SUMA 43
junio 2003, pp. 61-71

La construcción de bóvedas celestes en la asignatura de Astronomía

Carmen Rubio Benito
José Vitoria Ágreda

IDEAS Y RECURSOS

Continuando con la tradición de la construcción de esferas armilares para poder explicar y calcular muchos sucesos de astronomía de posición, y conscientes de que el aprendizaje más significativo requiere de práctica y manipulación por parte del alumnado, exponemos la construcción y utilización de hasta cuatro modelos diferentes de bóvedas celestes, realizadas en diversos cursos académicos por alumnos de la asignatura de Astronomía en 4.° curso de la ESO.

LOS AUTORES llevamos muchos años compartiendo, tanto nuestra afición a la observación de los cielos, en multitud de acampadas nocturnas, como el interés científico por nuestra formación académica de licenciados en ciencias físicas. Ambos somos también profesores de instituto, en diferentes centros, y entre ambos hemos desarrollado las ideas, tanto teóricas como prácticas, para llevar a cabo los modelos de bóvedas que a continuación describiremos. La experiencia práctica con los alumnos sólo ha podido desarrollarse en uno de los centros (IES Avempace, de Zaragoza), pues en el otro centro (IES Cabañas, de la Almunia de Doña Godina, Zaragoza), por su menor número de alumnado, no ha podido implantarse la asignatura optativa de Astronomía.

Justificación de la experiencia

La Astronomía, la primera ciencia de la humanidad junto con la geometría, es una ciencia eminentemente observacional. Los conocimientos logrados están basados en un acopio enorme de observaciones y en una atenta y racional interpretación de estos datos

Esto implica que en el aprendizaje de la astronomía en general (y de la asignatura de 4.° de la ESO en particular), haya bastantes conceptos que resultan muy difíciles de asimilar. Estas dificultades intrínsecas se deben a varios motivos:

En unos casos la dificultad está en la falta de visión espacial o en lo abstracto de determinados conceptos de geometría en tres dimensiones: meridianos y paralelos celestes, ángulos en el espacio, triángulos esféricos, distancias angulares...

En otros casos la dificultad está en entender movimientos de cuerpos celestes y, sobre todo, sus consecuencias que

tienen lugar muy lentamente (escala de días, años o mucho más), por ejemplo, en la Tierra: rotación, traslación, precesión, nutación...

Otra dificultad está en no poder observar los fenómenos astronómicos más que desde un lugar del universo: nuestro planeta y, en concreto, desde nuestro lugar de observación.

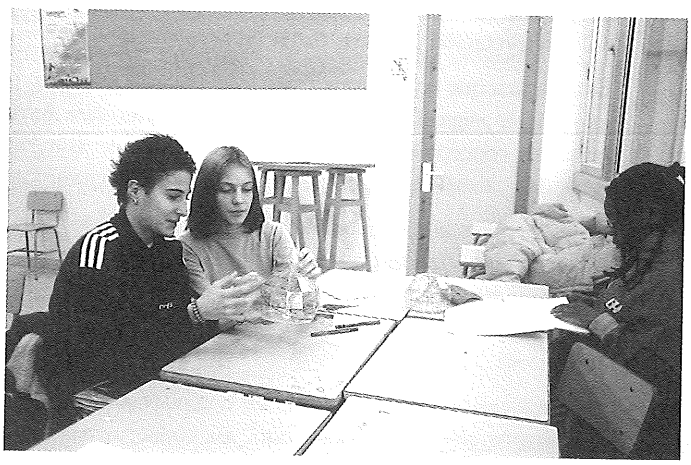
A todo ello hay que añadir la dificultad (que no existía antaño) de la contaminación lumínica que impide, sobre todo a los habitantes de las ciudades, poder disfrutar y aprender de los cielos nocturnos.

Por ello, la Astronomía siempre ha utilizado modelos para explicar, situar, calcular e incluso predecir los diversos fenómenos astronómicos. Dichos modelos podemos clasificarlos en bidimensionales y tridimensionales.

- Los bidimensionales, como los antiguos astrolabios, los modernos planisferios y buscadores de estrellas, tienen la ventaja de tener un coste reducido y de ser fácilmente transportables, pero la representación plana de fenómenos espaciales siempre es distorsionada, esquemática y en ocasiones difícil de asimilar.
- Los tridimensionales, como las esferas armilares, planetarios, cúpulas para proyecciones, u otros modelos, son muy eficaces, pero son muy caros y nunca están a mano para utilizarlos en una clase de astronomía.

Por otro lado, siendo conscientes de que el aprendizaje más significativo requiere de práctica y manipulación por parte del alumnado, y de que la enseñanza teórica del profesor en exclusiva es poco eficaz para determinadas tareas, consideramos necesario involucrar a los alumnos en la concepción y fabricación de modelos útiles para asimilar los conceptos propios de la materia.

Todo ello nos ha llevado a la necesidad de aguzar el ingenio para construir modelos tridimensionales como las bóvedas celestes, con la representación del cielo y de la Tierra, que sean baratos y fáciles de construir por los propios alumnos.



...la Astronomía siempre ha utilizado modelos para explicar, situar, calcular e incluso predecir los diversos fenómenos astronómicos.

Los objetivos generales

La construcción y utilización de bóvedas celestes que representen el modelo de universo clásico de las dos esferas, ayuda de manera muy importante, y a veces decisiva, a aprender conceptos propios de la materia, como las constelaciones, a comprender las coordenadas celestes y sus elementos claves (polos celestes, ecuador, eclíptica, punto vernal, etc.), así como a entender las coordenadas locales (horizonte, cenit, meridiana...).

Un segundo grupo de objetivos para trabajar con las esferas celestes consiste en comprender los efectos de los movimientos celestes, principalmente los debidos a la rotación y traslación de la Tierra, así como la variación del lugar de observación (días, noches y su duración; orto, ocaso y culminación de los astros; las estaciones; medida del tiempo, etc.).

Además de éstos y otros objetivos conceptuales, la construcción y utilización de bóvedas celestes permite alcanzar destrezas procedimentales, como la construcción y utilización de planisferios y mapas celestes, la orientación por las estrellas, la localización en el cielo de un astro por sus coordenadas, la relatividad del sistema de referencia o lugar de observación, etc.

