-0
159 páginas



HYPATIA, LA MUJER QUE AMÓ LA CIENCIA.
Pedro Gálvez
Lumen
Barcelona, 2004
ISBN 84-264-1440-0
272 páginas

El hechizo de Hipatia no decae en el tercer milenio. En este año 2004 se presentan dos nuevas ediciones, un ensayo y una novela, sobre la filósofa y matemática alejandrina asesinada salvajemente por integristas cristianos en las calendas de 415. Curiosamente son fuentes cristianas también algunas de las que nos recuerdan la crueldad y el sadismo del martirio de la hija de Teón:

Algunos de ellos [los cristianos], cuyo cabecilla era un lector llamado Pedro, corrieron a toda prisa empujados por un ardor salvaje y fanático, la asaltaron cuando ella volvía a casa, la sacaron de su carro y la lleva-

ron a la iglesia llamada de Cesarión, donde la desnudaron completamente y la mataron con escombros de cerámica. Después de descuartizar su cuerpo, llevaron sus trozos al Cinarión, y allí los quemaron. Este asunto constituyó un gran oprobio, no sólo para [el patriarca] Cirilo sino para el conjunto de la Iglesia Alejandrina

Sócrates Escolástico (sigloV)

Este relato de Sócrates, junto a los de Damascio, y Juan Obispo de Nikiu, son los únicos de fuente antigua sobre los trágicos sucesos. Son suficientes para construir una leyenda.

Lamentablemente, Sinesio de Cirene, el discípulo más conocido de Hipatia murió antes del 415 y no pudo relatarnos los hechos. Mujer, sabia, finales del mundo antiguo y salvaje asesinato se combinaran para recrear la historia y reproducirla según las inquietudes y prejuicios del narrador o narradora de cada época.

Los dos libros recientes son *Hipatia de Alejandría* de Maria Dzielska y *Hypatia. La mujer que amó la ciencia* de Pedro Gálvez. El primero de ellos es un maravilloso libro, bellamente editado, de una estudiosa de Sinesio, que también quedó atrapada por la sabia matemática. Se trata —el ensayo de Dzielska— de un libro académico que consigue apasionarnos. La autora no se limita a comentarnos las fuentes antiguas, pues donde brilla con más fuerza es cuando nos relata la frecuente reaparición literaria de su leyenda desde el siglo XVIII hasta hoy. La editorial Siruela -fiel a su característica calidad- nos presenta en castellano un libro fundamental. Solo puede objetarse que llega un poco tarde, pues en el 2002, la catedrática de filosofía gijonense Amalia González nos ofreció un pequeño pero inestimable volumen con un contenido ejemplar, que además incluye una selección de textos originales. Sin duda el libro de la polaca era imprescindible, pero su impacto hubiera sido mayor con más diligencia traductora (la edición inglesa es de 1995). Por otra parte, la traducción es también espléndida, viniendo avalada por uno de nuestros más reconocidos profesionales de estas tareas: José Luis López Muñoz.

El libro de Gálvez es una novela bien narrada. Con la calidad del sello editorial, tenemos otra recreación de la subyugante personalidad de Hipatia. El autor no ha podido resistir la tentación ensayística, y dedica el último capítulo al *Legado de Hipatia*, mismo título de la obra de homenaje a la mujer en la ciencia de Margaret Alic.

No deja de ser curioso, que el libro de Gálvez replique al de Dzielska. La polémica está servida. La novela es una encendida defensa del espíritu griego y la ciencia antigua, contra el dogmatismo religioso, encarnado en San Cirilo. El feminismo militante del autor hace de la obra una muestra de todas las virtudes de la mujer sabia, injustamente sepultadas por el patriarcado dominante. Donde creo que el autor se excede es en atribuir la oculta o manifiesta intención de la filóloga polaca de la defensa de la Iglesia. La lectura del libro de Dzielska no deja ese sabor.

