SUMA 41
noviembre 2002, pp. 47-58

Una experiencia en el área matemática acerca de la articulación entre la escuela media y la universidad

Virginia Montoro
Mónica de Torres Curth

ARTÍCULOS

El presente trabajo refiere una experiencia en relación a la articulación de niveles entre la escuela media y la universidad en el área matemática, surgida a partir de la demanda de una escuela media argentina, y llevada a cabo en el marco de un proyecto de extensión universitaria. El objeto de este proyecto fue realizar un diagnóstico de aprendizaje de contenidos, de los alumnos del último año, y a partir del mismo generar propuestas de trabajo con los docentes de la escuela, tendentes a subsanar la brusca discontinuidad que se observa entre los dos niveles mencionados. La realización del proyecto permitió la identificación de un listado de contenidos conceptuales y procedimentales mínimos necesarios para el ingreso en la universidad, el desarrollo de un instrumento de evaluación de alta fiabilidad y se pusieron en práctica algunas pautas que permitieran un mayor acercamiento entre la escuela media y los estudios superiores.

POR RAZONES DE ORGANIZACIÓN, el sistema educativo se subdivide en diversos tramos o niveles de enseñanza que tienen orígenes e historias diversos y que a lo largo del tiempo han adquirido rasgos e identidad propios. La articulación de estos niveles requiere el mantenimiento de la función específica de cada uno de ellos, integrándolos en el sistema educativo en su conjunto.

El proceso de aprendizaje de una persona mantiene una continuidad vital a la cual la organización educativa le impone «cortes» desde una lógica exterior al proceso de aprendizaje, convirtiéndose ésta en una condición propia de la enseñanza en contextos institucionales. La articulación, en este sentido, responde a la necesidad de que la lógica institucional no conspire contra el proceso de aprendizaje de cada persona (Ministerio de Cultura y Educación, 1996). El paso de la escuela media a la universidad presenta características particulares que hacen necesaria una coordinación entre estos dos niveles. La misma debería facilitar, en el nivel medio, la adquisición de los instrumentos necesarios para una inserción activa, creativa y eficaz de los alumnos que ingresan en el nivel de educación superior (Vilanova y otros, 1996).

En nuestra experiencia como docentes universitarias, observamos que año a año un elevado número de alumnos fracasa en las clases de matemática de los primeros años de su formación. Creemos que una de las posibles causas de este fracaso es la brusca discontinuidad entre la enseñanza de la matemática en la escuela media y en la universidad.

Ciertamente, las expectativas y exigencias puestas sobre los estudiantes se incrementan en el nivel universitario y no se presta la misma atención a las teorías de enseñanza en este nivel como se hace en otros niveles anteriores (ICMI, 1998).

En nuestra universidad se han realizado diversos esfuerzos en busca de soluciones a esta problemática. Se han probado varias estrategias como cursos de nivelación y modificaciones de programas de las asignaturas de primer año, pero en general los resultados han sido pobres. Creemos que esto puede deberse, por una parte, a que el énfasis fue puesto en suplir las carencias de contenidos conceptuales en cursos intensivos de corta duración y, por otra, a que estos esfuerzos han sido de carácter intrainstitucional, desatendiendo la conexión con las escuelas medias de las que provienen nuestros alumnos.

El presente trabajo se refiere a una experiencia llevada a cabo en relación a la articulación entre la escuela media y la universidad. Surgió a partir de la inquietud planteada por el equipo directivo y profesores del Centro Provincial de Enseñanza Media (CPEM) N.° 17, de la localidad Villa La Angostura (Provincia del Neuquén, Argentina), preocupados por el alto nivel de fracaso de sus alumnos al iniciar sus estudios universitarios.

En busca de una solución a este problema se contactó con docentes de las áreas de Matemática y de Lengua del Centro Regional Universitario Bariloche de la Universidad Nacional del Comahue (CRUB) (S. C. de Bariloche, Provincia de Río Negro, Argentina), solicitando un diagnóstico de sus alumnos que les permitiera conocer en profundidad la situación, y trabajar en forma conjunta sobre aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje a fin de lograr una adecuada coordinación de niveles.

La solicitud de los docentes de esta escuela nos llevó a la elaboración de un proyecto de extensión universitaria denominado «Diagnóstico y articulación de contenidos de Matemática y Lengua, entre la Escuela Media y la Universidad», aprobado y financiado por la Secretaría de Investigación y Extensión de la Universidad Nacional del Comahue.

En relación a ambas áreas, los objetivos del proyecto fueron los siguientes:

- Identificar contenidos conceptuales mínimos necesarios para desenvolverse adecuadamente al abordar estudios universitarios.
- Realizar un diagnóstico del aprendizaje de contenidos de los alumnos egresantes de la escuela media citada.
- Establecer una interacción entre los docentes de la universidad y los del colegio, a fin de encontrar estrategias teórico-prácticas que permitan apuntalar el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Generar propuestas de trabajo conjunto de docentes de los dos niveles tendentes a lograr continuidad en los contenidos incluidos en las diferentes etapas de la enseñanza.

En este articulo nos referiremos al trabajo realizado desde el área de la Matemática.

En nuestra universidad se han realizado diversos esfuerzos en busca de soluciones a esta problemática. Se han probado varias estrategias como cursos de nivelación y modificaciones de programas de las asignaturas de primer año, pero en general los resultados han sido pobres.

Desarrollo del proyecto

El CPEM N.° 17 es la única escuela de nivel medio de la localidad Villa La Angostura. Es de gestión estatal y concurren a ella todos los adolescentes de la localidad que realizan estudios de este nivel. Villa La Angostura es una localidad turística andina, ubicada a 80 km de San Carlos de Bariloche, Argentina. Tiene una población permanente de 8.000 habitantes, y se encuentra alejada de los centros de estudios universitarios y terciarios.

En el Centro Regional Universitario Bariloche se dictan las siguientes carreras de grado: Profesorado en Matemática, Profesorado y Licenciatura en Ciencias Biológicas, Ingeniería, Tecnología en Acuicultura y Profesorado en Educación Física. Excepto para esta última carrera, se dicta un curso nivelatorio de contenidos de matemática de dos meses de duración con 20 horas semanales de clases teóricas y prácticas.