Un último bloque de objetivos que se pretenden conseguir con los alumnos en esta actividad es que adquieran actitudes positivas hacia el trabajo científico (la observación, paciencia y continui-

dad; la importancia de los modelos en las explicaciones científicas; la utilización de la geometría en el desarrollo de otras ciencias, etc.) hacia las visiones antiguas del cosmos y el progreso en el hecho cultural humano, y, en fin, a la importancia de la presencia de fenómenos naturales en la vida cotidiana (como la regularidad de muchas actividades humanas debido a los ciclos celestes).

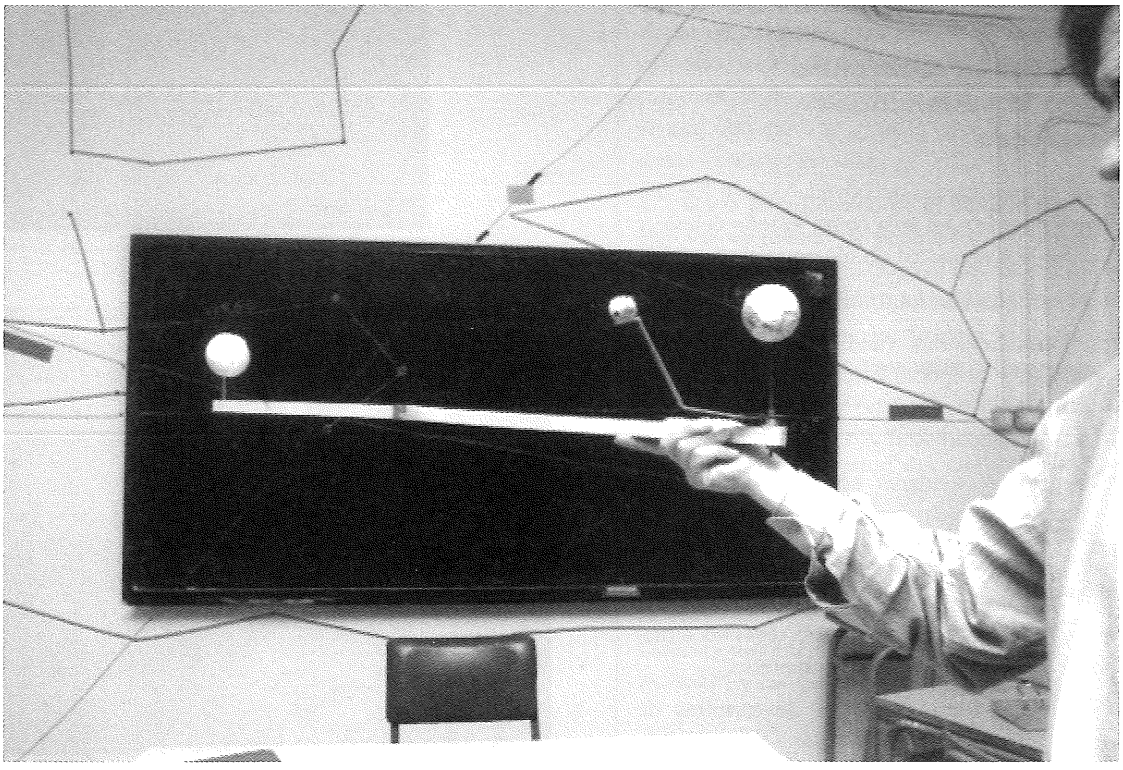
La teoría: el modelo de las dos esferas

Considerar que los cuerpos celestes están todos situados en una esfera perfecta concéntrica a otra esfera más pequeña, que es nuestro planeta, parece, y lo es, una simplificación excesiva de nuestro cosmos. Sin embargo, todos los conceptos clásicos de la astronomía de posición pueden representarse y visualizarse con el modelo de las dos esferas. Ello se debe a que la distancia a los objetos celestes es tan grande que los efectos de paralaje no han sido observados hasta la astronomía telescópica. Esto quiere decir que podemos considerar que todos los astros están a la misma distancia (colocados en la esfera o bóveda celeste), pues únicamente tienen interés su posición y movimientos angulares. El que la Tierra sea el centro del universo en este modelo, no quiere decir otra cosa sino que es nuestro lugar de observación.

...todos los conceptos clásicos de la astronomía de posición pueden representarse y visualizarse con el modelo de las dos esferas.

En un modelo completo de las dos esferas podemos y deberemos representar los siguientes elementos y conceptos:

1. Ligados a la esfera celeste:
   - Estrellas principales, clasificadas en tamaño según la magnitud.
   - Constelaciones (al menos con sus líneas esquemáticas).
   - La Vía Láctea.
   - Eje del mundo.
   - Polos norte y sur celestes.
   - Ecuador celeste.
   - Meridianos celestes y sus coordenadas: ascensión recta.
   - Paralelos celestes y sus coordenadas: declinación.
   - La eclíptica y las constelaciones zodiacales.
   - Los puntos equinocciales y solsticiales.
   - Punto aries (o punto vernal) y punto libra.
2. Ligados a la Tierra
   - Eje de la Tierra.
   - Polo norte y sur terrestres.



- Ecuador y paralelos terrestres (y coordenadas de latitud).
- Meridianos terrestres (y coordenadas de longitud).

3. Ligados al lugar de observación, en la superficie terrestre.
   - El horizonte del lugar, con inclinación relativa y variable, según la latitud.
   - La vertical del lugar, con el cenit y el nadir.
   - El meridiano del lugar, la meridiana y el primer vertical.
   - Los puntos cardinales y su coordenada local: el azimut.
   - Los almucantarates y su coordenada local: la altura cenital.

Además, el modelo de las dos esferas debe permitir la representación y observación de los movimientos principales de la Tierra y sus implicaciones en el cielo observado:

- *Un círculo horario*: para observar el movimiento de rotación terrestre, representado por el giro diario (de este a oeste) de la bóveda celeste.
- *Un circulo con los días del año*: para observar el movimiento de traslación, representado por el desplazamiento del Sol a lo largo de la eclíptica durante los diversos días del año.

Para el movimiento de precesión del eje de la Tierra, con la traslación del punto vernal, parece excesivo introducir otro artilugio pues es demasiado lento. Sin embargo, el modelo debe permitir fácilmente su explicación y comprensión.

