

SUMA 41

noviembre 2002

En esta sección faltaba Emma Castelnuovo

DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA MODERNA

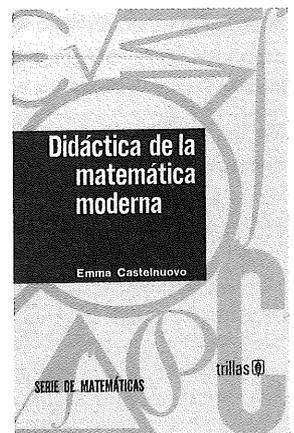
Emma Castelnuovo

Trillas

México, 1970

Título original:

DIDATTICA DELLA MATEMATICA



RECENSIONES

Escribir sobre uno de los libros de Emma Castelnuovo es una tarea más difícil de lo que pudiera parecer y esto es así porque la sola mención de su nombre despierta en mí, y tengo la seguridad de que también en muchos de los lectores de esta revista, fuertes sentimientos. Quien ha escuchado la voz de Emma en alguna ocasión, con un correctísimo español cargado de sonoridades italianas, es seguro que no ha podido permanecer indiferente. Y escucharla afortunadamente para todos no ha sido una tarea difícil. Emma viene frecuentemente a nuestro país y ha recorrido casi todos los rincones en los que se ha hablado de enseñanza de las matemáti-

cas y no sólo para hacerse escuchar, pronunciando conferencias en ese tono tan personal que la caracteriza, sino también confundiendo entre la gente, preguntando humildemente desde el público cuando intervenía cualquier profesor que se alzaba, desde la tiza, a contar su experiencia, polemizando cuando no estaba de acuerdo con las afirmaciones de más de un supuesto pope de la profesión que, iluminado, abandonaba el suelo de la realidad para esconderse en las nubes. Permítaseme por tanto hacer una pequeña digresión que inevitablemente me obligará a recoger alguna vivencia personal, pero al hablar de Emma y de sus trabajos de toda una vida sobre la enseñanza de las matemáticas, las fronteras entre los ámbitos profesional y personal quedan siempre inevitablemente difuminadas.

Conocí a Emma Castelnuovo hace 19 años en Lisboa. Se celebraba allí el XXXV Encuentro de la Comisión Internacional para el estudio y la mejora de la enseñanza de las matemáticas (CIEAEM). El movimiento que conduciría a la creación de la Federación Española de Profesores de Matemáticas acababa de empezar y sólo existían tres sociedades: la canaria Isaac Newton, la andaluza Thales y la aragonesa Ciruelo. Viajar era una forma de enterarnos de lo que fuera se cocía, de conocer a personas como Hans Freudenthal o Guy Brousseau, Paolo Boero, o la misma Emma. Recuerdo perfectamente la viva impresión que me causó una fortísima discusión pública entre Brousseau y ella, que mostraban dos posturas, dos concepciones de la educación matemática, no diré que contrapuestas, pero al menos dibujadas en distinta clase de pizarra y con distinta tiza. Una era una concepción teorizante y, digamos, estructural; la otra, y claramente se verá que no soy neutral, viva, pragmática, cercana. Ambos derrochaban dosis de entusiasmo, de vitalidad, de convicción. Se veía que cada uno creía vehementemente en lo que decía y lo demostraban sus gestos, sus voces que se alzaban y a veces hasta gritaban sin disimulo. Esa discusión, de la que un grupo de españoles fuimos testigos, influyó largamente en mí a lo largo de los años.

Me fijo al releer lo escrito hasta aquí en que la palabra *tiza* ha aparecido dos veces, es natural. Emma ha sido siempre una pro-

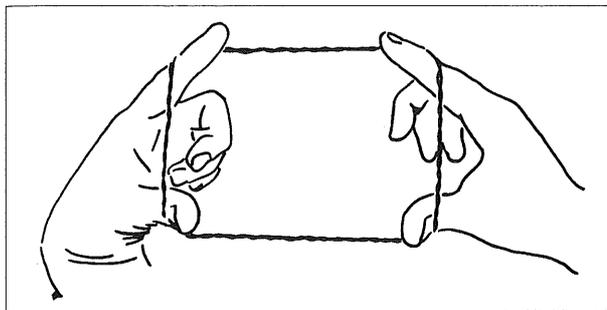


...su labor se ha extendido mucho más allá del aula, con un compromiso permanente con los alumnos en primer lugar, con la enseñanza de las matemáticas en segundo y con los docentes de matemáticas, transmitiendo sus ideas en multitud de foros, recorriendo medio mundo para defenderlas...

fesora de tiza, en el sentido más real del término, impartiendo clases en la llamada *Scuola Media Italiana*, que corresponde con las edades de 11 a 13 años y en ese sentido siempre ha estado ligada a la clase directa, al trabajo con sus alumnos, entre sus alumnos.