El proyecto llevado a cabo desde la Universidad se desarrolló en torno a tres ejes principales:

1) Determinación de los contenidos mínimos necesarios para el abordaje de estudios superiores.
2) El diagnóstico del aprendizaje de contenidos de los alumnos egresantes.
3) La interacción de los docentes de la Universidad con docentes y alumnos de la escuela media.

Acerca de los contenidos mínimos necesarios para el abordaje de estudios superiores

De acuerdo con los resultados de una evaluación exploratoria aplicada a los alumnos del último año del CEPEM N.° 17, a entrevistas con los docentes de matemática y equipo directivo de dicho establecimiento medio y a los programas de las asignaturas de matemática de primer año de las carreras del CRUB, establecimos lo que a nuestro criterio, representa los contenidos mínimos necesarios para acceder a estudios superiores, en carreras relacionadas con ciencias.

Entre estos contenidos distinguimos entre conceptuales, procedimentales asociados a un contenido conceptual específico y contenidos procedimentales relacionados con el quehacer matemático en general.

En la Tabla 1 encontraremos los contenidos conceptuales y procedimentales asociados a éstos, agrupados en siete bloques temáticos: Conjuntos, Conjuntos numéricos, Geometría Euclídea, Trigonometría, Funciones, Polinomios y Geometría Analítica. Estos bloques no representan ni un orden jerárquico ni una secuencia didáctica.

Determinamos también, algunos contenidos procedimentales que deberían trabajarse a lo largo de toda la formación matemática escolar media [Tabla 2], ya que los mismos están relacionados con el quehacer matemático en general y no se asocian a un contenido conceptual específico.

CONJUNTOS	
Contenidos conceptuales	***Contenidos procedimentales***
Noción de conjunto. Cardinal de un conjunto. Pertenencia, inclusión. Unión e intersección de conjuntos. Producto cartesiano. Relaciones: gráfico, dominio e imagen. Relación inversa.	Diferenciar las expresiones que definen conjuntos de las que no los definen. Distinguir conjuntos finitos de conjuntos infinitos. Dado un elemento, decidir sí pertenece o no a un conjunto sencillo. Dado un conjunto, decidir si está incluido no en otro conjunto sencillo dado. Distinguir los conceptos pertenencia e inclusión. Dados dos conjuntos sencillos, encontrar el conjunto intersección y unión de los mismos. Hallar y graficar el producto cartesiano de dos conjuntos sencillos dados. Graficar en ejes cartesianos relaciones entre conjuntos sencillos. Reconocer dominio e imagen de una relación dada. Encontrar la relación inversa de una relación dada.
CONJUNTOS NUMÉRICOS	
Contenidos conceptuales	***Contenidos procedimentales***
Números Naturales. Números Enteros: Múltiplos y divisores. Números primos, algoritmo de división en Z, Máximo común divisor, Mínimo común múltiplo, Números coprimos. Factorización en primos. Números Racionales: Operaciones en distintas representaciones (decimal y fraccionaria). Números Reales: Representación en la recta numérica. Orden. Operaciones básicas. Potenciación y radicación. Intervalos reales.	Utilización de los números naturales en problemas de contar o enumerar los elementos de un conjunto finito. Encontrar múltiplos y divisores de un número entero. Resolver problemas donde se apliquen los conceptos de m.c.m., m.c.d., números primos y restos posibles en la división entera. Encontrar factores primos de un número dado. Reconocer números primos menores que 1000 (Aplicar el algoritmo de la Criba de Eratóstenes). Operar con números racionales y manejar las propiedades de las operaciones básicas. Resolver problemas de proporcionalidad directa e inversa. Representar los números reales en la recta. Operar con distintos conjuntos de números. Análisis de las propiedades de las operaciones y su uso en la resolución de problemas. Estimación y aproximación para predecir resultados, acotar su error y controlar su razonabilidad. Graficar intervalos en la recta real. Hallar unión e intersección de intervalos dados. Utilizar los intervalos para expresar la solución de inecuaciones. Justificación de las relaciones de inclusión entre los distintos conjuntos numéricos.

Tabla 1. Contenidos conceptuales y procedimentales mínimos necesarios para el abordaje de estudios superiores agrupados en bloques temáticos

GEOMETRÍA EUCLÍDEA	
Contenidos conceptuales	***Contenidos procedimentales***
Paralelismo y perpendicularidad: Posiciones relativas de rectas en el plano y de rectas y planos en el espacio. Ángulos: conceptos y clasificación. Medida de ángulos en grados sexagesimales. Radianes. Figuras: Elementos y propiedades de triángulos, cuadriláteros, otros polígonos y círculos. Construcción de polígonos. Triángulos rectángulos. Teorema de Pitágoras. Cuerpos: Poliedros y redondos. Elementos y propiedades. Movimientos rígidos: simetrías, rotaciones y traslaciones en el plano. Congruencias y semejanzas. Teorema de Thales.	Resolver problemas sencillos relacionados con los conceptos de paralelismo y perpendicularidad de rectas en el plano y de rectas y planos en el espacio. Clasificar, describir, construir y representar formas planas y espaciales sencillas. Medir ángulos. Construir un ángulo de una medida dada. Resolver problemas sencillos donde se aplique el concepto de radian. Resolver problemas sencillos que impliquen la aplicación de propiedades de ángulos, triángulos, cuadriláteros y polígonos en general. Construir un polígono inscripto en una circunferencia dada. Resolver problemas que involucren triángulos rectángulos y sus propiedades. Calcular perímetros y áreas de figuras. Calcular superficies y volúmenes de cuerpos sencillos. Utilizar propiedades de movimientos rígidos para clasificar, construir y analizar figuras. Identificar y construir figuras semejantes y congruentes. Resolver problemas que involucren semejanzas y congruencias de triángulos y el Teorema de Thales.

TRIGONOMETRÍA	
Contenidos conceptuales	***Contenidos procedimentales***
Funciones trigonométricas. Relaciones trigonométricas en un triángulo rectángulo. Circunferencia trigonométrica. Relaciones trigonométricas fundamentales. Resolución de triángulos. Teorema del seno. Funciones trigonométricas inversas.	Reconocer en una circunferencia trigonométrica los segmentos asociados a seno, coseno y tangente de un ángulo dado. Inferir de este gráfico relaciones sencillas entre las funciones trigonométricas. Reconocer los signos de las relaciones trigonométricas de un ángulo en los diferentes cuadrantes. Resolver ecuaciones trigonométricas sencillas. Resolver un triángulo rectángulo. Resolución de problemas que involucren relaciones trigonométricas, resolución de triángulos y teorema del seno.