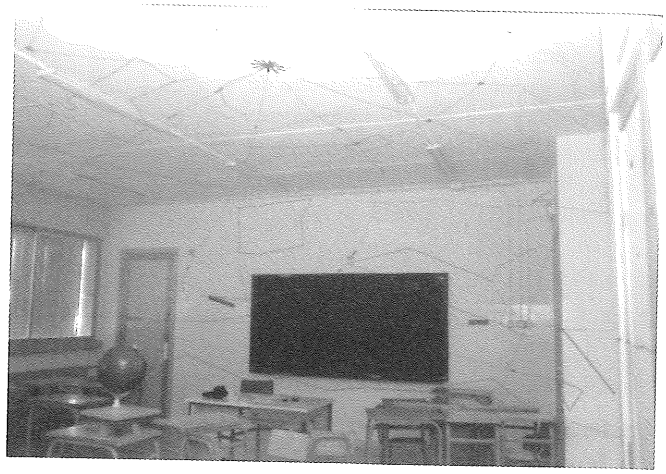
El desarrollo de la actividad: la construcción de las diversas bóvedas

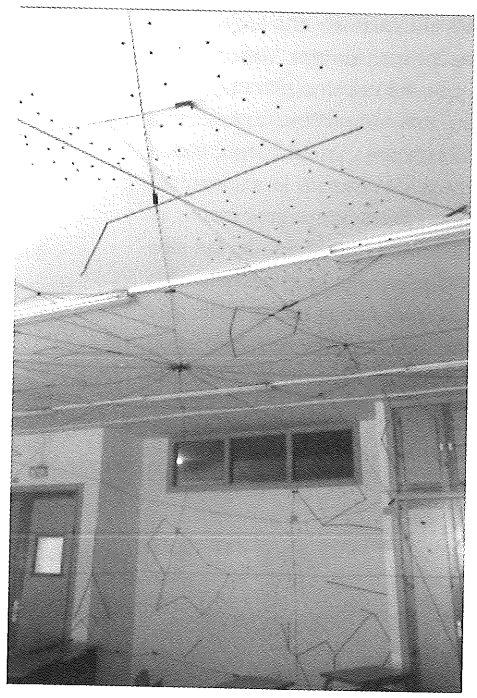
Curso 1994/195: La cuadratura del círculo... o la «esferización» del paralelepípedo

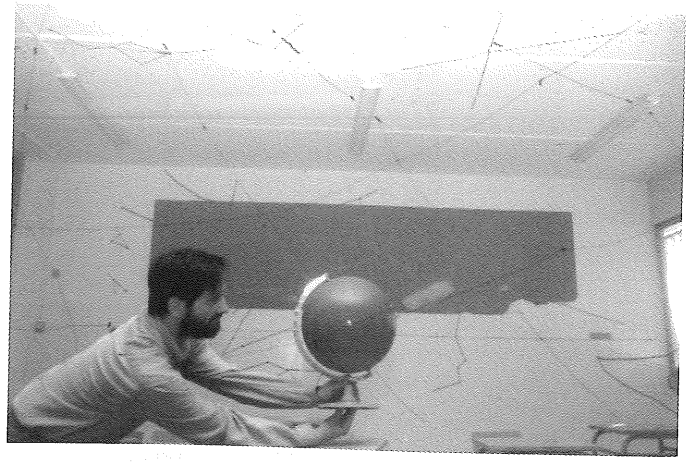
El primer primer planteamiento de bóveda celeste fue utilizar las paredes y el techo del aula como «esfera» celeste y un globo terráqueo convencional en el centro de la clase.

Las representaciones elegidas fueron las siguientes:

- *Elementos:* Líneas celestes (meridianos y paralelos celestes, ecuador y eclíptica) con cuerda fina (2 mm) de color azul, agarrada al techo y paredes con cinta aislante del mismo color azul y/o con grapas.
- *Estrellas:* pegatinas circulares engomadas de color negro, de distintos tamaños según la magnitud de las estrellas.
- *Líneas de las constelaciones:* cinta adhesiva de color rojo.
- *Sol, Luna y planetas:* con cartulina de diversos tamaños recortada y decorada adecuadamente.
- *Leyendas:* sobre pequeños recortes de cartulina de color naranja.







Como el globo terráqueo colocado en el centro de la habitación, ya disponía de una inclinación del eje de 23°, el plano de la eclíptica resultaba horizontal y el ecuador celeste aparecía con dicha inclinación. Los demás elementos se dispusieron en función de estas características. La prolongación del eje de la Tierra situaba a la estrella polar en el techo del aula, desplazada respecto al centro por la inclinación de los 23°. Se colocaron doce meridianos, partiendo de la polar, simulando su forma circular. El meridiano cero (y por tanto el punto vernal) quedaba en el centro de la pared del fondo. Con ello, el punto solsticial de verano aparecía en el centro de la pared a la derecha de los alumnos, el equinoccio de otoño se situaba en la pizarra, y el solsticio de invierno en las ventanas del aula.

Todo el trabajo corrió a cargo de los alumnos. En aquel curso el horario era de tres horas a la semana y esta asignatura la cursaban dos grupos distintos, por lo que para el montaje se dividió el aula en dos mitades, una para cada grupo. Entre el planteamiento y la construcción se utilizaron cuatro semanas, durante las cuales el entusiasmo de los alumnos iba en aumento al observar los resultados obtenidos.

Como valoración de esta actividad habría que señalar una serie de aspectos positivos: el resultado es vistoso y espectacular desde cualquier parte del aula; las constelaciones pueden ser observadas durante muchos meses por los alumnos. El profesor, o los alumnos, pueden mover con facilidad las cartulinas de la posición diaria del Sol, la Luna y planetas, de modo que se asimilan muy bien estos movimientos y sus consecuencias

Como aspectos negativos habría que señalar que el horizonte del observador y su variación con la latitud es difícil de representar. Igualmente, las coordenadas y distancias entre los meridianos (y los paralelos) sólo eran reproducibles cualitativamente. La ocupación total del aula en detrimento de otras asignaturas y el relativo deterioro que sufren las paredes y la pintura del aula fue criticado por algunas personas.

