

**Antonio Pérez Sanz**

**RECURSOS  
EN  
INTERNET**

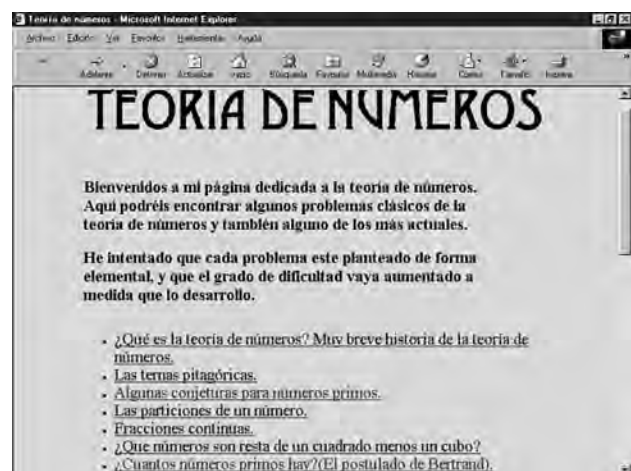
**S**IN DUDA, a Pitágoras le debemos el nacimiento de las Matemáticas como ciencia. De hecho, el término Matemáticas se le atribuyenormalmente a él.

Podemos resumir la deuda de la Humanidad con los pitagóricos en estos cuatro puntos:

- Proporcionan la primera *visión cosmológica* del universo físico.
- Afirman que la *esencia* del mundo físico es *matemática*.
- Colocan el número natural como origen, fundamento y explicación de todas las cosas.
- Son los responsables de la organización del saber en las cuatro ramas que perdurarán hasta los tiempos de Newton: Aritmética, Geometría, Música y Astronomía. El famoso cuadrivium medieval.

Pero los matemáticos les debemos algo más importante: el nacimiento de la Teoría de Números. Filolao, un siglo después de Pitágoras, llegó a afirmar:

Todas las cosas que pueden ser conocidas tienen número; pues no es posible que sin número nada pueda ser conocido ni concebido.



En este rincón vamos a realizar una excursión por algunas páginas de Internet dedicadas a la Teoría de Números y nos vamos a detener preferentemente en páginas en castellano.

Nuestra primera y casi obligada visita es a la página titulada «Teoría de Números» de X. Xarles

<http://usuarios.lycos.es/somriure/index.htm>

No es una página con grandes alardes de presentación visual, pero en cambio es un auténtico tesoro de contenidos aritméticos. En ella encontramos 10 apartados, como el tetractis, no podía ser otro número, cada cual más interesante:

- ¿Qué es la teoría de números? Muy breve historia de la teoría de números.
- Las ternas pitagóricas.
- Algunas conjeturas para números primos.
- Las particiones de un número.
- Fracciones continuas.
- ¿Que números son resta de un cuadrado menos un cubo?
- ¿Cuántos números primos hay? (El postulado de Bertrand).
- ¿Son 8 y 9 las únicas potencias consecutivas? (La conjetura de Catalán).
- Una breve introducción a la aritmética modular: las congruencias.
- Enlaces.

En ella no encontraremos una visión enciclopédica de la historia de la teoría de números pero, al menos, podemos disfrutar de pequeñas chispas que hacen de la aritmética la rama de las matemáticas más compleja, pero a la vez más asequible a un público amplio.

Encontraremos teoremas, como éste:

**Teorema:** La fracción continua asociada a  $r$  es periódica si y sólo si  $r$  es solución de una ecuación de segundo grado (que usualmente se les llama cuadráticas).

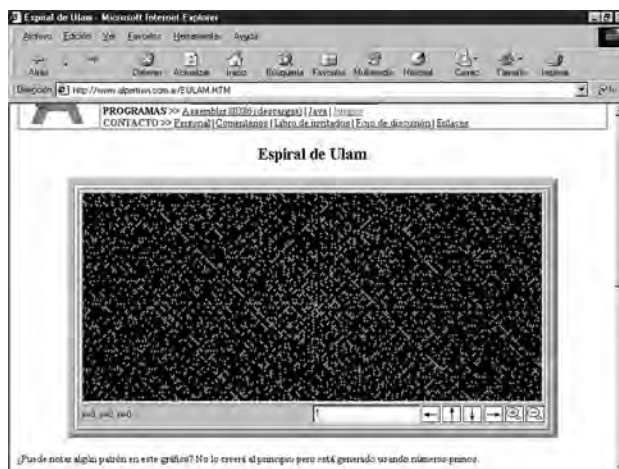
Una aproximación interesante a las principales conjeturas sobre números primos, un pequeño viaje por un tema hoy olvidado, el de las fracciones continuas; y una breve excursión a los principios del siglo XIX de la mano de Gauss y de sus congruencias. Con resultados e informaciones siempre actuales e interesantes. Muchos opositores de secundaria agradecerán un paseo por esta página.