FUNCIONES	
Contenidos conceptuales	***Contenidos procedimentales***
Concepto de función. Distintas notaciones. Formas de expresión a través de tablas, diagramas y gráficos. Gráficos de funciones polinómicas, función valor absoluto, función exponencial y logarítmica. Propiedades. Gráficos por desplazamiento. Composición de funciones. Gráfico de funciones lineales y cuadráticas. Propiedades. Funciones trigonométricas básicas. Propiedades y gráficos.	Analizar si relaciones sencillas son o no funciones. Dar restricciones del dominio para que lo sean. Reconocer si una gráfica corresponde a una función. Reconocer desde el gráfico el dominio e imagen de una función dada. Construir el gráfico de funciones sencillas. Analizar desde su gráfica el comportamiento de una función sencilla (crecimiento, cotas, continuidad, paridad, periodicidad, ceros, valores extremos). Resolver problemas donde sea necesario recurrir a los gráficos de funciones polinómicas y sus propiedades. Hallar el gráfico de una función por dseplazamientos respecto de un gráfico conocido. Analizar y graficar distintas funciones lineales y cuadráticas. Representar la función inversa (cuando exista). Construir la gráfica de las funciones Seno, Coseno y Tangente. Analizar el comportamiento de las distintas funciones trigonométricas.

Tabla 1 (cont.). Contenidos conceptuales y procedimentales mínimos necesarios para el abordaje de estudios superiores agrupados en bloques temáticos

POLINOMIOS	
Contenidos conceptuales	***Contenidos procedimentales***
Grado de un polinomio. Operaciones con polinomios Propiedades. Factores de un polinomio. Raíces de un polinomio.	Operar con polinomios (producto y suma). Reconocer el grado de un polinomio. Reconstruir un polinomio a partir de sus raíces. Factorizar polinomios sencillos. Resolver problemas donde se integren los conceptos de funciones polinómicas (sencillas) y sus gráficas, ecuaciones, raíces de las funciones, factorización de expresiones polinómicas.
GEOMETRÍA ANALÍTICA	
Contenidos conceptuales	***Contenidos procedimentales***
Ecuación de la recta. Recta que pasa por dos puntos. Pendiente. Paralelismo y perpendicularidad entre rectas. Resolución analítica y gráfica de sistemas de ecuaciones lineales 2x2. Ecuación de la parábola: Formas general y canónica. Ecuación de la circunferencia. Intersecciones entre curvas.	Relacionar la ecuación general de una recta y su gráfico (variación del gráfico según cambian los parámetros de la ecuación, pendiente y ordenada en el origen). Hallar el gráfico de una recta dada su ecuación y recíprocamente, dado el gráfico de una recta hallar su ecuación. Hallar la ecuación de la recta que pasa por dos puntos dados. Hallar la ecuación de una recta dada su pendiente y un punto perteneciente a la misma. Resolver problemas donde se utilicen la ecuación de una recta y el concepto de pertenencia de un punto a la misma. Hallar la ecuación de una recta perpendicular (o paralela) a una dada. Resolver analítica y gráficamente sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas. Construir sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas dada una de ellas de modo que cumplan ciertas premisas. Modelizar situaciones problemáticas expresando las condiciones como un sistema de ecuaciones 2x2. Relacionar la ecuación general de la parábola y su gráfico (variación del gráfico según cambian los parámetros de la ecuación). Hallar el gráfico de una parábola dada su ecuación. Aplicar el concepto de ceros de una función cuadrática para encontrar los coeficientes de la misma. Relacionar la ecuación general de la circunferencia y su gráfico (variación del gráfico según cambian los parámetros de la ecuación). Hallar el gráfico de una circunferencia dada su ecuación. Hallar la ecuación de la circunferencia conociendo el centro y el radio de la misma. Hallar analíticamente la intersección de curvas. Resolver problemas donde sea necesario recurrir a las ecuaciones de las curvas, sus propiedades y las intersecciones entre curvas.

Tabla 1 (cont.). Contenidos conceptuales y procedimentales mínimos necesarios para el abordaje de estudios superiores agrupados en bloques temáticos

• Organizar datos a través de tablas, gráficos, conteos, etc. • Comprender definiciones sencillas. • Utilizar resultados anteriores en la obtención de nuevos resultados. • Utilizar letras como símbolos algebraicos. • Comprender e interpretar consignas. • Seguir razonamientos y demostraciones sencillas. • Utilizar contraejemplos. • Enunciar conjeturas a partir del estudio de resultados particulares. • Dadas dos proposiciones A y B, distinguir entre A y B y A o B. • Dadas dos proposiciones A y B, distinguir entre $A \Rightarrow B$ y $A \Leftrightarrow B$. • Utilizar vocabulario y notación adecuados a los distintos contextos.	• Relacionar, generalizar, particularizar. • Aplicar resultados anteriores en la resolución de problemas. • Describir procedimientos y resultados. • Justificar, discutir, criticar y fundamentar los razonamientos propios y los de sus compañeros. • Crear y desarrollar estrategias para la resolución de problemas de adecuada complejidad (describir un patrón, construir tablas, gráficos, realizar un análisis sistemático de posibilidades, reducir a problemas más simples, actuar o experimentar). • Predecir, estimar y verificar resultados y procedimientos. • Adecuar conceptos a la modelización y resolución de situaciones problemáticas.

Tabla 2. Contenidos procedimentales del quehacer matemático en general en la formación media

Acerca de la evaluación del aprendizaje de contenidos de los alumnos del último año

A partir de los programas de contenidos de los cursos nivelatorios y de nuestra experiencia como docentes de asignaturas de Matemática de primer año de las distintas carreras que se dictan en nuestra Universidad, confeccionamos una primera evaluación exploratoria con la finalidad de diagnosticar el aprendizaje de contenidos, la cual se aplicó a los alumnos del último año del CPEM N.° 17, que finalizaba el último año de la escuela media

El análisis de los resultados de esta evaluación exploratoria y de los contenidos mínimos identificados, permitió la confección de un nuevo instrumento de evaluación, que fue aplicado a principios del ciclo lectivo siguiente, en dos días consecutivos, a 35 estudiantes del último año del CEPEM N.° 17. Este instrumento de evaluación se encuentra en el Apéndice.