Curso 1996/97: Una verdadera cúpula para 12 personas

Para compensar estos últimos inconvenientes se decidió acometer otro tipo de bóveda que mantuviera las características de ser económica y de que, en aras de una metodología activa, pudiera ser resuelta y confeccionada por los alumnos. Además, debían mantenerse todos los elementos descritos anteriormente, mejorando su representación en cuanto fuera posible. Se optó por hacer una bóveda en polispán (polietileno expandido) de 2 cm de espesor que se vende para la construcción como aislante en planchas rectangulares de 1x2 m^2. La forma cuasi-esférica se lograría a modo de facetas, cortando la esfera en doce meridianos (cada 30°) y cinco paralelos (también cada 30°). Cada una de las 48 regiones delimitadas por los cortes de paralelos y meridianos sería un plano confeccionado con polispán. El tamaño total se decidió que fuera de 2,4 m de diámetro, con lo que sería factible colocarla en el fondo del aula, rasante con el techo, sobre caballetes de casi 1 m de altura, y con el polo norte celeste en la parte central más elevada. Bajo la cúpula cabían unas doce personas sentadas en sillas.

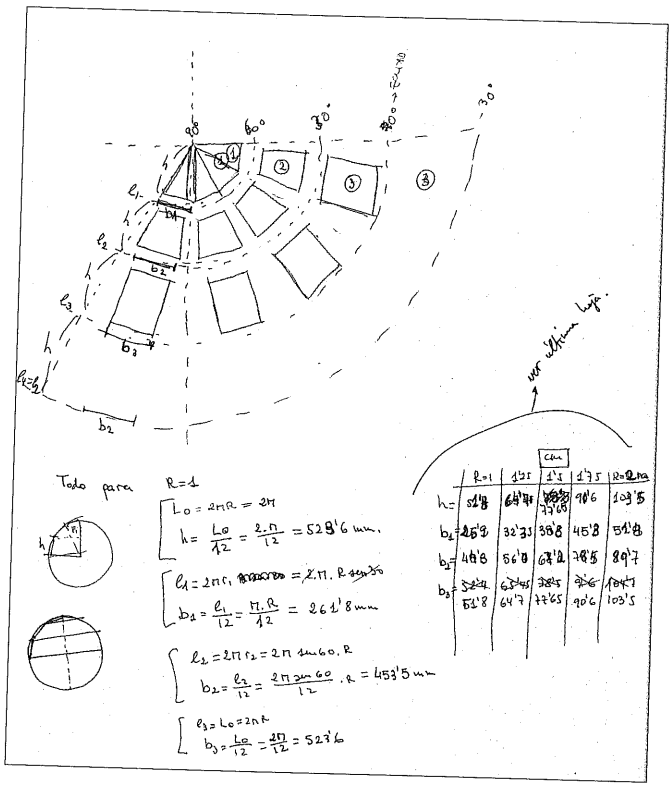
El cálculo para determinar el tamaño de las piezas es un ejercicio elemental de geometría que puede abordarse en una clase de 4.° de ESO. Para un valor R del radio interior de la esfera, la longitud del meridiano será $L = 2\cdot\pi\cdot R$, por lo que la longitud de los lados «verticales» de cada faceta será de $b = \pi\cdot R/6$. La dimensión de las bases, o lados «horizontales» de las facetas vienen determinadas por las longitudes de los paralelos elegidos. En el caso del ecuador coincide con la longitud del meridiano, o sea $b_3 = \pi\cdot R/6$. Los paralelos de +30° y –30° tienen un radio $r = R\cdot\cos 30°$, siendo por tanto la longitud $L = 2\cdot\pi\cdot R.\cos 30°$, y las bases de las facetas correspondientes

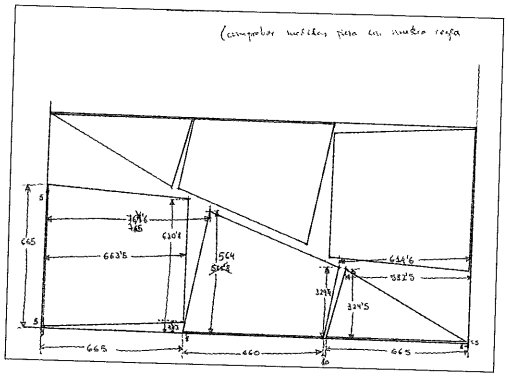
$$b_2 = (\pi\cdot R\cdot\cos 30°)/6$$

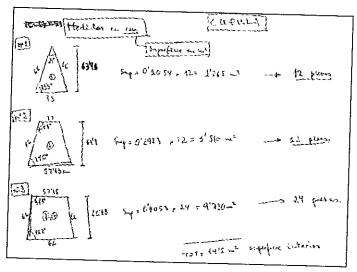
Correspondientemente, el paralelo 60° tienen un radio $r = R\cdot\cos 60°$, y las bases de las facetas medirán

$$b_1 = (\pi\cdot R\cdot\cos 60°)/6.$$

El valor elegido para el radio interior fue de 240 cm, como ya se ha dicho, por lo que el tamaño de las piezas resultante es el que aparece en las figuras adjuntas.







Los cortes de las 48 piezas diseñadas se realizan con sierra térmica de resistencia eléctrica. El corte debe efectuarse con un inglete interior de 15°, para que asienten perfectamente las piezas, dando la forma cuasi-esférica. Las piezas se pegan con un pegamento especial con disolvente de tolueno, pues los pegamento habituales de acetona disuelven el polispán. Las estrellas las dibujaron los alumnos sobre el polispán con rotuladores negros, dando distintos tamaños según la magnitud. Las líneas de las constelaciones con rotuladores azules, y la eclíptica y otras lineas y leyendas en color rojo. Para que los alumnos dibujaran con fidelidad cada una de las 48 facetas, se les proporcionó el correspondiente mapa celeste sacado del programa Voyager II para Macintosh (versión 1.0 de Carina Software, USA).

Este nuevo modelo de bóveda tiene una mayor fidelidad con el modelo esférico, es fácil de realizar y más económica.

La Tierra se representó mediante una esfera también de polispán, de 10 cm de diámetro, decorada adecuadamente. Se colocó suspendida en el centro de la esfera celeste mediante un hilo desde la estrella polar.

Este nuevo modelo de bóveda tiene una mayor fidelidad con el modelo esférico, es fácil de realizar y más económica. Familiariza a los alumnos con las coordenadas esféricas, y con la representación de la esfera celeste en un planisferio. Es muy útil para que los alumnos adquieran visión espacial y muy adecuada para explicaciones en grupos reducidos.

