

## Importancia del uso de las tecnologías de la información con el test de hipótesis

*El estudio que presentamos se llevó a cabo con alumnos de 4º de ESO, con alto índice de fracaso en el área de matemáticas. Estudiamos la influencia de los coeficientes en la representación gráfica de funciones lineales y cuadráticas. La investigación consiste en contrastar dos métodos con enfoques distintos: investigar utilizando estrategias ya adquiridas en la representación gráfica de funciones y utilizando el programa Derive. El trabajo ha consistido en comparar estadísticamente los resultados de ambos tratamientos, utilizando para ello el Test de Hipótesis no paramétrico de Wilcoxon.*

*This study was carried out on 4th ESO students with high academic failure in the maths area. We looked into coefficient interaction with the graphic representation of linear and square-functions. This research compares two methods with two different approaches: investigation through previously-acquired strategies on function graphic representation and through the Derive programme. Its procedure involved statistical comparison of the results in both treatments under Wilcoxon's non-parametric Hypothesis Test.*

### **E**l problema y su tratamiento

Una vez planteado el problema a estudiar: *Estudio de la representación gráfica de funciones lineales y cuadráticas en función de sus parámetros reales  $a$  y  $b$ .*

Representación gráfica de funciones lineales y cuadráticas	
$Y = aX$	Función lineal
$Y = aX + b$	Función afín
$Y = aX^2$	Función cuadrática
$Y = aX^2 + b$	Función cuadrática

Utilizamos dos métodos distintos de enfoque:

#### Primer método

Investigando matemáticas: Básicamente consiste en que los alumnos y alumnas realicen la representación gráfica de esas funciones de una forma independiente, sin prácticamente ninguna orientación por parte del profesor, utilizando viejas estrategias ya adquiridas anteriormente por ellos.

La investigación del alumno es individual, y consiste en la representación de forma sistemática de un número suficiente de funciones, de cada uno de los cuatro tipos indicados, para buscar conclusiones acerca del cambio de valor y cambio de signo de los parámetros, que nos potencien el autoaprendizaje (Olvera, 1986).

#### Segundo método

Método Derive: La representación gráfica de funciones utilizando Derive, permite por una parte, un método rápido de validación de conjeturas hechas por el alumnado; y por otra parte, permite estudiar pormenorizadamente las relaciones funcionales, utilizando para ello el modo de trazado sobre una gráfica, sacando conclusiones sobre las coordenadas de la función que también aparecen en la pantalla del ordenador. El tratamiento bajo este segundo método, consiste en la representación en los ordenadores de los cuatro tipos de funciones, pero en este caso, de forma directiva por parte del profesor. Éste va diciendo el tipo de función a representar, y tras la representación de un número suficiente de funciones, el colectivo de la clase va sacando conclusiones acerca del uso de los parámetros.

---

**Antonio Israel Mercado Hurtado**  
 IES Emilio Pérez Piñero (Calasparra - Murcia)  
**María Zoraida Custodio Espinar**

## Las hipótesis

Tras la observación de la puesta en práctica de nuestra investigación, las hipótesis que nos habíamos propuesto podían ser matizadas, pues factores que pensábamos podían ser motivadores para los alumnos, no lo eran y factores que en ningún momento pensábamos fuesen motivantes, sí que lo eran. Así, durante el desarrollo de las tres sesiones que se llevaron a cabo, tuvimos una duda razonable de si la hipótesis alternativa debía ser unilateral o bilateral.

A pesar de estas dudas razonables, mantuvimos las hipótesis definidas al principio de nuestro trabajo.

Nuestra idea preconcebida, era que habría diferencias significativas en la utilización de ambos métodos, por ello planteamos las siguientes hipótesis:

Hipótesis nula –  $H_0$ : Los resultados obtenidos en la representación gráfica de funciones lineales y cuadráticas son iguales, con independencia del método utilizado.

Hipótesis alternativa –  $H_1$ : Aparecen diferencias en función del tratamiento dado a la representación gráfica de funciones.

*Investigando matemáticas:  
Básicamente consiste en que los  
alumnos y alumnas realicen la  
representación gráfica de  
funciones de una forma  
independiente, sin  
prácticamente ninguna  
orientación por parte del  
profesor, utilizando viejas  
estrategias ya adquiridas  
anteriormente por ellos.*

## Población y muestra a la que dirigimos nuestra investigación

La población hacia la que iba dirigida nuestra investigación era: Alumnos de 4º de ESO con dificultades en la asignatura de matemáticas del IES Emilio Pérez Piñero de Calasparra (Murcia).

Para incidir en esta población, elegimos como muestra los alumnos de 4º de ESO que están matriculados en la opción A de matemáticas.

Como vemos, la elección de la muestra es intencional, pues elegimos a alumnos que están matriculados en la opción A, que normalmente esta formada por los que tienen altas dificultades en este área.