Se solicitó a un especialista la medida de fiabilidad de coherencia interna de este instrumento, resultando 0,75 (en una escala de 0 a 1) según el método Alfa de Cronbach, lo cual muestra que se trata de una prueba de alta coherencia interna (Cronbach, 1951).

A cada estudiante se le entregó además una parrilla donde consignar los motivos que a su criterio determinaron las dificultades, para resolver cada ítem. La parrilla consistió en una tabla de doble entrada en donde figuraban en las columnas los números correspondientes a cada ítem, y en las filas, los siguientes motivos: «nunca lo vi», «no me acuerdo», «no entendí», «no me salió», «no me alcanzó el tiempo», «es muy difícil», «otra cosa». Los alumnos podían marcar con una cruz uno o varios de los motivos propuestos o agregar otras razones en un espacio que estaba previsto a tal fin.

...confeccionamos una primera evaluación exploratoria con la finalidad de diagnosticar el aprendizaje de contenidos...

Los ítems de la evaluación fueron calificados como «resuelto satisfactoriamente» (RS), «resuelto en parte» (RP), «no resuelto satisfactoriamente» (NRS) o «no contestado» (NC).

En la Tabla 3 presentamos para cada ítem, los contenidos conceptuales y procedimentales implicados en él, como así también el porcentaje de alumnos que resolvieron satisfactoriamente, en parte, no resolvieron la tarea o no contestaron.

Se realizó también un análisis de los motivos señalados por los alumnos, con los que justifican el no haber completado satisfactoriamente las tareas encomendadas. A los fines de este trabajo, se consigna en la última columna, el motivo señalado con más frecuencia para cada ítem.

Ítem	**Contenidos conceptuales**	**Contenidos procedimentales**	**Respuestas** RS	REP	NR	NC	(*)
1	Conjuntos: Caracterización.	Diferenciar las expresiones que definen conjuntos de las que no los definen.	54	0	36	10	OR
2	Conjuntos: Cardinal.	Distinguir conjuntos finitos de conjuntos infinitos.	66	0	29	5	NA
3	Unión e intersección de conjuntos.	Dados dos conjuntos, encontrar el conjunto intersección y unión de los mismos.	8	6	12	74	NA
4	Conjuntos numéricos: propiedades de los reales.	Inferir la validez de una proposición a partir de las propiedades de la potenciación de los reales.	44	1	52	3	NA
5	Conjuntos numéricos: reales.	Ubicar un racional entre dos enteros consecutivos.	4	0	14	82	NA
6	Conjuntos numéricos: representación en la recta real.	Ubicar números reales en la recta real.	57	23	9	11	NA
7	Polinomios: operaciones elementales.	Operar con polinomios (producto y suma), y reconocer el grado de un polinomio.	0	3	23	74	NA
8	Polinomios: raíces.	Reconstruir un polinomio a partir de sus raíces.	1	13	9	77	NA
9	Polinomios: factorización.	Factorizar polinomios sencillos.	0	0	17	83	NA
10	Propiedades de los números reales.	Análisis de las propiedades de las operaciones de los números reales.	6	5	29	60	NA

Tabla 3. Contenidos conceptuales y procedimentales para cada ítem de la evaluación diagnóstica y porcentajes de respuestas para cada categoría. [Leyenda: RS: Resuelve satisfactoriamente, REP: Resuelve en parte, NR: No lo resuelve, NC: No contesta. En la columna NR se consideraron las respuestas en que la resolución posee errores conceptuales y/o procedimentales. La última columna se menciona para cada ítem el motivo señalado con más frecuencia como determinante de las dificultades para resolverlo. NA: No me acuerdo, NV: Nunca lo vi, NS: No me salió, OR: Otra razón]

Ítem	Contenidos conceptuales	Contenidos procedimentales	Respuestas RS	REP	NR	NC	(*)
11	Números Enteros: Mínimo Común Múltiplo.	Reconocer la adecuación del concepto de m.c.m. en la resolución de un problema y su aplicación.	31	6	14	49	NS
12	Concepto de función.	Reconocer si una gráfica corresponde a una función de R en R.	5	19	21	55	NA
13	Funciones: Dominio e Imagen.	Analizar si relaciones sencillas son o no funciones. Dar restricciones del dominio para que lo sean.	7	0	0	93	NA
14	Gráficos de funciones por desplazamiento.	Hallar el gráfico de una función por desplazamientos respecto de un gráfico conocido.	0	0	0	100	NA
15	Función lineal y cuadrática.	Graficar funciones lineales y cuadráticas.	26	3	22	59	NA
16	Función lineal.	Hallar la ecuación de la recta dada por dos puntos y por su pendiente y un punto.	0	0	11	89	NA
17	Función lineal: . Puntos que pertenecen a la recta.	Resolver problemas donde se utilicen la ecuación de una recta y el concepto de pertenencia de un punto a la misma.	0	0	6	94	NA
18	Función cuadrática: Raíces.	Aplicar el concepto de ceros de una función cuadrática para encontrar los coeficientes de la misma.	0	0	3	97	NA
19	Gráfica de Funciones polinómicas . Lectura de gráficos. Ecuaciones polinómicas .	Resolver problemas donde sea necesario recurrir a los gráficos de funciones polinómicas y sus propiedades. Hallar analíticamente la intersección de curvas.	0	0	0	100	NV
20	Sistemas de Ecuaciones Lineales.	Construir sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas dada una de ellas de modo que cumplan ciertas premisas.	0	0	0	100	NV
21	Semejanza de triángulos.	Resolver un problema que involucre el T. de Thales.	3	0	6	91	NA
22	Polígonos inscritos. Cálculo de áreas.	Construir un polígono inscrito en una circunferencia Calcular el área conociendo el radio.	6	1	2	91	NA
23	Cálculo del área de un círculo.	Resolver un problema que involucre cálculo de áreas de círculos.	0	0	3	97	NA
24	Simetría y rotación.	Construcción del simétrico y del rotado de un figura, mediante una simetría y una rotación dadas.	0	0	0	100	NA
25	Circunferencia trigonométrica. Funciones trigonométricas.	Reconocer en una circunferencia trigonométrica los segmentos asociados a seno, coseno y tangente de un ángulo dado. Inferir de este gráfico relaciones sencillas entre las funciones trigonométricas.	2	0	5	93	NA
26	Radianes.	Calcular el radio de una circunferencia conocidos un arco y su correspondiente ángulo central.	0	0	6	94	NA
27	Funciones trigonométrica.	Reconocer los signos de las relaciones trigonométricas de un ángulo en los diferentes cuadrantes.	0	1	1	98	NA
28	Ecuaciones trigonométricas.	Resolver una ecuación trigonométrica sencilla.	0	0	0	100	NA
29	Resolución de triángulos rectángulos.	Resolver un triángulo rectángulo.	0	3	9	88	NA
30	Resolución de triángulos.	Calcular el área de un triángulo, conociendo la medida de sus tres lados.	0	0	23	77	NA