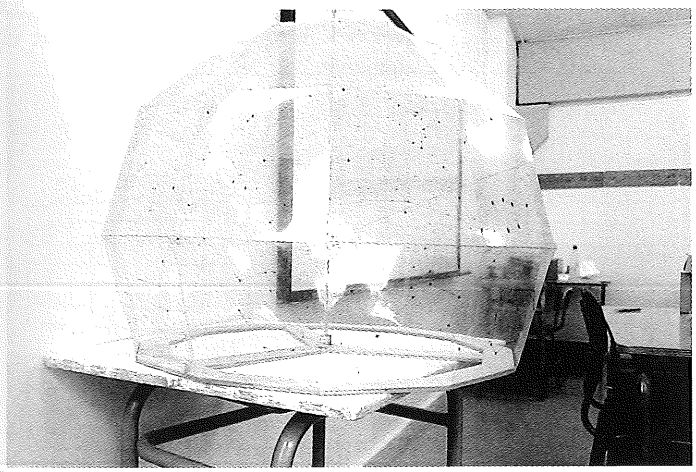
Como aspectos negativos cabe reseñar que el material de construcción es demasiado delicado para estar expuesta a perpetuidad en un aula corriente y por las cualidades del polispán, se acumula gran calor en su interior. Además el horizonte de un lugar y las coordenadas locales son difíciles de representar.

Curso 1999/2000: La bóveda transparente para ser observada desde fuera

Se abordó la construcción de otro modelo de bóveda siguiendo la línea de metodología activa, economía de costes y máxima completitud en cuanto a elementos astronómicos que se iban a incluir. Se pretendían subsanar los inconvenientes anteriores, pero con la misma concepción teórica que el modelo anterior. Se trataba de construir una bóveda mas manejable, en torno al

metro de diámetro, que necesariamente tendría que ser transparente para poder hacer observaciones y cálculos desde el exterior de la bóveda. La bóveda también sería cuasi-esférica, con 48 facetas, con los mismos meridianos y paralelos que la anterior. La principal novedad estaba en que a la esfera de la Tierra podría acoplársele un horizonte artificial, con inclinación variable según la latitud. Además, y esto resulta primordial, todo este conjunto debería accionarse desde el exterior, realizando el giro horario de la Tierra a voluntad. Con ello se simulan mucho mejor el giro diario de los cielos, los ortos, ocasos y culminaciones, y en general el aspecto del cielo en una hora y días determinados.

...a la esfera de la Tierra podría acoplársele un horizonte artificial, con inclinación variable según la latitud.



El tamaño se eligió para que las facetas transparentes se confeccionases con acetatos de trasparencias, que tienen el tamaño estándar DIN A4. Siguiendo el cálculo efectuado en la anterior bóveda, el tamaño de los lados de las facetas mayores debía ser $b = b_3 = \pi \cdot R/6 = 20{,}9$ cm; por lo que resulta para el radio de la esfera un valor de $R = 39{,}9$ cm (o sea, una bóveda de casi 0,8 m de diámetro).

La bóveda se construyó con acetatos de los utilizados para encuadernaciones manuales, que se venden en el formato DIN A4. Todos los elementos se dibujaron con rotuladores de colores especiales para transparencias. El trabajo se dividió por husos delimitados por meridianos celestes, entre seis grupos de alumnos. Cada grupo tenía que dibujar las estrellas, constelaciones, vía láctea, eclíptica, etc. correspondientes a ocho de las facetas que componían la bóveda. Cada grupo tenía que coordinarse con los grupos vecinos para hacer coincidir los elementos comunes. Las piezas finales se unieron mediante cinta adhesiva transparente. El eje consiste en una varilla (de rosca métrica, de 4 mm de diámetro) al que se acoplan tuercas y arandelas para sujetar la base, el punto superior (o polo norte celeste) y en el centro una bola de polispán de 5 cm de diámetro que representa la Tierra. Esta sujeción se realiza de tal manera que el conjunto eje y Tierra pueda hacerse girar a voluntad desde el exterior. La base se realizó en tablex de 2 mm, lo que permite poner o quitar a voluntad el horizonte. Dicho elemento se confeccionó también en tablex de 2 mm, en el cual se practicó una ranura en la semilínea meridiana norte con ganchos a diversas distancias, para ser introducida en la varilla roscada y colocada con diversas inclinaciones. Con esto se puede simular el horizonte de las diversas latitudes del hemisferio norte. Además, en el horizonte se señalaron los puntos cardinales, para poder explicar todas las cuestiones relacionadas con la orientación.

El trabajo se dividió por husos delimitados por meridianos celestes, entre seis grupos de alumnos.

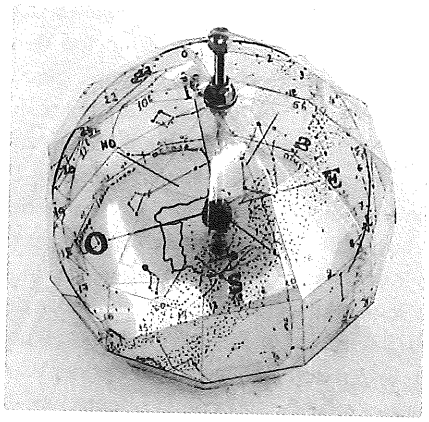
Los aspectos positivos de esta bóveda son su fidelidad con el modelo esférico, ser de fácil realización y económica.Es muy útil para que los alumnos adquieran visión espacial y se familiaricen con las coordenadas esféricas. Tiene la posibilidad de llevar acoplado un horizonte graduable según la latitud del lugar de observación. La posibilidad de girar a voluntad, desde el exterior y muy fácilmente, la Tierra y el horizonte que se le acopla, permite explicar con sencillez, claridad y elegancia las cuestiones relacionadas con la rotación diaria de la Tierra.

Como aspectos negativos hay que señalar la dificultad que tienen algunos alumnos para observar las constelaciones desde fuera, por transparencia. (La visión directa desde afuera, hace que las formas de las constelaciones se vean al revés). Además la estructura, aunque bastante rígida, se deforma localmente con los golpes externos. No obstante, se repara con la misma facilidad. Si no se tiene cuidado los acetatos terminan cogiendo mucho polvo por el exterior, y son difíciles de limpiar.