La muestra resulta significativa, aunque como hemos dicho, el hecho de escogerla intencionalmente, nos lleva a pensar, que si encontramos diferencias significativas entre ambos métodos, éstas pueden ser utilizadas favorablemente con otros alumnos que, aún no matriculados en la opción A, tengan dificultades en matemáticas.

## Diseño de la investigación

Dado que se trata de encontrar las diferencias entre dos enfoques distintos para la representación gráfica de funciones lineales y cuadráticas, utilizamos la siguiente metodología:

1. Método: *Investigando matemáticas*. Este trabajo realizado por el alumnado será la primera fuente de información para la comparación. Los alumnos representaron gráficamente funciones, utilizando sus conocimientos previos en una tarea puramente investigativa, en la que el objetivo fundamental es la obtención de características de la representación mediante ensayo-error.

La información que recogimos, estaba basada en una prueba individual, en la que fundamentalmente se pedía la representación de funciones lineales y cuadráticas, en las que iban cambiando los parámetros  $a$  y  $b$  respectivamente. Los alumnos debían sacar conclusiones a partir de las representaciones que obtenían.

2. Tras la etapa anterior, el alumnado no recibió una verificación objetiva de los resultados, para buscar una comparación lo más objetiva posible, libre de sesgos, con los resultados de la aplicación del segundo método.

3. Método *Derive*: consistía en la representación gráfica de funciones utilizando el programa *Derive*, con la consiguiente validación de las conclusiones que los alumnos obtenían, sobre la importancia del cambio de parámetro en los distintos tipos de funciones.

Un esquema del diseño de investigación que llevamos a cabo es el siguiente:

Diseño para comparar métodos de representación  
gráfica de funciones lineales y cuadráticas

Tratamiento del tema:	POSTEST
Investigando matemáticas:	T1
Derive:	T2

## Plan de análisis de datos: prueba de Wilcoxon

La comparación que hemos llevado a cabo, está basada en los resultados obtenidos en ambas pruebas.

Para comparar un diseño de dos grupos, en el que no tenemos información a priori sobre la distribución que sigue la población objeto de nuestro estudio, vamos a usar el test no paramétrico de Wilcoxon. Las características de este test son óptimas para los objetivos planteados, teniendo en cuenta las circunstancias de partida (no podemos emplear un método paramétrico), pues con los datos que contamos, podemos asignar rangos de menor a mayor a las diferencias de los resultados obtenidos mediante los dos procedimientos. Para asignar estos rangos, utilizamos las notas obtenidas por cada alumno en ambas pruebas, teniendo en cuenta que el emparejamiento que hacemos entre grupos es perfecto, pues comparamos a un mismo individuo en dos situaciones distintas.

El tratamiento de los datos para las dos hipótesis que nos planteamos anteriormente, a un nivel de significación del 95% es el siguiente:

Tabla para el test de Wilcoxon										
Alumno	A 1	A 2	A 3	A 4	A 5	A 6	A 7	A 8	A 9	A 10
Derive	6	7,6	9	6,3	7	6,6	6,6	5,8	4	3,3
Inv. Matem.	6,9	8,1	9,4	4,4	0,1	5,6	3,4	1,9	2,8	0
Dif. y Signo	-1,9	-0,5	-0,4	+1,9	+6,9	+1	+3,2	+3,9	+1,2	+3,3
Rango	-9,5	-3	-1,5	+9,5	+20	+5	+14	+16	+6	+15

Tabla para el test de Wilcoxon (cont.)										
Alumno	A 11	A 12	A 13	A 14	A 15	A 16	A 17	A 18	A 19	A 20
Derive	9	9,8	8,3	9,7	2,3	1	8,6	2,6	2,3	1,3
Inv. Matem.	8,1	4,4	3,8	5	1,9	2,6	5,6	5	5	0
Dif. y Signo	+0,9	+5,4	+4,5	+4,7	+0,4	-1,6	+3	-2,4	-2,7	+1,3
Rango	+4	+19	+17	+18	+1,5	-8	+13	+11	-12	+7

Suma de rangos de signo positivo: 165

Suma de rangos de signo negativo: 45

$T$  = Suma de los rangos de menor valor absoluto (sin tener en cuenta el signo) : 45

La muestra que tenemos es de tamaño  $20 < 25$ , así pues, el contraste para realizar el test de hipótesis se realiza comparando el valor empírico  $T$ , con los valores críticos dados por la tabla correspondiente al test de Wilcoxon.

Suponiendo que nuestro nivel de significación es del 95 % ( $\alpha = 0,05$ ) y que la hipótesis que hemos realizado es bilateral, utilizaremos el valor crítico  $C$  para un test de dos colas.

Esto es  $C = 52$ .

Como  $52 > 45$ , esto es, el valor crítico observado en tabla es superior al valor empírico  $T$  obtenido por la muestra, podemos rechazar  $H_0$ , es decir, afirmamos que los resultados obtenidos por ambos métodos son significativamente diferentes. Podemos afirmar por tanto que, para un nivel de significación del 95%, los resultados obtenidos por los alumnos en el estudio de la influencia de los parámetros en la representación gráfica de funciones lineales o cuadráticas, es significativamente distinto, utilizando el método Investigando matemáticas y utilizando el método Derive.