Tabla 3 (cont.). Contenidos conceptuales y procedimentales para cada ítem de la evaluación diagnóstica y porcentajes de respuestas para cada categoría. [Leyenda: RS: Resuelve satisfactoriamente, REP: Resuelve en parte, NR: No lo resuelve, NC: No contesta. En la columna NR se consideraron las respuestas en que la resolución posee errores conceptuales y/o procedimentales. La última columna se menciona para cada ítem el motivo señalado con más frecuencia como determinante de las dificultades para resolverlo. NA: No me acuerdo, NV: Nunca lo vi, NS: No me salió, OR: Otra razón]

Algunos aspectos destacables de los resultados de la evaluación de diagnóstico

Si bien en promedio el 42% de los alumnos responde satisfactoriamente a los ítems correspondientes a conjuntos, es notable que en los ítems referidos a caracterización y cardinalidad de un conjunto (ítems 1 y 2) más del 50% de los alumnos dio una respuesta satisfactoria; mientras que, en unión e intersección de conjuntos (ítem 3) sólo alcanzan al 8% las respuestas satisfactorias. Es decir, los estudiantes en general pueden reconocer conjuntos, pero les resulta difícil operar con ellos.

Respecto a las propiedades de los números reales, mientras que el ítem 4 fue resuelto satisfactoriamente por el 44% de los alumnos, sólo el 11% de los alumnos resuelve satisfactoriamente o en parte el ítem 10. Creemos que esta diferencia, puede deberse, no tanto al desconocimiento de las propiedades de los números reales, sino a un aspecto de carácter procedimental, ya que en el ítem 10 se solicitó a los alumnos seguir un razonamiento dado, lo cual involucra funciones mentales más elaboradas que en el ítem 4.

El ítem 6, que se refieren a la representación de los números reales en la recta numérica fue resuelto satisfactoriamente o en parte por el 80% de los alumnos. Sin embargo, el ítem 5 que requiere la identificación de dos números enteros consecutivos entre los que se encuentra un racional dado, sólo fue resuelto por el 4% de los estudiantes. Dado que el procedimiento requerido para resolver el ítem 5 es necesario para resolver el ítem 6, este resultado nos lleva a conjeturar que la dificultad se encontró en la interpretación de la notación utilizada (letras).

En los ítems 7, 8 y 9, que se refieren a operaciones y factorización de polinomios, más del 85% de los alumnos no da ninguna respuesta o no resuelve satisfactoriamente. Observamos que algunos alumnos, si bien intentan realizar las operaciones con polinomios, ninguno obtiene resultados satisfactorios. En particular, los ítems 7 y 9 no tuvieron ninguna respuesta correcta. Esto nos alertó sobre la necesidad de que los docentes de los últimos años del nivel medio trabajen particularmente sobre este tema.

En los ítems referidos a funciones (del 12 al 18) en promedio más del 80% de los estudiantes no contesta. Si bien aproximadamente el 50% de los alumnos realizan adecuadamente la gráfica de una función lineal (ítem 15, a), tienen dificultades para hallar la ecuación de una recta a partir de dos puntos dados, como así también para interpretar el concepto de pertenencia de un punto a una recta. Además, es notable que en los restantes ítems donde era necesario graficar una recta, más del 94% de los alumnos no reconoce la necesidad de su uso. Nos situamos nuevamente frente a una dificultad de carácter procedimental.

En lo que se refiere a los ítems 13, 14, 16 y 17 se observa una marcada dificultad en cuanto al uso de simbología.

...los estudiantes en general pueden reconocer conjuntos, pero les resulta difícil operar con ellos.

Ningún alumno intenta realizar el gráfico de una función por desplazamiento a partir de un gráfico conocido.

Es notorio que en el ítem 19, donde se solicitó (entre otras cosas) la realización del gráfico de dos funciones en el marco de un problema, ningún alumno intentó resolverlo.

Los ítems correspondientes a sistemas de ecuaciones (19 y 20), geometría euclídea (21 al 24) y trigonometría (25 a 30), no fueron resueltos satisfactoriamente o no fueron contestados por más del 90% de los alumnos. Cabe aclarar que el tema sistemas de ecuaciones, había sido trabajado en años anteriores, y los temas de geometría euclídea, corresponden a la escolaridad primaria. El tema trigonometría, no había sido visto aún por estos alumnos. Nos parece importante señalar que estos temas son consideradas como requisitos básicos para las matemáticas universitarias, y en general no forman parte de los currículos. Por ello, sería deseable que se les prestara mayor atención en la escuela.

Ningún alumno contesta los ítems 19, 20 y 23. Hemos de notar que para resolver las tareas propuestas en estos ítems es necesario actualizar contenidos de otros años de escolarización y organizarlos de una manera novedosa, por lo que podríamos afirmar que a los estudiantes estas tareas se les presentan como «problemas». Estos resultados nos dan indicios de que estos alumnos no están acostumbrados a enfrentarse con este tipo de tareas.

Acerca de la interacción con docentes y alumnos de la escuela media

De acuerdo con el análisis de la evaluación diagnóstica, diagramamos una serie de tareas para realizar con los docentes y alumnos de la escuela media. Éstas fueron:

- Reuniones de trabajo de los docentes del Centro Universitario Regional Bariloche con los docentes de Matemática de la escuela, en las cuales se propusieron y discutieron estrategias de enseñanza, formulación de los programas de contenidos de Matemática, trabajos prácticos y la planificaciones de actividades generales. Además se ofreció asesoramiento bibliográfico.

