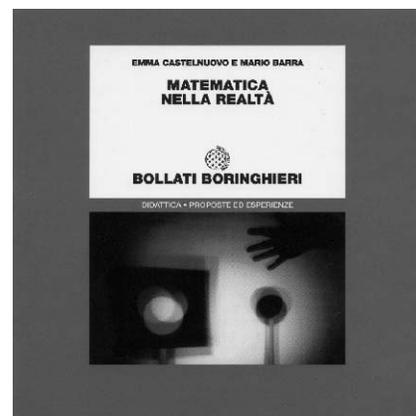


MATEMATICA NELLA REALTÀ
(Matemáticas en la realidad)
Emma Castelnuovo y Mario Barra
Bollati Boringhieri
Turín (Italia), 2001, primera edición de 1976
ISBN 88-339-5650-4
292 PÁGINAS



Este es un curso muy especial para todos nosotros, Emma ha cumplido 90 años y acuden a nuestra mente los recuerdos de todos aquellos momentos en que hemos disfrutado escuchándola y, sobre todo, aprendiendo humanidad y, como no, didáctica de la matemática.

Cuando pensaba en esta reseña se agolpaban en mí todos estos recuerdos y empecé a escribir sobre ellos. Pero son tantos que me quedo sólo con uno, su sencillez, que quedaba reflejada en las hojas manuscritas con que daba las conferencias.

El libro está destinado a los profesores de matemáticas, a los estudiantes y a todo el que sienta placer en conocer la realidad.

Matematica nella realtà, con más de 22 años a sus espaldas, sorprende por su vigencia y se puede leer y aprovechar para nuestra actividad diaria como profesores de matemáticas como si de una novedad se tratase.

Reproduce con fidelidad absoluta el desarrollo de una exposición que se realizó con el trabajo de los alumnos del *Tasso*, una Escuela Media de Roma.

La filosofía de Emma está presente en todo el trabajo: propiciar la búsqueda autónoma, desarrollar las posibilidades de observación, el sentido crítico; actitudes propias del pensa-

miento que son particularmente útiles para no mantener una postura puramente pasiva ante la vida.

La exposición

En el año 1974, la Scuola Meadia Tasso de Roma, realizó una Exposición de Matemáticas con 138 alumnos de dicha escuela. La exposición estaba formada por una serie de paneles en los que figuraban el trabajo realizado por esos alumnos a lo largo del curso y el material utilizado en el desarrollo de los temas. Las explicaciones de los mismos corrían a cargo de los propios alumnos.

Los temas seleccionados son muy variados, desde los más clásicos, como pueden ser el de áreas, perímetros y volúmenes, hasta los más novedosos en ese momento, como la topología y los grafos. El objetivo de unos temas y otros era suscitar en los niños el mismo espíritu que había conducido al creador matemático a su descubrimiento.

En algunos temas, el alumno, se situaba en el origen de los conceptos y en el desarrollo histórico de las ideas. Otras veces, al contrario, llevados por la motivación e intereses de los alumnos, se introducía el tema bajo una óptica alejada de la realidad histórica. En estos casos, el trabajo didáctico consistía en imaginar y construir una nueva vía de desarrollo.

Menchu Bas

IES "San Fernando", Madrid
Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas
"Emma Castelnuovo"

Los problemas que se plantean a lo largo de los recorridos comienzan con el trabajo de los alumnos del primer curso, continúan con el trabajo de los de segundo curso y finaliza con el de los de tercer curso. El problema es el mismo pero el tratamiento matemático diferente.

La realidad está presente siempre: se parte de ella, se busca en ella, es decir, se hacen matemáticas con las reglas de comportamiento de la realidad.

El libro

El libro está destinado a los profesores de matemáticas, a los estudiantes y a todo el que sienta placer en conocer la realidad.

La intuición y la fantasía son cualidades que se están perdiendo en las civilizaciones actuales y son cualidades del verdadero matemático.

Se trata de un libro de matemáticas y de didáctica de la matemática, no de pedagogía. Contiene 290 páginas y está dividido en 12 capítulos dedicados a uno o varios contenidos matemáticos.