Dario Alpern desde Argentina nos regala otra brillante colección de resultados clásicos sobre teoría de Números, esta vez acompañados de pequeños applets de Java para obtener resultados numéricos concretos. (Por cierto algunos de estos applets tiene dificultades de funcionamiento).

<http://www.alpertron.com.ar/TNUMEROS.HTM>

En su página encontramos estos apartados:

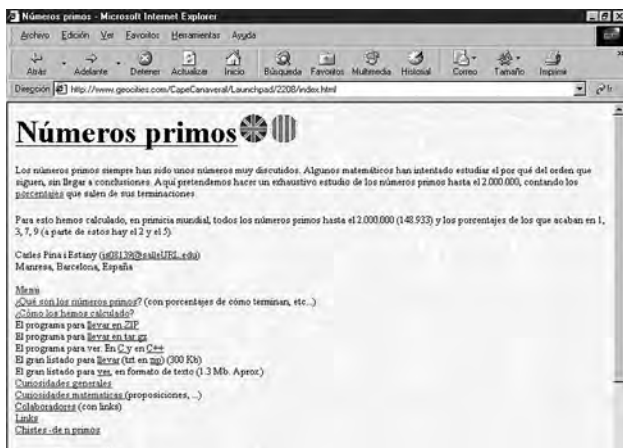
1. *Resolución de ecuaciones cuadráticas en dos variables enteras:* Calculadora que permite resolver la ecuación diofántica  $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$  donde las variables desconocidas  $x$  e  $y$  tienen la restricción que deben tomar valores enteros solamente. Hay dos modos de ejecución: Sólo solución (donde se muestran los resultados) y Paso a paso (donde se muestra cómo se hallaron dichos resultados). Realizado en Java/Javascript.
2. *Resolución de ecuaciones cuadráticas modulares:* Calculadora que resuelve ecuaciones de la forma  $ax^2 + bx + c = 0 \pmod{n}$ . Actualizado el 2 de mayo de 2002.
3. *Suma de potencias:* Tabla de relaciones de la forma  $a^p + b^q = c^r$  con  $\text{mcd}(a, b, c) = 1$ .
4. *Espiral de Ulam:* Applet Java que muestra una representación gráfica de los números primos. Modificado el 10 de noviembre de 2000.
5. *Factorización usando curvas elípticas:* Applet capaz de encontrar factores de 20 o 30 dígitos de números o expresiones numéricas de hasta 1000 dígitos. Calcula además la cantidad y suma de los divisores, el indicador de Euler y la función Moebius del número y su descomposición como suma de hasta cuatro cuadrados perfectos.
6. *Factorización de enteros gaussianos:* Applet capaz de encontrar factores de números complejos de la forma  $a + bi$  donde  $a$  y  $b$  son enteros. Incluye una calculadora que permite calcular expresiones que incluyen operadores y funciones con enteros gaussianos. Actualizado el 1 de junio de 2002.
7. *Calculadora de logaritmos discretos:* Applet que calcula el exponente en la expresión  $\text{Base}^{\text{Exponente}} = \text{Potencia} \pmod{\text{Módulo}}$ . Actualizado el 31 de marzo de 2002.





8. *Calculadora de fracciones continuas*: Permite hallar el desarrollo en fracciones continuas de números racionales y de irracionalidades cuadráticas. Actualizado el 28 de abril de 2002.
9. *Todo entero positivo es la suma de cuatro cuadrados perfectos*: Demostración constructiva de este teorema interesante. Actualizado el 5 de octubre de 2001.
10. *Suma de cuadrados*: Esta calculadora halla la descomposición de un número o expresión numérica en una suma de hasta cuatro cuadrados. No necesita la factorización en números primos. Actualizado el 1 de diciembre de 2002.
11. *Números brillantes*: Problema interesante sobre productos de dos números primos del mismo tamaño.
12. *Factores de números de Fermat modificados*: Factores de números de la forma  $4^{3n} + 2^{3n} + 1$  y  $4^{3n} - 2^{3n} + 1$ .
13. *Factores de números cercanos a googolplex*: Factores de números en el rango  $10^{10100}$  a  $10^{10100} + 999$ .