- Talleres de trabajo realizados en Villa La Angostura, en los cuales participaron docentes de la escuela, de Matemática y otras áreas afines. En los mismos se trabajó sobre propuestas metodológicas acordes a las necesidades detectadas en los encuentros realizados y a la evaluación de diagnóstico efectuada.
- Dentro del marco de la articulación y con el objeto de introducir a los estudiantes en el contexto universitario, diseñamos y pusimos en práctica una clase de matemática en la que participaron los alumnos de quinto año del CPEM N.° 17. La clase se desarrolló en aulas de la universidad, fue coordinada por las autoras, y consistió en la presentación de una situación problemática a partir de la cual se trabajaron conceptos de teoría de números.

Conclusiones

A partir de la lectura exhaustiva de las pruebas diagnósticas, desde el punto de vista de los contenidos conceptuales y procedimentales, como así también desde los motivos que los alumnos consideran como determinantes para la no resolución de los ítems de la evaluación, podemos destacar los siguientes puntos:

- Hemos advertido como un patrón que los alumnos son capaces de resolver ciertos ejercicios que reconocen como típicos dentro de una temática que está siendo desarrollada en clase. Sin embargo, si el ejercicio o problema resulta enunciado de una forma diferente, en general les resulta muy difícil concretar su solución.

...sería adecuado orientar el trabajo hacia ejercicios y problemas que requieran de mayores niveles de creatividad para su resolución, de tal manera que las tareas propuestas apunten a desarrollar en los estudiantes habilidades relacionadas con el análisis, la síntesis y la discusión, además de la memorización, interpretación y aplicación.

- Aparece reiteradamente que los alumnos pierden (o desconocen) la conexión que existe entre los distintos contenidos que se desarrollan en la escolaridad, no pudiendo recurrir a los trabajados en años anteriores, como herramienta para la solución de nuevos problemas.
- Tenemos indicios que nos llevan a sugerir que, independientemente del nivel de creatividad necesario para abordar la tarea, los estudiantes se relacionan con ella principalmente desde un nivel de memorización. Se observa (Tabla 3, última columna) que para la gran mayoría de los ítems, la alusión más frecuente como motivo por el cual no se resuelve es «no me acuerdo», aun para aquellos temas nunca vistos como trigonometría. Creemos que estas concepciones de los alumnos, dificultan el acceso a niveles más altos de creatividad en el aprendizaje de la matemática.

En resumen, pudimos inferir que las dificultades con las que se enfrentan los estudiantes y que hacen necesario un trabajo de articulación se relacionan principalmente con tres aspectos:

- La estereotipación de las tareas a resolver en clases de matemática.
- La atomización de los contenidos que se desarrollan en la escolaridad.
- El nivel de creatividad al que recurren los alumnos para la resolución de las tareas que deben desarrollar.

Las corrientes actuales de educación matemática presentan, especialmente, a la resolución de problemas como una herramienta eficaz, tanto en su aspecto de dar sentido a los saberes matemáticos, como en su papel de fomentar la creatividad de los estudiantes. Por esto, consideramos que sería adecuado orientar el trabajo hacia ejercicios y problemas que requieran de mayores niveles de creatividad para su resolución, de tal manera que las tareas propuestas apunten a desarrollar en los estudiantes habilidades relacionadas con el análisis, la síntesis y la discusión, además de la memorización, interpretación y aplicación.

Para ello creemos que es necesario atender especialmente a que los ejercicios y problemas propuestos abarquen un amplio espectro en relación a los niveles de creatividad necesarios para su resolución, es decir, que estas tareas sean planificadas para que el estudiante busque soluciones, explore modelos y alternativas, formule conjeturas, utilizando la memoria y la ejercitación sólo como instrumentos necesarios para «dejar más tiempo» a la creatividad (Ferraris y Montoro, 1999).

Además, sería recomendable realizar planificaciones de las actividades que hay que desarrollar en el aula (por ejemplo en forma de mapa conceptual (Novak y Gowin, 1988)), donde aparezcan explícitamente las conexiones entre los distintos conceptos, de modo que el docente tenga presente cuáles son y esté atento a ellas.

Asimismo vemos como importante que el docente explicite cuáles son estas conexiones. Esta explicitación puede hacerse interactivamente con los alumnos de modo de que ellos mismos puedan advertirlas y comprenderlas.

Una forma que parece adecuada para el trabajo con los alumnos es la realización de guías de trabajos prácticos, elaboradas de modo que en los ejercicios y problemas propuestos sea necesario utilizar los contenidos trabajados previamente, tanto en el curso presente como en años anteriores, es decir, que se haga necesaria la utilización permanente de conceptos relacionados a los temas que se trabajan, y a las conexiones de esos conceptos con temas vistos anteriormente.

Además, sería adecuado prever un espacio de discusión (puesta en común) para la confrontación de estrategias de resolución e institucionalización de saberes. Esto, especialmente orientado a los contenidos procedimentales y actitudinales, como la justificación de razonamientos, el uso de vocabulario adecuado, respeto por la opinión del otro, optimización de estrategias, etc.

Creemos que los cambios necesarios para lograr el objetivo de articulación propuesto, son producto de un proceso lento que recién comienza a ponerse en marcha, y que necesita aún del trabajo conjunto de los docentes de los dos niveles involucrados. Para ello se hace necesario dar continuidad a talleres de trabajo con los docentes de la escuela, en reuniones periódicas.

En cuanto a las propuestas metodológicas, es deseable que se pongan en práctica durante toda la escuela media, entendidas como una forma de trabajo que se extienda progresivamente a otras áreas disciplinares.

Si bien este proyecto nace del requerimiento específico de esta escuela media, consideramos a esta problemática común al sistema educativo de nuestro país. La dimensión restringida y localizada de este proyecto fue ventajosa, ya que a la vez de satisfacer los requerimientos planteados por la institución educativa media, permitió una evaluación permanente del avance del mismo, y facilitó el mejoramiento de los instrumentos de evaluación que nos propusimos elaborar.

