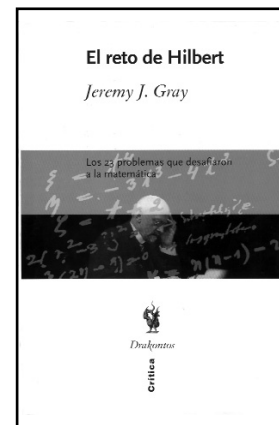


Hilbert, Contando el Espacio y Laplace

El reto de Hilbert:
 Los 23 problemas que desafiaron a la matemática.

Jeremy J. Gray
 Editorial Crítica
 Barcelona 2003
 ISBN 84-8432-465-6
 320 páginas



En el preámbulo de su conferencia en el Congreso Internacional de Matemáticas de 1900 en París, Hilbert escribía lo siguiente:

Un viejo matemático francés decía: «No puede considerarse completa una teoría matemática hasta que no se haya hecho tan clara que se pueda explicar al primer hombre que encontremos por la calle». Esta claridad y facilidad de comprensión en la que aquí se insiste para una teoría matemática, yo la pediría aún más para un problema matemático si quiere ser perfecto; pues lo que es claro y fácilmente comprensible nos atrae, y lo complicado nos repele.

Más aún, un problema matemático debería ser difícil para que nos atraiga, aunque no completamente inaccesible, no sea que frustre nuestros esfuerzos. Debería ser para nosotros una señal indicadora en los tortuosos senderos hacia las verdades ocultas, que finalmente nos recompensan con el placer de una solución satisfactoria. (p. 264)

Parece que en vez del paladín de la matemática axiomática nos esté hablando un apasionado defensor de la resolución de problemas. Para Hilbert estaba claro el papel que juegan los problemas tanto en el desarrollo de las matemáticas como en la tarea de los investigadores. La abundancia de buenos problemas es síntoma de vitalidad y Hilbert no sólo muestra que había en ese momento una amplia panoplia de problemas

pendientes sino que estaba profundamente convencido de que el suministro de problemas en las matemáticas es inagotable pues en cuanto se resuelve un problema inmediatamente surgen nuevas preguntas que responder.

Para juzgar el contenido del interesantísimo libro de Gray, que nos presenta la colección Drakontos dirigida José Manuel Sánchez Ron, es importante tener en cuenta que en su conferencia, Hilbert era plenamente consciente de que la importancia de un problema es muy difícil de juzgar a priori, y que sólo gracias a su repercusión en los desarrollos posteriores de las matemáticas sería posible valorar su calado. Precisamente éste es el principal propósito que persigue el autor a lo largo de *El reto de Hilbert*, pero no el único. En efecto, también muestra a lo largo de sus páginas cómo se desarrolló la carrera científica de Hilbert y de muchos de los que intentaron resolver a lo largo del siglo XX, tanto si lo consiguieron como si no, los 23 problemas.

Julio Sancho

En la primera parte del libro se describe la etapa de formación y los primeros años de la carrera científica de Hilbert, así como el telón de fondo matemático sobre el que escribe su conferencia de 1900. Todo este panorama, tanto de intereses personales como del colectivo de los investigadores, explica la relevancia que tenían los problemas escogidos y el estado de las matemáticas a principios del siglo.



Hilbert (hacia 1900)

Aunque su conferencia parece que no fue recibida con un gran entusiasmo por los asistentes al congreso, pronto se hizo evidente que los Problemas de Hilbert resultaban muy atractivos para la comunidad de investigadores. Las razones para ello son variadas y Gray muestra que no sólo dependen de la bondad de los propios problemas sino también de otros factores como son, por ejemplo, el prestigio científico del propio Hilbert y del Instituto Matemático de Göttingen en el que desarrollaba su labor, su accesibilidad personal o su habilidad para rodearse de estudiantes capaces a los que imbuyó en sus ideas y a los que sugería líneas de trabajo. Como consecuencia de todos estos factores y de la opinión general que se fue desarrollando sobre los Problemas, inmediatamente se empezaron a producir avances en bastantes de ellos. Todo este panorama es el que se muestra en la segunda parte del libro que corresponde al periodo que va de 1900 al final de la I Gran Guerra Mundial.