*Hipótesis nula –  $H_0$ : Los resultados obtenidos en la representación gráfica de funciones lineales y cuadráticas son iguales, con independencia del método utilizado.*

*Hipótesis alternativa –  $H_1$ : Aparecen diferencias en función del tratamiento dado a la representación gráfica de estas funciones.*

## Conclusiones

Lo cierto es que las conclusiones que podemos extraer de nuestra investigación son bastante alentadores, pues ha quedado probada estadísticamente la diferencia en el rendimiento escolar del alumnado, para el tema tratado, en función de la metodología utilizada en clase.

A la vista de los resultados, sería lógico plantearse cuál de los dos métodos es mejor, en tanto que proporciona unas mejores calificaciones al alumnado.

Para intentar responder a esta cuestión, podríamos plantearnos otro contraste de hipótesis en el que, en vez de escoger una hipótesis alternativa bilateral, eligiéramos una hipótesis unilateral:

Hipótesis nula –  $H_0$  : Los resultados obtenidos en la representación gráfica de funciones lineales y cuadráticas son iguales, con independencia del método utilizado.

Hipótesis alternativa –  $H_1$ : Utilizando el método Derive los resultados académicos del alumnado en la representación gráfica de funciones lineales y cuadráticas son superiores que al utilizar el método Investigando matemáticas.

Bajo esta hipótesis y a un nivel de significación del 97,5 % ( $\alpha = 0,025$ ), el valor crítico observado para una muestra de 20 individuos es  $C = 52$ .

Así pues, como  $52 > 45$ , esto es, el valor crítico observado en la tabla es superior al valor empírico  $T$  obtenido por la muestra, podemos rechazar  $H_0$ , aceptando pues, la hipótesis alternativa que afirma que utilizando Derive en la representación gráfica, los resultados serán significativamente mejores con un nivel de significación del 97,5%.

Como podemos observar, este segundo test de hipótesis nos da bastante más información que el primero, de una parte, podemos dar prioridad a un método sobre el otro; de otra parte, para este segundo test, el nivel de significación es aún más alto que para el primero.

En cuanto a la validez del proceso, se ha de tener en cuenta que el alumnado no conocía que se estaba llevando a cabo esta investigación. Las características propias de la muestra, nos hacen pensar que los resultados pueden ser aplicables a otros colectivos de similares características.

*Las conclusiones que podemos extraer de nuestra investigación son bastante alentadoras, pues ha quedado probada estadísticamente la diferencia en el rendimiento escolar del alumnado, en función de la metodología utilizada en clase.*

Evidentemente existen otras muchas variables extrañas que pueden influir de forma directa en los resultados obtenidos en nuestra investigación. Algunas de estas variables, así como el tratamiento que les dimos para evitar en lo posible que influyeran en la investigación son las siguientes:

1. Interés por las matemáticas: No hay que olvidar que la población sobre la que hicimos el estudio eran alumnos que están matriculados en la opción A de matemáticas. Ello indi-

ca, en muchos casos, que son alumnos y alumnas con muchas dificultades en esta área, y que en otros casos no es un área que los motive especialmente, más bien todo lo contrario.

*Con esta práctica hemos demostrado que la utilización de nuevas tecnologías en el aula aumenta el rendimiento escolar del alumnado de 4º de ESO con dificultades manifiestas en el área de Matemáticas.*

El emparejar los resultados obtenidos en ambas pruebas, hace que el interés por las matemáticas sea el mismo, pues estamos hablando del mismo individuo ante dos métodos diferentes.

2. Tiempo de estudio dedicado en casa a la materia: A la hora de recoger los resultados de nuestra investigación, pensamos que estos serían tanto más clarificadores en cuanto que la actividad fuese representativa para el alumnado. Es por ello que los alumnos conocían que la actividad sería evaluable dentro del proceso de evaluación continua que se lleva a cabo en la Educación Secundaria Obligatoria.

3. Lagunas matemáticas: Cuando se intentan representar gráficamente funciones utilizando tablas de valores, pueden aparecer errores en el cálculo del valor numérico de un polinomio. Las lagunas matemáticas son difíciles de controlar, pues si lográramos evitarlas tendríamos unos *alumnos perfectos*.

No obstante, para intentar evitar los errores frecuentes de cálculo, los alumnos pudieron utilizar su calculadora a lo largo de todo el proceso.

La importancia práctica de esta investigación es inmediata, en ella se afirma con un alto grado de probabilidad, que la utilización de nuevas tecnologías en el aula, aumenta el rendimiento escolar del alumnado de 4º de ESO con dificultades manifiestas en el área de Matemáticas. ■

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- JIMÉNEZ, C. (1991): *Pedagogía experimental II*, UNED, Madrid.  
OLVERA, P. (1986): *La investigación del medio en la escuela*, Fundación Paco Natera, Granada.  
SIEGEL, S. (1982): *Estadística no paramétrica*, Trillas, México.