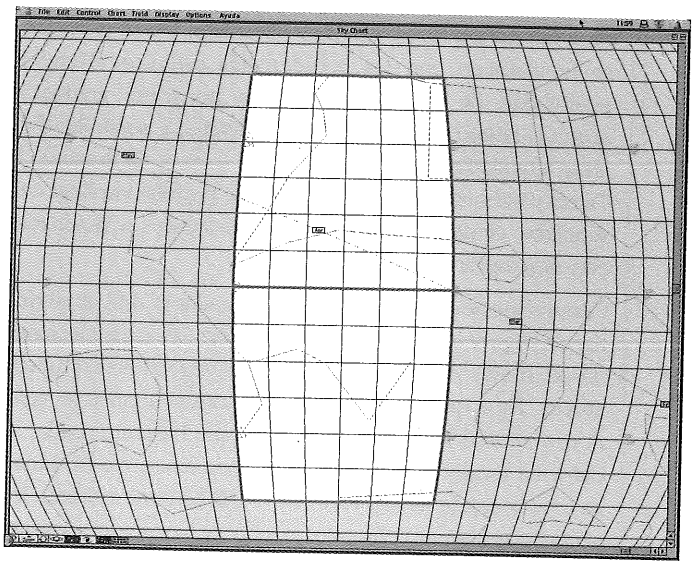
Curso 2000/01: Bóvedas individuales para cada alumno

El éxito de la bóveda construida el curso anterior nos llevó a plantearnos que cada alumno podría realizar su propia bóveda y quedársela en propiedad. Consistía en reducir el tamaño e introducir una serie de mejoras: el tamaño se estableció en 15 cm de diámetro. Las mejoras fueron introducidas en el horizonte, en las coordenadas locales y en los círculos horarios. Los días del año, señalando las diversas posiciones del Sol, vienen escritos en el exterior de la base. En el interior, paralelo a la base y girando solidaria-

mente a la Tierra aparece el círculo con las 24 horas. El horizonte simula el de Zaragoza (o zonas próximas a la latitud de 41° N) y en él puede leerse el acimut. Además se añadió otro plano transparente para indicar el meridiano del lugar, con la vertical, el cenit y la coordenada de altura horizontal. Opcionalmente, se puede colocar algún almucantarate (por ejemplo el de 45° de altura).

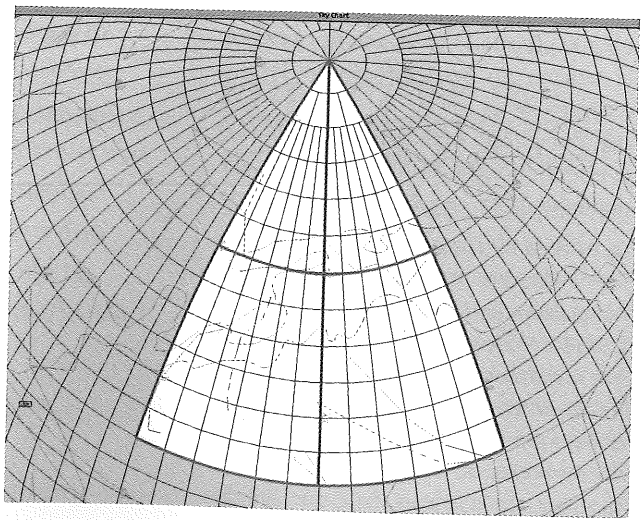


Por razones de tiempo los alumnos no participaron en el diseño de las piezas de la bóveda ni en el cálculos de los tamaños. No obstante sería interesante que realizaran dicho trabajo en coordinación con la asignatura de Matemáticas. A los alumnos se les entregaron cortadas las facetas que constituyen la esfera y la base de plástico rígida con el eje ya acoplado. Junto a estos materiales dispusieron también de planos de toda la esfera celeste (sacados de programa Voyager II para Macintosh), plantillas para los husos celestes y para el horizonte (ver planos) y diversos útiles, como rotuladores de colores para acetatos, alcohol para borrar errores, cinta adhesiva transparente para el montaje, etc. Trabajaron en grupos de cuatro y terminaron el trabajo en ocho sesiones. El orden de ejecución fue el siguiente:



Modelo de dos facetas entre
los paralelos 30° norte y 30° sur

Planos proporcionados a los alumnos
para la confección de diversas bóvedas

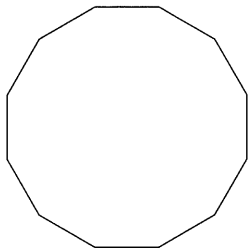


Modelo de cuatro facetas entre
el polo norte celeste y el paralelo 30° norte

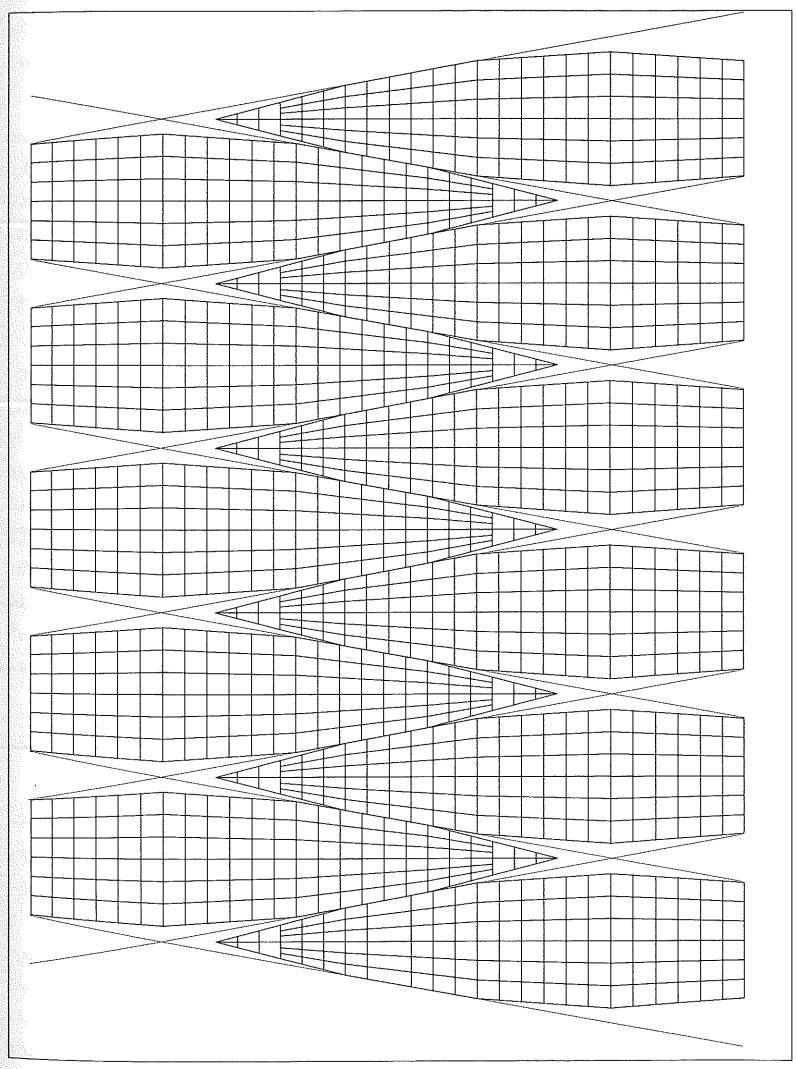
a) Dibujaron sobre acetatos los siguientes elementos: las estrellas (en azul) y las líneas (en verde) de 31 constelaciones del hemisferio norte y del hemisferio sur hasta el paralelo –30°, copiadas de los planos celestes. La Vía Láctea igualmente en azul. La eclíptica, el ecuador y las coordenadas celestes absolutas (de 12 meridianos y 4 paralelos) en rojo. Por el reverso se apuntaron en negro los meses del año, con tres fechas de cada mes, para indicar la posición del Sol a lo largo de la eclíptica.