Pero Emma es mucho más que una profesora de tiza y esto por dos motivos. Primero, porque su labor se ha extendido mucho más allá del aula, con un compromiso permanente con los alumnos en primer lugar, con la enseñanza de las matemáticas en segundo y con los docentes de matemáticas, transmitiendo sus ideas en multitud de foros, recorriendo medio mundo para defenderlas, desde Latinoamérica hasta Níger, convenciéndonos a los que la hemos escuchado de que sólo con experiencias basadas en la realidad concreta y literalmente tangible se construyen ideas matemáticas útiles y duraderas y que, además, esta afirmación es cierta a cualquier edad y a cualquier nivel de enseñanza. Emma Castelnuovo es más que una profesora de tiza también porque Emma es la profesora de lo tangible, de la visualización, de la geometría intuitiva, de las cazuelas y de las sombras, de las hormigas, del hilo atado entre los dedos con el que poder pensar sobre el área de rectángulos isoperimétricos. Cuántas miradas de superioridad, de los que piensan que tocar las matemáticas no sirve para nada, habrá tenido que soportar en su ya larga vida, de aquellos que piensan que enseñar matemáticas es enseñar a simplificar castillos de naipes de expresiones algebraicas. A muchos de ellos, sin embargo, tras escucharla, se les empezaron a romper muchos de sus esquemas. Y es que Emma convence y escucharla es siempre un placer. Leer sus libros también.

Comentaremos hoy un libro histórico *Didattica della Matematica*, aparecido en La Nuova Italia Editrice en diciembre de 1963, hace casi 40 años. En español fue publicado en 1970 bajo el título de *Didáctica de la Matemática Moderna*, añadiendo el adjetivo moderna quizás por estar de moda la expresión de Matemática Moderna en esos momentos, en los que en España la Ley General de Educación acababa de ser aprobada. La edición corrió a cargo de la editorial Trillas, en México, que lo sigue



reimprimiendo con cierta asiduidad: en 1997, un cuarto de siglo después de su aparición, el libro iba por la tercera reimpresión de la segunda edición en español. Es por tanto un libro muy difundido y muy leído y, sin duda, sería recomendable que los que nunca se han acercado a él aprovecharan la ocasión para leerlo, en estos momentos de cambio en los que aún se puede encontrar con relativa facilidad. Qué mejor en momentos de crisis que acudir al consejo de los clásicos y este libro de Emma Castelnuovo es sin duda un clásico de la didáctica de la matemática.

La intención del libro viene recogida en la introducción que la autora titula «Por qué un libro de didáctica de la matemática». Sus planteamientos parten de dos hechos:

a) La clase de matemáticas resulta en general aburrida, pesada y a menudo difícil. Ciertos conceptos no son adquiridos, aun cuando el profesor se afane en repetirlos y busque aclararlos con explicaciones abundantes. El sentido de algunas propiedades no se entiende de inmediato. Es notable «la incomprensión por la matemática» lo que ha llevado, incluso a grandes matemáticos, a escribir al respecto artículos y libros. También es peculiar el miedo a la matemática, que los psicoanalistas continúan buscando en el ser humano.

b) Los jóvenes que actualmente salen de nuestras escuelas secundarias tienen la idea de que las matemáticas consisten, por una parte, en un puro mecanismo, y por otra, que se trata de una construcción perfecta y completamente terminada, ignorando si se puede o no hacer algún descubrimiento nuevo en esta disciplina.

Luego más adelante añade:

Si reflexionamos sobre la importancia que tiene hoy una cultura matemática, entendiéndola como el hábito mental matemático más que como una suma de conocimientos, nos daremos cuenta de la respon-

sabilidad que tienen los redactores de programas, los profesores de matemáticas, la escuela toda. (...)

En estas páginas de didáctica no nos proponemos dictar reglas para mejor enseñar ni queremos proporcionar al profesor una fórmula mágica para facilitar la comprensión de las matemáticas por parte del alumno, sino examinar las dificultades en la transmisión de conceptos matemáticos por parte del profesor y las que surgen en la mente del alumno en el momento de aprender.