En el periodo entreguerras dos acontecimientos decisivos marcarán el progreso de las matemáticas: la aparición de la nueva Mecánica Cuántica y la Crisis de los Fundamentos. En unos pocos años de la década de los veinte los jóvenes físicos de Göttingen empezaron a desarrollar una nueva visión de los procesos físicos para la que las matemáticas elaboradas por

Hilbert y sus alumnos (por ejemplo en los Métodos de la Física Matemática de Courant y Hilbert), resultaban de una gran ayuda. Esto hizo que aumentase su prestigio entre ellos, aunque en aquellos momentos todavía careciesen de una comprensión de los fundamentos que permitiese el intento de axiomatizar la física que pedía Hilbert en su 6º Problema. En los mismos años en que empezó el desarrollo de la Mecánica Cuántica el interés y las energías de Hilbert se fueron concentrando sobre los problemas de Fundamentos de las Matemáticas. Su 2º Problema ya proponía asentar la aritmética sobre unas bases axiomáticas indiscutibles pero en los años veinte sus pretensiones se habían hecho mucho más exigentes y creía que había que dar respuesta adecuada a diversos problemas epistemológicos: la resolubilidad de cualquier cuestión matemática, la verificabilidad de los resultados matemáticos, la existencia de criterios para juzgar la simplicidad de las demostraciones, la relación entre formalismo y contenido y el problema de la posibilidad de decisión de las cuestiones matemáticas en un número finito de pasos. En definitiva todo un programa de fundamentación para las matemáticas. En este contexto estalló la crisis del intuicionismo de Brouwer y se produjo la gran expansión de la lógica gracias a los resultados de Gödel, aspectos que son tratados con cierto detalle en esta tercera parte del libro en el que además se analizan los problemas de Hilbert que fueron atacados con éxito entre las dos grandes guerras.

En la primera parte del libro se describe la etapa de formación y los primeros años de la carrera científica de Hilbert, así como el telón de fondo matemático sobre el que escribe su conferencia de 1900.

El final de la Segunda Guerra Mundial, el inicio de la guerra fría, de la carrera espacial, fue un buen momento para la matemática aplicada gracias a los contactos con el ejército y la industria. Poco a poco se fue entrando en una época de austeridad, reforzada por una toma de posición política de muchos de los profesionales a los que repugnaba la colaboración con los militares. Así, en la segunda mitad del siglo XX la lucha por la hegemonía en las matemáticas se fue decantando hacia el campo de las matemáticas puras, aunque en los últimos años del siglo el signo ha ido cambiando poco a poco. Como Hilbert en su conferencia, los matemáticos eran conscientes de la inspiración que proporciona el mundo de los fenómenos externos en la proposición de los problemas a las matemáticas, pero estaban mucho más de acuerdo con la otra postura que también había defendido:

...la mente humana, animada por los éxitos de sus soluciones, se hace consciente de su independencia. Por medio de combinación lógica, generalización, especialización, separando y recogiendo ideas de manera afortunada –a menudo sin influencia apreciable del exterior– desarrolla nuevos y fructíferos problemas por sí misma, y entonces es ella misma la que aparece como interrogador real. (p. 266)

*Para leer El reto de Hilbert
hace falta saber matemáticas,
y no pocas, pero ese no es un
demérito del libro: no en balde
el autor habla de gran parte de
las matemáticas más
avanzadas que se han hecho en
los últimos tiempos.*

Bourbaki, que se reclama hilbertiano, es la figura paradigmática de esta época al asumir que el método formalista y axiomático no sólo es muy productivo en matemáticas sino que además trae claridad al conocimiento matemático. En la cuarta parte del libro Gray dedica un amplio espacio a reflexionar sobre la manera de ver las matemáticas de Bourbaki, en el que matiza algunas de las ideas preconcebidas que circulan al respecto. Por ejemplo, cuando destaca que Bourbaki prefiere los argumentos que explican a los que se limitan a demostrar, es decir resalta la importancia que tiene el proceso de descubrimiento y la forma en que los nuevos resultados encajan y dan sentido a los conocimientos anteriores y es ahí donde encaja la formulación axiomática como facilitadora de todo ese proceso.