b) Pegaron las diversas facetas con cinta adhesiva transparente, conformando la forma esférica.

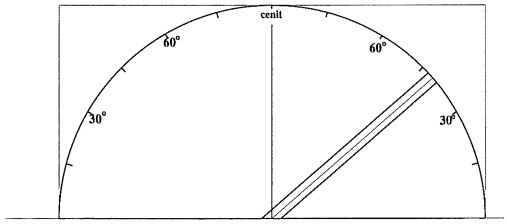
c) Calcaron el «horizonte de Zaragoza» con los puntos cardinales, el círculo horario para la base y el meridiano del lugar, según los modelos de las figuras adjuntas, todo ello de color negro.

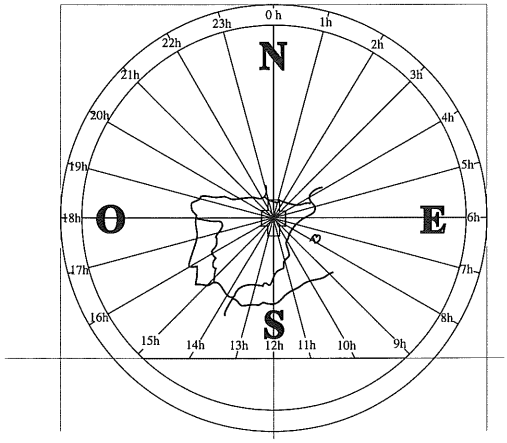


Dodecágono de la base



Plantillas para recortar los acetatos y dibujar estrellas y constelaciones

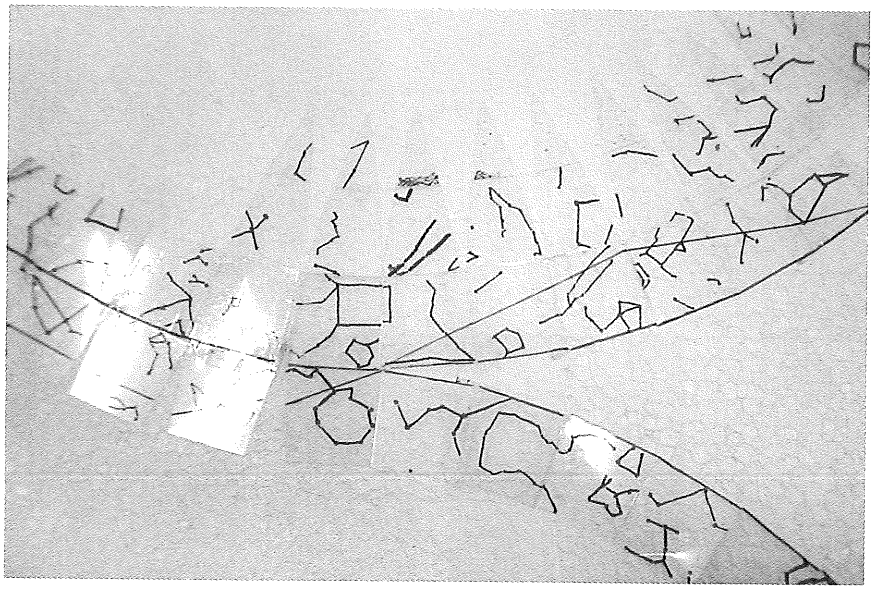




Horizonte de Zaragoza

d) Se montaron estos acetatos en el eje giratorio en su posición adecuada. El horizonte, con una inclinación de 41°, se fija en el centro de la esfera a dos tuercas fijas colocadas adecuadamente en el eje, mediante pasta adhesiva «Blu-Tack» de «Bostik». El círculo horario, abajo, paralelo a la base, se fija al horizonte con cinta adhesiva.

e) El último paso consistió en acoplar la esfera celeste al conjunto anterior, cerrando por abajo con cinta adhesiva y por arriba con arandela y pareja de tuercas apretadas, rematando el eje con una tuerca ciega decorativa.



Además de los aspectos positivos expuestos en bóvedas anteriores, este modelo permite ajustar la hora y el día para saber qué estrellas son visibles en cada momento. Pueden tomarse observaciones y datos de ortos y ocasos, midiendo el azimut. Además pueden medirse, sobre el meridiano de lugar, la altura cenital en el momento de la culminación, de cualquier astro. Pero indudablemente la gran ventaja es que los alumnos se llevan a casa un instrumento científico que pueden conservar y utilizar toda la vida.

El principal inconveniente que se observa es que la inclinación de horizonte no puede graduarse según la latitud.

Resultado de la actividad y evaluación general

La construcción de bóvedas celestes en Astronomía tiene un doble valor didáctico: por un lado el del propio proceso de concepción y realización del modelo, y por otra parte el de su utilización posterior para observaciones, medidas y cálculos.

La construcción de bóvedas celestes en Astronomía tiene un doble valor didáctico...