Cada capítulo va precedido de una breve explicación didáctica. Es, en estas breves páginas, en las que se detallan los aspectos didácticos como: las dificultades encontradas por los niños, los errores más frecuentes para hacer surgir este u otro concepto, y, algunas veces, la necesidad de buscar una teoría matemática al nivel de la Escuela Media.

La exposición se realizó con un trabajo basado en la experimentación, utilizando para ello materiales y modelos diversos, partiendo de objetos y situaciones concretas y próximas a los chicos. Comenzando sobre lo concreto y lo próximo, se desligan de todo elemento no esencial llevando el discurso al terreno abstracto.

Siempre que el tema se lo permitía, recurrían a la historia del concepto y a la utilización de situaciones interdisciplinarias. En muchos de los temas las explicaciones que da son mínimas pues los paneles de la exposición, presentados por los alumnos, son completos y hablan por ellos mismos. En algunos casos se amplía esa documentación con la reproducción del discurso, que los chicos, hacían a los visitantes complementando al contenido.

El contenido y los temas

Comienza el libro con una gráfica de Roma y los romanos, precedida de un texto de Aristide Gaballi (1881) "Roma y los

romanos" En este gráfico se mide el número de habitantes de Roma a lo largo de los siglos, desde el año 576, con referencias a acontecimientos históricos que ayudan a comprender la evolución de la población.

La relación de capítulos comienza por el de ÁREAS, PERÍMETRO, VOLUMEN, SUPERFICIE. Desarrollaré más detenidamente este capítulo que representa fielmente el espíritu de la exposición. De los demás capítulos haré una reseña breve.

ÁREAS, PERÍMETRO, VOLUMEN, SUPERFICIE. Los conceptos de área y perímetro, y superficie y volumen, son tratados con la dualidad: volumen igual-superficie diferente; perímetro igual-área diferente; áreas iguales-perímetros diferentes que marcan el hilo conductor de los paneles. Utilizan todas las posibles herramientas matemáticas a su alcance: materiales dinámicos (varillas de mecano, un simple cordel, una rueda...), modelos matemáticos (centicubos, geoplanos, esferas...) y cualquier otro objeto común que ayude a trabajar las variaciones de uno de los conceptos manteniendo constante el que vincula.

La movilidad de las figuras suscita el interés y conduce espontáneamente a conceptos fundamentales de análisis, como el de función, el de invariante y el caso límite. Las nociones de área y perímetro conducen de manera natural a la construcción de tres curvas: la elipse, la hipérbola y la parábola. Termina esta sección con el descubrimiento de la Fórmula de Pick para el cálculo de áreas.

La variación del área de un paralelogramo articulado, al variar la altura y por lo tanto el ángulo, conduce al estudio de las funciones periódicas. Esto les lleva a pensar en fenómenos físicos: los sonidos.

La introducción al problema: volúmenes distintos con igual superficie, lo hacen siguiendo dos líneas de investigación: la histórica (los sacos de Galileo) y la industrial (el tetrabrick a partir de un cilindro).

Del cilindro a la esfera: demostración de Luca Valerio del volumen de la esfera. Una vez más nos sorprende Emma con sus construcciones dinámicas. Jugando con la luz y rotaciones de figuras planas, valida lo que la intuición nos dice sobre este volumen y las demostraciones racionales nos demuestran. Pero no se detiene aquí, continúa con el área de la elipse y el volumen del elipsoide, el del tetraedro en relación al octaedro.

EL TEOREMA DE PITÁGORAS. Se vale para su desarrollo de dispositivos móviles, de una balanza, de la cuerda de los 12 nudos de los egipcios. Pasa por el teorema de Euclides y llega a la extensión del teorema a cualquier polígono y a las figuras curvas. Termina el recorrido con la repetición del teorema hasta el infinito. Las referencias históricas surgen en cada momento.

Los siguientes tres capítulos están dedicados a LAS LEYES DEL CRECIMIENTO, LO FINITO, INFINITO Y LO INFINITESIMAL Y LA BALANZA. SISTEMAS DE NUMERACIÓN.

El primero de ellos, es el capítulo en el que más presente están las otras ciencias: las ciencias naturales, la física, la economía, etc. Se pretende hacer comprender las leyes más simples del crecimiento presentando el tema bajo un tratamiento interdisciplinar.