Es importante mencionar que se llevó a cabo un trabajo paralelo al aquí descrito en el área de Lengua. El lector interesado puede contactarse con la Prof. Dora Riestra a la dirección de correo electrónico

crivelli@bariloche.com.ar

o por correo postal a la dirección de referencia de este trabajo.

Una forma que parece adecuada para el trabajo con los alumnos es la realización de guías de trabajos prácticos, elaboradas de modo que en los ejercicios y problemas propuestos sea necesario utilizar os contenidos trabajados previamente, tanto en el curso presente como en años anteriores...

Agradecimientos

Deseamos agradecer a la comunidad educativa del CEPEM N.° 17 de Villa La Angostura, en particular a su Directora Prof. Mónica Satragni y a su asesora pedagógica Lic. Inés Freire, como así también a todos los integrantes del grupo que llevó adelante el Proyecto de extensión. Nuestro especial reconocimiento al Ing. Luis Cárdenas por su colaboración en el diseño de las pruebas de diagnóstico, por el esfuerzo realizado en la aplicación y corrección de las mismas y por su colaboración en el tratamiento preliminar de los datos. Por último, a la Prof. M. Pianni por su trabajo en la medida de la fiabilidad de las evaluaciones diagnósticas utilizadas en este proyecto.

Referencias

ICMI (1998): *Documento de Discusión: Sobre La Enseñanza y Aprendizaje de Matemáticas en el Nivel Universitario.* The International Commission on Mathematical Instruction. (Traducción al español de Dr. Néstor Aguilera). Ministerio de Cultura y Educación. Secretaría de Programación y Evaluación Educativa. CLAMI. UMA. FOMA.

FERRARIS C. y M.V. MONTORO (1999): «Procedimientos utilizados en la resolución de problemas de teoría de números: Una experiencia con alumnos de la escuela media», *Suma,* 32, 61-68.

CRONBACH, L.J. (1951): «Coefficient alpha and the internal structure of test», *Psychometrika* 16, 293-334.

NOVAK, J. y D.B. GOWIN (1988): *Aprendiendo a aprender,* Martínez Roca Editores, Barcelona

VILANOVA S.L., M.D JOLIS, S. VECINO y J. GIANOBI (1996): «Articulación escuela media–universidad. Docentes y alumnos, ¿una visión compartida?, *Aula Abierta* 5, 6-10.

MINISTERIO DE CULTURA Y EDUCACIÓN DE LA NACIÓN (1996): «Articulación entre nivel inicial y la EGB1», *Zona Educativa,* 9, 14-16.

Apéndice

Ítem 1: Explicar si las siguientes expresiones determinan o no conjuntos.

- El conjunto de todas las especies bellas.
- El conjunto de los alumnos de primer año de Ingeniería del CRUB.
- El conjunto formado solamente por el Presidente de la Nación.

Ítem 2: ¿Cuántos elementos tienen los siguientes conjuntos?

- {x / x es una vaca de tres cabezas y cinco patas}
- El conjunto de los hombres que son actualmente presidentes de Boca.
- El conjunto de los números pares.

Ítem 3: Dar el conjunto intersección y el conjunto unión de los siguientes conjuntos:

- El conjunto de las mujeres y el conjunto de las docentes.
- El conjunto de los humanos nacidos en 1959 y el conjunto de las mujeres nacidas en el mes de Mayo.
- El conjunto de todas las rectas horizontales del plano y el conjunto de todas las rectas verticales del plano.

Ítem 4: Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

Sean a y b reales cualesquiera.

a) Si $a^2=b^2$, entonces $a=b$

b) Si $a^2=b^2$, entonces $a=b$ o $a=-b$

c) Si $a^2=b^2$, entonces $a=b$ y $a=-b$

d) Si $a^2=b^2$, entonces $a^3=b^3$

Ítem 5: Encontrar el entero m tal que:

a) $m < -13/2 < m+1$

b) $m < 18/5 < m+1$

Ítem 6: Representar en la recta numérica los siguientes números :

5 ; $-14/5$; -2 ; $11/4$; $-2/16$; $3/4$; $-4{,}8$; $\sqrt{5}$; 1,15

Ítem 7: Sean $P = 3x^2 - 2x$ y $T = 3x^2 + 2$.

- Hallar el grado de $P^2 + T^2 - 2 \cdot P \cdot T$

Ítem 8: ¿Existe un polinomio que cumpla con las siguientes condiciones?:

a) De grado 2 que tenga como raíces 0 y 3.

b) De grado 2 que tenga como raíces 1, –1 y 3.

En caso afirmativo, dar un ejemplo, y en caso que no sea posible, indicar por qué.

Ítem 9: Escribir los siguientes polinomios como producto de polinomios irreducibles (factorizar):

a) $x^2 + 2 \cdot x - 35$

b) $x^4 - 16$

c) $x^3 + 1$

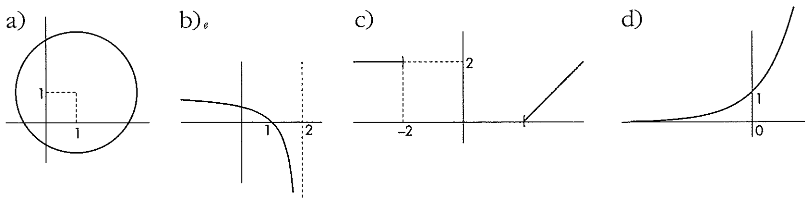
Ítem 10: Determinar por qué el siguiente razonamiento no es correcto.

Sea a, b reales.

Si $a = b$	
multiplicando por a	$a \cdot a = a \cdot b$
o sea	$a^2 = a \cdot b$
restando b^2	$a^2 - b2 = a \cdot b - b^2$
factorizanando	$(a+b) \cdot (a-b) = b.(a-b)$
dividiendo por $a-b$	$a+b = b$
pero $a = b$, entonces	$2 \cdot b = b$
dividiendo por b	$2 = 1$! ! ! !

Ítem 11: Alberto, Bernardo y Carlos son tres choferes de una determinada empresa de transporte de pasajeros. Si los tres salen juntos a las 8 de la mañana en diferentes recorridos, siendo el recorrido de Alberto de 45 minutos, el de Bernardo de 1 hora y el de Carlos de 40 minutos, ¿cuando se vuelven a reunir los tres en la empresa? Indicar también cuantos recorridos efectuó cada uno.