Si la parte más lograda del ensayo sobre Hipatia es el análisis crítico de la leyenda literaria, la novela también es en sus comienzos cuando mejor nos atrapa. La historia de Alejandría, que es la del helenismo y del desarrollo más brillante de la ciencia matemática hasta la edad moderna, es recordada por Teón el mismo día que nace su “bellísima” hija.

De forma modesta, hemos de decir que después de la crítica filológica a las recreaciones ideológicas, lo que hace Maria

Dzielska es darnos la suya: Hipatia muere por estar en medio de un conflicto entre la iglesia y el estado. Esta es la parte más floja, y el objeto de las iras de Gálvez. No es para tanto; por muy polaca que sea, la filóloga no es una quinta columnista de su compatriota en el papado. Su versión puede ser mejor que otras, pero no es concluyente, pues era una tarea hoy imposible. El mérito de Dzielska es su acreditado estudio de los usos ideológicos de Hipatia, lo cual nos permite un sano escepticismo, incluso de la tesis de la propia autora.

Es curioso que Gálvez caiga también en tópicos, pese a su encendido antidogmatismo, que no por extendidos deben de dejar de ser combatidos:

- La cultura alejandrina no termina con la muerte de Hipatia. La tradición helénica, pagana o cristianizada, se mantiene con fuerza hasta el siglo VI. Si no florecen matemáticos brillantes, en cambio, si se vivirán momentos claves para la filosofía y la física. La crítica a la cinemática de Aristóteles realizada entre otros por Juan Filopon será fundamental para la moderna ruptura galileana y la revolución científica del XVII.
- Hablar del genio griego y de la larga oscuridad medieval, ignorando las culturas asiáticas islámica y sánscrita es un pecado de eurocentrismo tan criticable como el patriarcado machista.
- No sabemos si Hipatia fue bella, si lo fue —aunque terrible— su trágica historia, y si son bellísimas la Aritmética de Diofanto y las Cónicas de Apolonio, sus libros de cabecera. Pero atribuir juventud y belleza a la mártir del paganismo alejandrino es un exceso literario o un prejuicio arraigado entre hombres. Para la estudiosa polaca, la filóloga era una mujer mayor en el año de su asesinato; la argumentación es consistente. La novela sigue los convencionalismos y se apunta a la versión de mujer madura pero en plenitud física e intelectual: nacida en 370.

Gracias al libro de Dzielska sabemos que Hipatia no solo fue salvajemente asesinada, también su memoria ha sido usada según la finalidad del narrador de turno que la cite como referencia:

- El protestante contra el papista.
- El arriano contra el católico.
- El teósofo ilustrado contra el dogmático.
- El ateo contra la religión.
- El feminismo contra el machismo.
- El paganismo contra el cristianismo.
- La castidad frente al libertinaje.
- La liberación sexual frente a la represión.
- La ciencia frente al oscurantismo
- El cristianismo frente a sus críticos.

Puede observarse no sólo la diversidad de usos, también se aprecia la versatilidad del mito: para unos casta, para otros

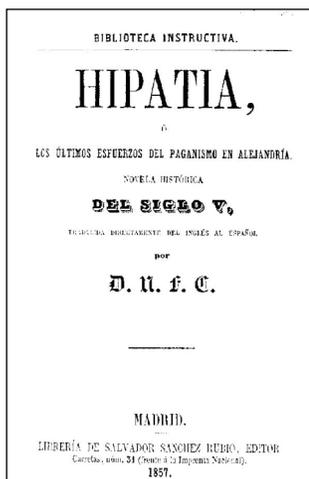
liberada sexualmente; para unos atea, para otros pagana y para otros ferviente cristiana. Todo puede valer, pero el uso de Hipatia que queda cristianizada en Santa Catalina de Alejandría es sin duda de los más excesivos.

Para quienes lean a Gálvez, debo advertir además sobre otras dos cosas: el uso de guiños históricos que exigen complicidad, y la presencia esporádica de huellas de la Hispania tardo romana en Alejandría. Esta última puede resultar un poco chocante.