Carles Pina nos brinda en su página un estudio curioso, con software incorporado, sobre las terminaciones de los

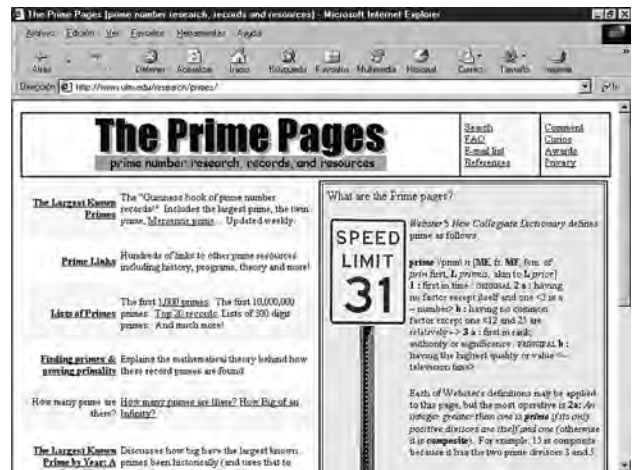


números primos. Y junto a ello un programa para decidir si un número es primo o compuesto.

<http://www.geocities.com/CapeCanaveral/Launchpad/2208/index.html>

Si estas dispuesto a utilizar el idioma inglés, es obligada la visita a la web con la información más exhaustiva sobre todo tipo de números primos:

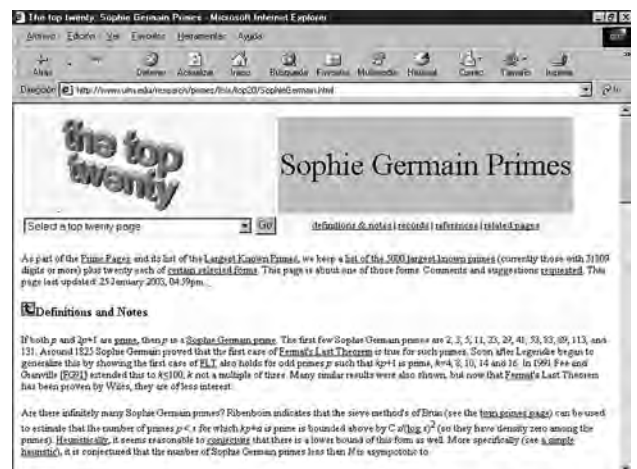
<http://www.utm.edu/research/primes/>.



En ella encontrarás información sobre el mayor número primo conocido en la actualidad, pero además podrás disfrutar de una amplia información sobre los distintos tipos de números primos, curiosidades sobre los más grandes, conjeturas, resultados teóricos, historia, personajes...

### Los primos de Sophie Germain

Si los números  $p$  y  $2p + 1$  son primos entonces  $p$  es un primo de Sophie Germain. En apariencia no son especialmente interesantes, salvo por el hecho de que gracias a ello la célebre matemática francesa dio un notable impulso a la demostración parcial del Último Teorema de Fermat.



Si quieres más información sobre el tema no dejes de visitar esta página:

<http://www.utm.edu/research/primes/lists/top20/SophieGermain.html>

Por cierto si quieres información sobre la demostración del Último Teorema de Fermat te sugiero que visites esta web:

<http://www.ciencia.cl/CienciaAlDia/volumen2/numero1/articulos/articulo1.html>

Y para terminar esta pequeña excursión por el mágico número de los números naturales, yo también he querido

poner mi granito de arena en la divulgación de esta apasionante rama de las Matemáticas, si quieres información sobre las diversas aportaciones al estudio de los números poligonales o figurados a lo largo de la historia no dejes de visitar esta dirección:

<http://platea.cnice.mecd.es/~aperez4/numeroshtml/numeros.htm>

Te sorprenderá la larga lista de matemáticos notables que a lo largo de más de dos mil años se han sentido atraídos por estos «ingenuos» números.