Ítem 12: Dados los siguientes gráficos decir si corresponden o no a funciones de R en R. Explicar por qué.



Ítem 13: Las siguientes son funciones $f : A \to$ R. Proponer un conjunto A apropiado (Dominio de la función)

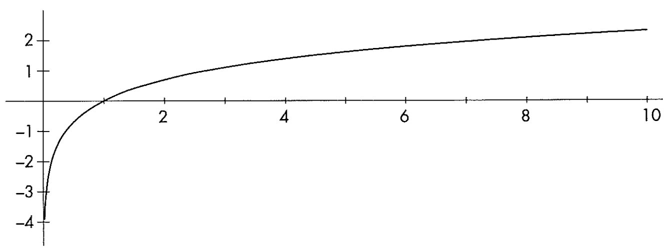
a) $f : A \to R \ / \ f(x) = \sqrt{2x+3}$

b) $f : A \to R \ / \ f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 4}$

Ítem 14: Si el siguiente es el gráfico de $f(x) = \log x$; graficar (por desplazamiento):

a) $g(x) = \log(x+3)$

b) $h(x) = 3 + \log(x)$



Ítem 15: Representar gráficamente las siguientes funciones

a) $y = 3x + 1$ b) $y = (x-1)^2 + 3$

Ítem 16: Dados los puntos $P = (2, -1)$ y $Q = (4, 7)$, hallar las expresiones de las siguientes rectas y representarlas gráficamente.

a) La que pasa por los puntos Q y P.

b) La que pasa por P y tiene pendiente igual a 2.

Ítem 17: Sean $A = (2, 5)$; $B = (7, 3)$ y $C = (x, 7)$. Calcular el valor de x para que los tres puntos resulten alineados.

Ítem 18: Hallar los valores de a y b en la función $y = ax^2 + bx - 4$ para que la parábola correspondiente interseque al eje de las abscisas en los puntos $x = 4$ y $x = -1$.

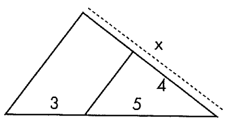
Ítem 19: Dos poblaciones A y B presentan un crecimiento que responde respectivamente a las siguientes ecuaciones: Para A: $N(t) = (5/2)t-30$ Para B: $N(t) = t^3-12t^2+44t-8$ donde t es el tiempo transcurrido en semanas en cada conteo y $N(t)$ representa el número de individuos de cada población para cada tiempo t. Sabiendo que ambas poblaciones coinciden en su número de integrantes en la 4.ª semana, se pide:

a) Hacer un gráfico aproximado de la situación, señalando qué variable se grafica en cada eje.
b) Indicar los intervalos de tiempo en los que la población de A supera a la población de B y viceversa.
c) Averiguar qué cantidad de individuos tenía cada población en el momento de iniciar las observaciones (t=0).
d) Averiguar si existirá algún otro momento en el cual el número de individuos de ambas poblaciones coincida.

Ítem 20: Considere el siguiente sistema de ecuaciones donde se da la primera ecuación. Se pide completar el sistema con otra ecuación de modo que el mismo tenga: (a) una única solución, (b) infinitas soluciones (c) ninguna solución. Resolver los sistemas gráfica y analíticamente para mostrar que la ecuación elegida es adecuada.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ \quad\dots \end{cases}$$

Ítem 21: Encontrar la longitud del segmento x en la siguiente figura:



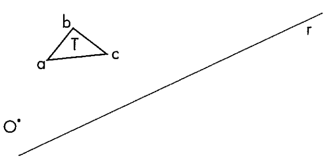
Ítem 22: Dada una circunferencia de radio 5 cm

a) Construir un cuadrado (cualquiera) inscrito en la circunferencia.
b) Construir un hexágono regular inscrito en la circunferencia y dibujar los ejes de simetría del hexágono.
c) Calcular las áreas de los polígonos regulares antes construidos.

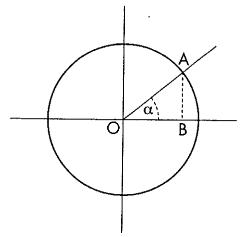
Ítem 23: Demostrar que si el radio de la circunferencia exterior de una corona es el doble del de la interior, el área de la corona es el triple de la del círculo interior.

Ítem 24: Dado el siguiente triángulo:

a) Hallar el rotado del triángulo T con centro en O y un ángulo de rotación de 135° en sentido horario.
b) Hallar el simétrico del triángulo T respecto del eje r.

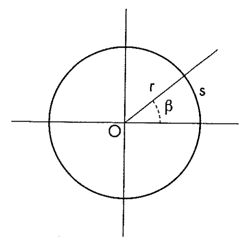


Ítem 25: a) Marcar en el gráfico los segmentos que representan sen α, cos α y tg α.



b) Podrías explicar por qué $\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$? ¿Y por qué $\text{tg}\alpha = \text{sen}\alpha / \cos\alpha$?

Ítem 26: Hallar el radio r de un círculo en el cual, a un arco s de 15 cm le corresponde un ángulo central β de 2,5 radianes.



Ítem 27: a) Dada la siguiente tabla, colocar el signo de las funciones trigonométricas en los diferentes cuadrantes.

Cuadrante	sen α	cos α	tg α	cotg α	sec α	cosec α
I						
II						
III						
IV						

b) Sabiendo que $\text{sen}\ \alpha = \sqrt{3}$ y que α está en el segundo cuadrante, calcular cuánto valen las de las restantes funciones trigonométricas para el mismo ángulo.

Ítem 28: Hallar el valor de α con $0 \leq \alpha \leq 2\pi$; que verifique la siguiente ecuación: $\text{sen}\ \alpha = \text{tg}\ \alpha$.

Ítem 29: Hallar la medida de los ángulos interiores y de los catetos de un triángulo rectángulo sabiendo que la hipotenusa mide 15 cm y que la medida de un cateto es 3/4 de la medida del otro.

Ítem 30: Calcular el área de un triángulo cuyos lados son a = 18 cm; b = 15 cm; c = 10 cm.

Virginia Montoro
Mónica de Torres
Centro Universitario
Regional Bariloche.
Universidad Nacional
del Comahue.
Bariloche (Argentina)