El proceso de concepción y realización

En nuestro trabajo, observamos que los aspectos científicos siguen dos caminos a veces divergentes, que pueden agruparse en «ciencia del aula o escolar» y la ciencia que recibe el reconocimiento social de «investigación». A lo largo de la historia del desarrollo científico, el uso de modelos dinámicos ha servido de apoyo al avance de las ciencias.

Nuestro objetivo, al desarrollar este tema, consistió en un intento de aproximar al alumnado de Secundaria a la obtención de un método de trabajo, que basado en un modelo práctico –escolar– le llevase a la comprensión de aspectos teóricos de más alto nivel, incluyendo en el proceso el uso de términos lingüísticos específicos.

Se plantea una doble finalidad, ya que presenta aspectos de actualización de la investigación en Ciencias y por otra parte se atiende a temas que pueden, desde un punto de vista divulgativo, estudiarse en la Enseñanza Secundaria.

La participación activa en la construcción del propio material de trabajo, aporta un acercamiento, no sólo a la asignatura, sino de modo general a la adquisición de estrategias cognitivas aplicables a otras ramas científicas. El proceso de modelización, personal y de grupo, da rendimiento en otras áreas del conocimiento y, por tanto, en el ámbito de formación de la etapa educativa en que nos movemos.

La utilización del modelo

Muchos conceptos, situaciones y cuestiones de Astronomía ponen en juego elementos y razonamientos de tipo geométrico. La utilización de la bóveda, a veces simplemente como modelo descriptivo, y otras incluso como una calculadora analógica, contribuye al desarrollo de la capacidad de comprensión

espacial de los alumnos, y de algunas de sus abstracciones más dificultosas.

Mediante la colocación oportuna del Sol en la eclíptica (según el día del año) y del horizonte del lugar (según la latitud y la hora del día que se considere), los alumnos pueden deducir y resolver muchas cuestiones de astronomía de posición. Como muestra, he aquí una serie de cuestiones que habitualmente se le plantean al alumnado y resuelven mediante la utilización del modelo de las dos esferas construido:

- ¿En qué parte de la bóveda celeste la altura cenital de los astros disminuye continuamente y en que parte aumenta siempre?
- La latitud de Zaragoza es $\varphi = 42°$. Determinar la distancia angular del cenit de Zaragoza al polo Norte del mundo.
- ¿Qué ángulo forman el ecuador celeste y el horizonte para un observador situado a 41° de latitud norte? ¿Y para 80° norte?
- ¿En que dos casos permanece constante la altura de los astros a lo largo del día?
- ¿Donde está la estrella Sirio (α = 6h. 41 m.) el día 21 de marzo una hora después del ocaso solar? ¿Y el 22 de septiembre una hora antes del orto solar?
- ¿Cuál es la máxima declinación sur que puede tener una estrella para que sea visible desde Zaragoza?
- Desde un lugar la estrella Capella (δ = 46° de declinación) en el momento de su culminación inferior se ve justo en el horizonte. ¿Desde qué latitud está realizada la observación?
- En qué latitud se encuentra un observador que, el día del solsticio de invierno, mide una altura máxima del Sol ese día de 5°?
- ¿Cual es la altura del Sol al mediodía en Zaragoza el día del solsticio de verano?
- La eclíptica forma un ángulo de 23° 27' con el ecuador. El círculo polar ártico es el paralelo terrestre que dista del polo Norte exactamente esa misma distancia angular. ¿Por qué lugar del horizonte ve salir el Sol un observador situado en dicho círculo polar ártico los días de los equinoccios y de los solsticios?
- ¿Puede una estrella salir por el noreste y meterse por el noroeste? ¿Y si sale por aquel punto se podrá poner por el suroeste?
- ¿Entre qué puntos del horizonte salen los astros que permanecen visibles menos de 12 horas al día? ¿Entre qué puntos se pondrán?. ¿Y si permanecen más de 12 horas sobre el horizonte entre qué puntos saldrán y se pondrán?
- Dice un proverbio chino: «Cuando la cola de la Osa Mayor está dirigida por la tarde al este, estamos en primavera; cuando se dirige al sur es verano; si se dirige al oeste es otoño y si mira al norte es invierno». ¿Vale este proverbio para España?

...la realización y existencia de dichos modelos en la clase se ha revelado como una herramienta de un valor didáctico inestimable y altamente recomendable.

José Vitoria
IES Avempace. Zaragoza
Carmen Rubio
IES Cabañas.
La Almunia de Doña Godina
(Zaragoza)

Conclusión y prolongación de la experiencia

La construcción de modelos de representación de la esfera celeste en relación a la Tierra es, y ha sido, a lo largo de la historia de la Astronomía, una herramienta fundamental, sino imprescindible, para comprender y calcular multitud de fenómenos propios de la materia.

Entroncando con la construcción de astrolabios, planisferios, esferas armilares, etc., los modelos propuestos en este trabajo tienen la virtud de ser fáciles de construir, económicos y de comprensión y utilización sencilla. Cualquiera de los modelos por el que se opte, tiene un gran atractivo para los alumnos, ayudando de manera fundamental a entender y asimilar los conceptos propios de la Astronomía.

La experiencia del profesor así como las aptitudes y actitudes de cada grupo de alumnos, deben inclinarnos por la construcción de un modelo u otro. En cualquier caso, la realización y existencia de dichos modelos en la clase se ha revelado como una herramienta de un valor didáctico inestimable y altamente recomendable.

La prolongación de la experiencia está asegurada en nuestro centro mientras se mantengan las actuales condiciones laborales y de organización del centro. No obstante es nuestra intención hacer participar en la experiencia, de una manera real y efectiva, a otros departamentos. En este sentido las propuestas de trabajo próximas serían las siguientes:

- Con el departamento de Matemáticas: propuesta de trabajo sobre trigonometría, sobre sistemas de representación y geometría del espacio y sobre cálculos en sistema sexagesimal.
- Con el departamento de Historia: desarrollo de los conceptos astronómicos en las diversas culturas antiguas y como avance hacia la cultura científica.
- Con el departamento de Lenguas Clásicas: trabajos sobre la mitología griega y romana.
- Con el departamento de Plástica: sobre sistemas de representación formales del espacio, concepciones artísticas, etc.
- Con el departamento de Tecnología: sobre desarrollo de proyectos constructivos, tratamiento de materiales, etc.