Finaliza este cuarto apartado con un repaso a los últimos logros en la resolución de los Problemas de Hilbert, antes de terminar el libro con la traducción íntegra de la conferencia de Hilbert en París. Casi sólo por este último habría que destacar esta publicación ya que pone a disposición del público de habla hispana en general y más particularmente, a los interesados en las matemáticas que no dominamos el inglés (y mucho menos el alemán) un texto básico para entender el desarrollo de las matemáticas en el último siglo.

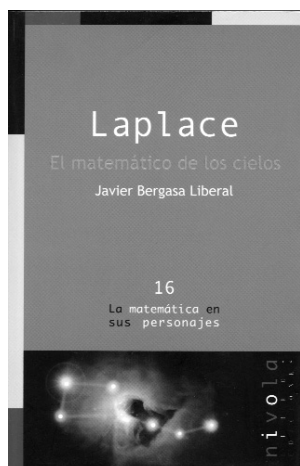
El texto de Hilbert que he citado al inicio de esta reseña gira en torno a la idea de la claridad. Claro que Hilbert se estaba dirigiendo a un público formado matemáticamente y para él la conferencia, sin duda, tuvo que resultar diáfana. Creo, sin embargo, que el objetivo marcado de que puedan ser explicadas a gente corriente está lejos de ser alcanzado. Cada vez que leo un libro de divulgación matemática acabo con las mismas sensaciones: inicialmente el esfuerzo del autor por hacerse entender lo consigue conmigo, pero luego siempre hay un

momento en que empiezan las dudas, que se hace preciso volver atrás, que echo en falta más detalles, en definitiva, que no hallo esa iluminación que me permita dar un paso importante en la comprensión del tema. Con este libro me ha pasado lo mismo, probablemente debido a limitaciones mías que, al fin y al cabo, hace tiempo que dejé de dedicarme a estudiar matemáticas y que nunca he sabido demasiado de alguna de sus ramas.

Para leer *El reto de Hilbert* hace falta saber matemáticas, y no pocas, pero ese no es un demérito del libro: no en balde el autor habla de gran parte de las matemáticas más avanzadas que se han hecho en los últimos tiempos. No es la obra definitiva sobre el tema, aunque otros autores tendrán que esforzarse mucho para mejorarla. Pero es preciso que ese esfuerzo se siga haciendo para que los conocimientos que se van adquiriendo con las matemáticas se sientan como propios por toda la humanidad; para que la gente vea que el esfuerzo humano y económico que exige el desarrollo de las matemáticas no es sólo un lujo que se les permite a unos pocos; para que siga habiendo jóvenes estudiantes a los que les seduzca incorporarse al esfuerzo de resolver nuevos problemas y para que los que nos atrae el desafío matemático podamos acercarnos a la comprensión de los últimos logros alcanzados.

*Un problema matemático
debería ser difícil para
que nos atraiga, aunque
no completamente
inaccesible, no sea que
frustre nuestros esfuerzos.*