El libro se desarrolla en cuatro capítulos, además de la ya citada Introducción. En el primero de ellos titulado «De la didáctica general a la didáctica particular» recorre un itinerario que partiendo de Jan Amos Komenski, Comenius, (1592-1670) en el siglo XVII, pasa por Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827), a los que sitúa en las bases de la escuela activa, El recorrido llega después a Ovide Decroly (1871-1932) y Maria Montessori (1870-1952), que ponen las bases de la *didáctica como ciencia*, para terminar en Jean Piaget (1896-1980) como padre de la *psicología del aprendizaje*. Sienta en este capítulo, por tanto, los fundamentos de la didáctica de la matemática y de su propia, digamos, ideología como didáctica de las matemáticas, la base de sus ideas, en un paseo claro por la historia de la didáctica general, para acercarse poco a poco a la didáctica de la matemática misma.

El capítulo 2 se titula «Qué matemáticas debemos enseñar». Casi todo lo que en él se puede leer es de rabiosa actualidad, pero como decir esto puede sonar a tópico, permítaseme citar sólo unos párrafos relevantes en estos momentos de cambio de currículos, téngase además en cuenta que fue escrito en 1963:

Nos preguntamos: ¿Tiene importancia hoy día, dada la enorme difusión de las máquinas calculadoras, ejercitar a los niños que apenas cursan la escuela elemental, haciéndolos ejecutar largas operaciones con números enteros y decimales cuando estas operaciones pueden efectuarse en pocos segundos con una máquina que está al servicio del más pequeño negocio o de la más modesta oficina?

Y, ¿no sería mejor dedicar un poco de tiempo al cálculo mental y habituar a los muchachos a juzgar «a ojo» el valor del resultado, lo cual es importantísimo aun con el uso de calculadoras? ¿Es justo dar tanto relieve a la solución de complicadas expresiones numéricas, en particular fraccionarias, cuando tales soluciones se reducen a un tecnicismo mecánico, a un juego de ajedrez, que priva al número de su significado?

¿Qué valor formativo puede tener saber aplicar la regla de extracción de raíces cuadradas o la que sirve para encontrar la fracción generatriz de un número periódico, cuando no es posible justificar ante los alumnos el porqué de esta regla, que aparece entonces como «caída del cielo»? ¿Y cuando, en la técnica o en la ciencia aparece la necesidad de pasar de un número verídico a una fracción generatriz? (...) ¡Como se puede mientras esconder a los ojos del alumno, el desorden vivo y complejo del concepto de función! (...) ¿Acaso no caemos en la cuenta de que la gran mayoría de nuestros alumnos no continuará con estudios universitarios, pero sí llegará a ser carpintero, sastre o mecánico, y tendrá graves dificultades en el desempeño de su trabajo?

El capítulo 3 se titula «¿De qué manera enseñar matemáticas?». Este título podría parecer a algunos pretencioso. Naturalmente

*Qué mejor
en momentos
de crisis
que acudir
al consejo
de los clásicos
y este libro
de Emma
Castelnuovo
es sin duda
un clásico
de la didáctica
de la matemática.*

en unas pocas páginas, estén escritas por quién lo estén, es imposible dar la receta mágica que nos permita responder a la pregunta enunciada en el título. Pero a la vez es difícil dar tantas ideas y hacer tantas reflexiones interesantes sobre cómo enseñar matemáticas como las que Emma Castelnuovo presenta en estas pocas páginas. Y es que este capítulo es eso, una mezcla convenientemente aderezada, a veces con unas gotas de ironía y otras de humor, de ideas prácticas y de reflexiones en voz alta de quien no se ha conformado con tratar de enseñar bien las matemáticas y ha empleado también el tiempo en reflexionar sobre su propia experiencia; sobre cómo y cuándo se produce el aprendizaje. Para ello parte como premisa de un planteamiento: ubicar al lector dentro de la clase, escuchar a los alumnos y sus reflexiones, deducir sobre lo que observa y construir así la ciencia, no la matemática sino la ciencia de la didáctica de las matemáticas. De los errores al plantear a los alumnos la definición como forma de llegar al concepto en vez de partir de lo que el alumno ya sabe sobre el concepto que se trata de estudiar, pasando por el tránsito de lo concreto a lo abstracto, el capítulo se dirige hacia la enseñanza de la geometría, el gran tema, la geometría intuitiva, el uso de materiales didácticos, otro de los temas constantes en la obra de Emma Castelnuovo.