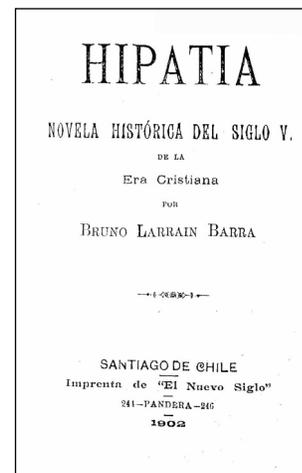
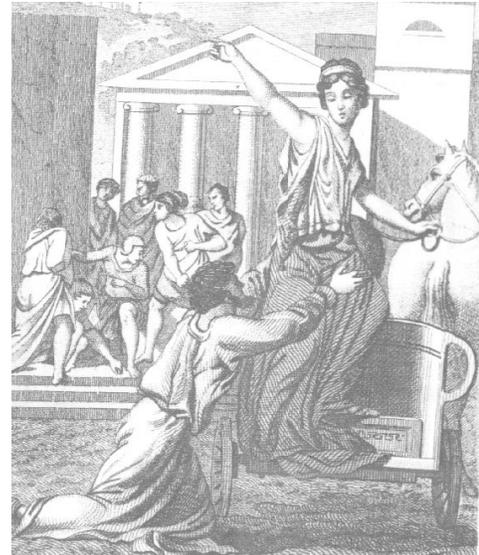
Hipatia en castellano

Hipatia aparece muy pronto en la literatura castellana. Lope de Vega ya la cita en *La doncella Teodor*, y Juan Bautista Cubié en *“Las mugeres vindicadas de las calumnias de los hombres”* (1765).

Ni el libro de Dzielska ni el de Gálvez entran a estudiar la presencia de Hipatia en castellano. Es de destacar la temprana traducción de *Hipatia, los últimos esfuerzos del paganismo en Alejandría* (1853), la novela del clérigo Charles Kingsley que mas contribuye a extender el conocimiento de la sabia matemática. Se trata de una buena edición —con bellos grabados— fechada en 1857. El libro esta bien catalogado en la Biblioteca Nacional pese a que no aparece el nombre del autor, y que del traductor conocemos sólo las iniciales.



Por otra parte es interesante reseñar que en Chile en 1902 ya se escribe una curiosa novela sobre Hipatia, donde la “jeometra” aparece como sabia enamorada, fuerte en el estudio y sensible al amor. El autor es Bruno Larrain Barra, del que poco sabemos, aunque su apellido es el de una familia muy activa en el país andino.



Con el título de *Hypatia* de Dora Russell se inició la andadura de una editorial feminista en 1930: *Avance*. El libro está escrito para defender la liberación femenina, y de la matemática alejandrina solo utiliza su imagen histórica de profesora *destrozada por los cristianos*.

En estos momentos en España hay varios grupos de profesoras y un congreso con el nombre de Hipatia en Castilla y León y Andalucía. Hipatia es la referencia obligada en cualquier libro que trate de rescatar la presencia de las mujeres con nombre propio en la ciencia. ■

Ángel Requena Fraile
IES de La Cabrera, La Cabrera (Madrid)

Fibonacci. El primer matemático medieval



FIBONACCI. EL PRIMER MATEMÁTICO MEDIEVAL

Ricardo Moreno Castillo

Nivola

La matemática en sus personajes

Madrid, 2004

ISBN 84-95599-82-1

109 páginas

A este matemático medieval, Fibonacci, va dedicado el número 18 de la colección *La Matemática en sus Personajes*, de la editorial Nivola aparecido recientemente.

Como ya es habitual en los libros de esta colección, su autor Ricardo Moreno Castillo, no sólo nos presenta algunos de los trabajos y aportaciones de Leonardo de Pisa, más conocido por Fibonacci (hijo de Bonaccio), sino que nos sitúa históricamente en el mundo medieval, recordándonos a muchos de los personajes que tuvieron un papel importante en el desarrollo tanto de la matemática como de la propia civilización europea.