Se comienza en el primer nivel con los números de la sucesión de Fibonacci, y su presencia en la naturaleza. El estudio ordenado del crecimiento pasa por la proporcionalidad directa, las leyes de tipo parabólico, la cúbica y la ley exponencial. Sus gráficas son utilizadas para estudiar la velocidad de crecimiento. Termina el tema con las espirales y sus aplicaciones en el arte.

IDENTIDAD DE ESTRUCTURAS. Partiendo de un objeto tan próximo a cualquiera de nosotros como es un reloj, llegan a la noción de grupo a través de las transformaciones en los polígonos regulares. Es interesante ver cómo esta teoría tan abstracta tiene fascinantes aplicaciones en las ciencias de la naturaleza, como puede ser la cristalografía.

EL CÁLCULO DE PROBABILIDADES. Presentan la probabilidad no como una rama de las matemáticas sino como un modo de ver el mundo real.

CÓNICAS Y CUÁDRICAS. Son objeto de estudio en este capítulo. Se introducen con una serie de fotografías de objetos con forma de cónicas. Se recuerda las gráficas obtenidas en los problemas de áreas y perímetros del primer capítulo y se continúa analizando estas curvas a través de la luz que proyecta una lámpara. No se olvida de su construcción por plegado y termina este apartado con un póster dedicado a las ecuaciones de las cónicas. Finalizan con el estudio de las cuádricas obtenidas por rotación de los planos de las cónicas.

Los últimos capítulos llevan los siguientes títulos: GEOMETRÍA ANALÍTICA, LAS TRANSFORMACIONES AFINES, BUSCAR LA POSICIÓN DEL BARICENTRO, LA CICLOIDE, CARTOGRAFÍA, TOPOLOGÍA Y LOS GRÁFICOS DE FLUJO.

En el capítulo de la cicloide, una vez más, utiliza la historia como elemento motivador. He elegido la cicloide —nos cuenta Emma— por ser una curva admirada por Galileo y por haber apasionado a muchos matemáticos a través de la historia.

La demostración clásica de que su área es el triple del área del círculo que la genera, no la consideraron muy apropiada para una exposición y decidieron inventarse una: utilizaron un mecanismo que generaba la cicloide y por equivalencias llegaron a la expresión del área de la cicloide.

Los dos últimos rincones están dedicados a lo que Emma llamó en la introducción “matemáticas actuales”. La topología y los grafos de flujo, hoy no tan novedosos.

Para acabar

Considero este libro como un referente imprescindible para todo profesor que considere, como dice Emma, que la intuición y la fantasía son cualidades del verdadero matemático. Además, le tengo especial cariño porque me costó mucho trabajo hacerme con una copia del mismo, allá por el año 79, después de participar en un curso dirigido por Emma. Hay que lamentar que no se haya traducido al español todavía.

Las matemáticas pueden ser un instrumento para promover la igualdad entre las personas.

No quisiera terminar esta reseña sin tener un recuerdo de gratitud hacia Emma. Todos recordamos el Año Mundial de las Matemáticas, año en el que tuvieron lugar una gran cantidad de exposiciones, trabajos y publicaciones que, con un enfoque divulgativo, lúdico y motivador, intentaron conectar la actividad propiamente matemática con la realidad y con otras ciencias y acercarla así al gran público.

Con motivo de este evento, en el seno de la Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas, que lleva el nombre Emma Castelnuovo, se constituyó un grupo de trabajo con el propósito de elaborar materiales, básicamente manipulativos, y organizar una exposición y crear un banco de materiales didácticos que la SMPM pudiera prestar a sus socios. Perseguíamos elevar el uso del material didáctico a la categoría de experimentación innovadora, regular y viva, y lanzar una propuesta didáctica de utilización de los mismos como herramienta metodológica.

La idea de este grupo de trabajo, que bajo la dirección de Emma, desarrolló su actividad durante dos cursos escolares, se fraguó en las JAEM de Lugo. Fue un placer trabajar con Emma, y es obvio que fue esa exposición de 1974, este libro que he comentado, nuestro referente cotidiano.

Nuestro trabajo terminó con la conocida exposición organizada por la Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas, “2000 piezas matemáticas” y una vez más Emma estuvo donde se le requirió, en la inauguración de la exposición en el año 2000. ■