Para terminar creo que debo comentar un par de aspectos del libro que no me han gustado. Me refiero a la traducción o más bien al castellano empleado por el traductor que a mi entender esta lleno de errores que, volviendo a la cita inicial, oscurecen el texto y por tanto dificultan la comprensión de su contenido que, de por sí, ya es bastante difícil. Por otra parte, el autor incluye unos cuadros explicativos de alguno de los temas matemáticos de los que trata en el tema principal que creo que no han sido tratados adecuadamente por el editor. En la composición del libro se ha optado por evitar que dichos cuadros queden partidos entre dos páginas y ello les ha llevado, en más de una ocasión, a que los aspectos a los que se refiere alguno de los cuadros se traten muy alejados de la página en las que se citan. Esto, dificulta la lectura y hace que el valor aclaratorio de los cuadros quede limitado. Son dos aspectos críticos con los que no deseo desmerecer la obra que en cualquier caso es digna de atención por todo el que desee ver la influencia de este pequeño texto en el desarrollo de las matemáticas en el pasado siglo. ■



LAPLACE. EL MATEMÁTICO DE LOS CIELOS.

Javier Bergasa

Nivola

Madrid, 2003

ISBN 84-95599-63-5

222 páginas

Según se encargaba de señalar Borges, a todas las personas les toca vivir tiempos difíciles. Pero remedando a otro escritor, Orwell, que estuvo por estas tierras y de quien este año se cumple el centenario, a algunos les tocan tiempos más difíciles que a otros. Y entre los últimos están todos los que tuvieron que navegar por los procelosos años que transcurren entre la Revolución Francesa y la vuelta de los Borbones, que incluye el imperio napoleónico, con sus verdades oficiales cambiantes y sus núcleos de poder poco permanentes e inestables. Un tiempo que cambió hasta la base de la unidad de medida (con la definición de metro) y la forma de medirlo (con el efímero calendario republicano), labores ambas en las que estuvo involucrado el personaje objeto del libro que comentamos.

Porque toda la modernidad tiene un importante punto de inflexión en 1789, y lo mismo pasa con la ciencia en general y la matemática en particular. De forma que no es casual que varios de los libros de la colección que acoge el de Javier Bergasa estén dedicados a personajes relacionados con esa época (como Legendre, Monge, Lagrange, y, en parte, Galois), ya que en ese tiempo se dieron cita en Francia una constelación de sabios que se vieron implicados no sólo en las ya por sí difíciles gestiones de supervivencia y ascenso en el mundo científico, sino además en las inestables relaciones sociales, teniendo que conseguir la adscripción al bando vencedor en cada momento (o al menos no del perdedor), imprescindible en periodos de guillotina fácil. Y así sucedió que alguno de los importantes se perdió en el camino, como Condorcet, que se suicidó antes de pasar por la *máquina*.

Lo cierto es que Laplace (1749-1827) fue logrando sobrevivir sin pasar inadvertido, puesto que si ya tenía una posición antes de 1789, llegó a ministro de Interior y fue senador con Napoleón y el Borbón restaurado le nombró marqués. No cabe duda que es todo un alarde de adaptación o de camaleonismo, lo que hace que, como se recoge en el libro, su actitud se asociara a la del vicario de Bray, que en los tiempos de cambios de religión en la

Inglaterra de Enrique VIII fue dos veces papista y otras dos protestante y ante las acusaciones de oportunismo replicó: *No es así en absoluto, puesto que si bien cambié de religión, estoy seguro de haber permanecido fiel a mi principio de qué es vivir y morir como vicario de Bray.*

Laplace no sólo se ocupó de mantener la aguja de marear marcando buen rumbo, sino que no dejó de hacer ciencia punta, sobre todo en astronomía, pero también en el desarrollo de la probabilidad. Y, a la vez, por si todo eso fuera poco, una gran labor como pedagogo y como divulgador de alto nivel, formando un grupo de presión con otros científicos de otras áreas, como Berthollet o Gay Lussac, lo que da idea de la capacidad intelectual del personaje.

Javier Bergasa nos desgana la vida y la obra de Laplace con una pluma ágil, que da lugar a un recorrido ameno y documentado por los acontecimientos sociales, políticos y científicos de la época. Y además, consecuencia de su dominio del tema, nos presenta de forma rigurosa y comprensible lo fundamental de su obra matemática. Salva de forma brillante el difícil compromiso entre la divulgación *novelesca* y la puesta al alcance del lector de unos resultados matemáticos complicados, permitiendo una lectura placentera y provechosa para quien no quiera verse enredado en complejos razonamientos científicos, en paralelo con una excelente vulgarización de los logros de Laplace para los que estén más interesados en ellos.