La idea que tenemos del medioevo es la de un periodo oscuro, con reducido número de avances científicos, que antecedió a la explosión que supondría la etapa renacentista. Sin embargo, la labor realizada por compiladores, traductores y enciclopedistas de hacer comprensibles las obras y logros tanto del mundo antiguo como del mundo árabe, se pueden considerar como una de las aportaciones más importantes del mundo medieval, sin la cual sería imposible entender los avances de todo tipo conseguidos en la etapa posterior.

Compiladores y Enciclopedistas es el título del capítulo primero en el que figuran algunas de las aportaciones de personajes como: Boecio (480-524), Isidoro de Sevilla (570-636) o



Codex Fuldensis, siglo X, Biblioteca Nacional de Viena.
Alcuino de York y Rabano Mauro entregan un libro a Edgardo

Beda el venerable (673-735). Resulta interesante recordar algunos de los nombres que Boecio da a los números: *perfectos, deficientes y abundantes*.

En el capítulo segundo, *El renacimiento Carolingio*, el autor nos recuerda algunos hechos históricos anteriores a la coronación de Carlomagno y selecciona una serie de interesantes problemas de la que califica “primera obra escrita de matemática recreativa” de Alcuino de York (735-804). Las referencias históricas continúan en el capítulo tercero, *La época de los traductores*, con la inclusión esquemática de la vida y obra de algunos de ellos, como: Gerberto de Aurillac, Adelardo de Bath, Juan de Sevilla, Gerardo de Cremona o Roberto de Chester.

Dejando aparte el capítulo 6, *Otros matemáticos medievales*, el resto de los capítulos de este libro hacen referencia a la obra de Fibonacci. En el capítulo 4 se seleccionan una serie de problemas resueltos por el matemático medieval en aquellos famosos “torneos matemáticos”. La selección resulta muy interesante (el del reparto del capital, el del pentágono equilátero, el de la ecuación de tercer grado...). No es menos interesante la sorprendente precisión de algunos de los resultados obtenidos por Leonardo de Pisa y resulta muy curiosa la forma sexagesimal del resultado.

El *Liber Abaci* es la obra más conocida de Leonardo y el título del capítulo quinto. En él se incluyen referencias a los números (las justificaciones de las pruebas del 9, del 11, o del 7), algunos problemas geométricos (los mástiles, las trayectorias de los pájaros, etc.). Tanto o más interesante que la misma selección de problemas que el autor realiza son las soluciones

que propone Leonardo de Pisa a muchos de estos problemas. De ellas se pueden extraer interesantes ideas didácticas.



Escultura de Leonardo de Pisa Fibonacci en el Camposanto de la Duomo de Pisa, reproducida en *Fibonacci. El primer matemático medieval*. Foto FMC

El capítulo 5 concluye con el problema por el que es más conocido Leonardo y que ha dado lugar a una de las sucesiones más famosas, sorprendentes e interesantes que se estudian en matemáticas. Nos referimos, claro está, al problema de los conejos y a la sucesión llamada *Sucesión de Fibonacci*. En el último capítulo se revisan algunas propiedades de esta sorprendente sucesión y su relación con el número de oro, con aportaciones de matemáticos como Binet, Lagrange o D'Alembert.

En resumen, el trabajo realizado por Ricardo Moreno Castillo, nos puede dar una idea más ajustada de esta etapa histórica tan desconocida como es la Edad Media europea. Los grandes hombres que vivieron esa época tuvieron limitaciones en su trabajo, pero sus aportaciones a las etapas posteriores como recopiladores y traductores del conocimiento anterior resultó decisivo. Por otra parte, el autor nos proporciona una colección de problemas de aplicación en un aula de secundaria, que tienen además la riqueza añadida de

los procedimientos históricos utilizados para resolverlos, en una época en la que el álgebra simbólica estaba aún por descubrir. ■

Antonio Hernández
IES Juan de la Cierva, Madrid