En el cuarto capítulo, titulado «La Clase como laboratorio de didáctica de las matemáticas», retorna la idea planteada como premisa del capítulo anterior: la clase es el mejor lugar para aprender didáctica de las matemáticas. Pero para ello se debe observar lo que ocurre, interactuar con los alumnos y aprender de lo que allí sucede. Nuevamente las páginas están llenas de ideas; de ideas propias y de ideas de sus alumnos, de ideas que por fundamentadas y meditadas son atemporales:

Nos encontramos, a veces, en clase con algún alumno un tanto excepcional, de los que suelen definirse como «sobredotados». Estos alumnos sitúan al profesor ante un problema aún más difícil que los niños con una inteligencia inferior a la normal. Es un problema de carácter psicológico: a menudo estos niños no soportan el ritmo lento de la clase diaria y tienen la sensación de estar perdiendo el tiempo. Por otra parte, estamos convencidos de que la vida en común con sus compañeros menos dotados intelectualmente, pero frecuentemente más sociables, contribuye a su madurez desde un punto de vista moral. Sería una idea absolutamente absurda, por tanto, formar con ellos un grupo aparte, alejándolos del resto. Pensamos que pueden ser muy útiles en «la clase de todos» (...)

El capítulo y el libro concluyen con las siguientes palabras:

Si todavía hoy alguien pusiese en duda el valor y el significado de las matemáticas, bastaría responderle con las palabras de Gaetano Scorza: «Las matemáticas son bellas y esto basta». Sería mucho —añade— si hacemos sentir a todos esa belleza.

Invito a toda aquella persona que se dedique a la enseñanza de las matemáticas y aún no lo haya hecho, a leer este libro que es fácil encontrar en las librerías especializadas. En cuanto comience la lectura se sentirá ante un clásico. De su lectura sin duda aprenderá muchas cosas, que es la eterna tarea de los que nos dedicamos a la enseñanza.

Para terminar y para resumir las ideas vertidas en este libro, de

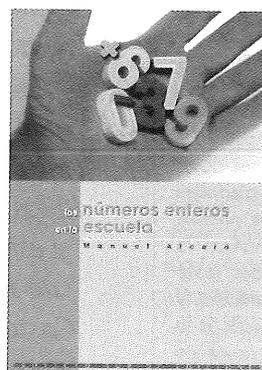
las que tanto se puede aprender, citaré unas palabras de la propia Emma Castelnuovo en la conferencia que con ocasión del centenario del nacimiento de Pedro Puig Adam pronunció en Madrid en mayo de 2000:

Tanto la matemática euclídea como la matemática de los conjuntos se presentan como teorías perfectamente estructuradas desde el punto de vista lógico. Pero no es una redacción perfecta lo que contribuye a estimular el interés de los alumnos, que no están en condiciones de apreciar el valor de una sistematización rígidamente lógica. Para despertar su interés, para lograr que los alumnos participen, para que la enseñanza sea viva, no es el estadio final lo que debe ser destacado, sino las vías de la investigación, el camino de las ideas.

[...]

Y finalmente —y este hecho no debe ser olvidado—, una construcción de la matemática que parta de lo concreto y de la realidad, hace destacar claramente las cualidades como la fantasía, la intuición, la voluntad de los chicos inmigrantes que cada día en número mayor, afortunadamente, llegarán a nuestros países.

Francisco Martín Casallerrey



**LOS NÚMEROS ENTEROS
EN LA ESCUELA**
Manuel Alcalá
Proyecto Sur de
Ediciones
Granada, 2002
ISBN: 84-8254-133-1
páginas

El autor presenta un libro muy claro y conciso sobre la problemática del trabajo en el aula con los números enteros.

Va enumerando en un lenguaje asequible y cómodo de leer lo que el profesorado se plantea dentro del aula y da una serie de pautas y actividades muy bien graduadas para intentar solucionar, de la mejor manera posible, todas las dudas y situaciones que el alumnado va planteando.

Manuel Alcalá presenta un plan para acometer el tema de los números enteros desde sus experiencias en el aula, lo que hace que sea muy útil. Va desgranando, poco a poco, el proceso de aprendizaje de este tema,