Es un destacado eslabón más en la excelente trayectoria de la colección 'La matemática en sus personajes' de la editorial Nivola que ha venido a llenar una laguna en la literatura científica de nuestro país. ■

Fernando Corbalán



CONTANDO EL ESPACIO
Capi Corrales

Ediciones despacio.mobcoop ediciones.
Madrid, 2000
ISBN 84-607-1524-8
144 páginas

Para quienes gustan de las matemáticas (se supone que todos los lectores de SUMA) y del arte (también una cantidad apreciable de los mismos) este libro ofrece un recorrido paralelo de ambos aspectos de la actividad humana desde el siglo XVI hasta nuestros días.

Recorrido que es profundo en ambos ámbitos (en el sentido de que proporciona reflexiones y puntos de vista no habituales: esos en los que se logra, como decía Koestler, que 2 y 2 sean 5, como plasmación sintética de la creatividad), pero a la vez, puesto que no son contradictorios, ágil, dinámico y de lectura apasionante. Yo lo encontré por azar en una librería de Madrid y esa misma noche casi lo terminé en un viaje en autobús, a pesar de unas condiciones poco favorables (derivadas sobre todo de una iluminación francamente deficiente).

Pero es que el recorrido intelectual superpuesto al desplazamiento físico era de primer orden, porque me llevaba por el territorio de Velázquez, Goya, Kandinsky, los expresionistas, Mondrian, los cubistas y Picasso en particular, en paralelo a Riemann o Poincaré, Cantor, Dedekind o Hausdorff. Lo que implica que se aborden movimientos pictóricos complejos y desarrollos matemáticos no obvios, que terminan en una entendible explicación de la demostración de Wiles del último teorema de Fermat, la mejor de las varias que yo he visto a nivel divulgativo.

Por esos misterios de la edición y la distribución en nuestro país (uno de los que más libros editan en el mundo, sin ninguna correlación con el número de lectores y de obras vendidas) el libro que reseñamos no es fácil de encontrar en las librerías. Y en ese sentido se explica que esta reseña dedicada a libros recientes aparezca casi cuatro años después de su

publicación, pero en cuyo transcurso no ha encontrado acomodo en estas páginas.... quiero creer que porque no ha llegado a los encargados de esta sección, porque lo cierto es que es uno de los libros más sugerentes que han caído en mis manos en mucho tiempo. Y que puestos a buscar alguna pega (achacándolo de nuevo a los insondables designios del mercado) solo habría que señalar que se merecía una edición más *lujosa*, con un tamaño un poco mayor que permitiera ilustraciones de gran formato y con fotos en color para disfrutar también con la vista las virtudes de las ilustraciones. ¿A qué espera alguna editorial (y perfectamente puede ser una institucional) a hacer una edición como se merece?

Quizás sería conveniente dar ahora siquiera unas líneas generales del contenido del libro, tanto en el apartado pictórico como matemático. Pero aparte de que exigiría muchas precisiones y a pesar de todo seguiría siendo demasiado poco explícito, considero que siempre es bueno, y más es estos tiempos de marketing, mantener un poco de misterio sobre los contenidos, que exciten el deseo de conocerlo. Yo desde luego, y a pesar como digo de que su presentación es mejorable, no tengo ningún reparo en remedar un famoso anuncio de hace unos años: Búsquelo y encuéntralo, ¡seguro que lo disfrutará! Si como decía Gropius, el arquitecto de la Bauhaus, *el ser humano viene al mundo con dos ojos, pero sólo tras paciente enseñanza aprende a ver*, después de transitar por este libro todo se ve de otra manera. ■

Fernando Corbalán